

Thèse

# Modélisation dynamique de l'écoulement du trafic routier : du macroscopique au microscopique

Présentée devant  
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir  
Le grade de docteur

École doctorale : École doctorale mécanique, énergétique, génie civil et acoustique (MEGA)  
Spécialité : Génie civil

Par  
Emmanuel BOURREL  
(Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat)

Soutenue le 3 décembre 2003 devant la Commission d'examen

## Jury MM.

---

Examineur	C. BOUTIN	Enseignant-chercheur (ENTPE)
Examineur	A. COMBESCURE	Professeur (INSA de Lyon)
Examineur	S. ESPIE	Chargé de recherche (INRETS)
Directeur de thèse	J.B. LESORT	Directeur de recherche (INRETS)
Rapporteur	S. MAMMAR	Professeur (Université d'Evry)
Rapporteur	M. RASCLE	Professeur (Université de Nice Sophia Antipolis)

*Thèse préparée au Laboratoire d'Ingénierie Circulation Transport, unité mixte (ENTPE/INRETS)*



INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : STORCK A.

Professeurs :

AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G. (Prof. émérite)	INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISSAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L.	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLEES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****.
GRANGE G.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAUGIER A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE

Mai 2003

LAUGIER C.

BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE

<b>LAURINI R.</b>	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
<b>LEJEUNE P.</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>LUBRECHT A.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>MASSARD N.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>MAZILLE H.</b>	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
<b>MERLE P.</b>	GEMPPM***
<b>MERLIN J.</b>	GEMPPM***
<b>MIGNOTTE A. (Mle)</b>	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>MILLET J.P.</b>	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
<b>MIRAMOND M.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
<b>MOREL R.</b>	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
<b>MOSZKOWICZ P.</b>	LAEPSI****
<b>NARDON P. (Prof. émérite)</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>NIEL E.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>NORTIER P.</b>	DREP
<b>ODET C.</b>	CREATIS**
<b>OTTERBEIN M. (Prof. émérite)</b>	LAEPSI****
<b>PARIZET E.</b>	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
<b>PASCAULT J.P.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>PAVIC G.</b>	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
<b>PELLETIER J.M.</b>	GEMPPM***
<b>PERA J.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
<b>PERRIAT P.</b>	GEMPPM***
<b>PERRIN J.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>PINARD P. (Prof. émérite)</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>PINON J.M.</b>	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
<b>PONCET A.</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>POUSIN J.</b>	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
<b>PREVOT P.</b>	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
<b>PROST R.</b>	CREATIS**
<b>RAYNAUD M.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
<b>REDARCE H.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>RETIF J-M.</b>	CEGELY*
<b>REYNOUARD J.M.</b>	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
<b>RIGAL J.F.</b>	MECANIQUE DES SOLIDES
<b>RIEUTORD E. (Prof. émérite)</b>	MECANIQUE DES FLUIDES
<b>ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)</b>	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
<b>ROUBY D.</b>	GEMPPM***
<b>ROUX J.J.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON – Thermique de l'Habitat
<b>RUBEL P.</b>	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
<b>SACADURA J.F.</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
<b>SAUTEREAU H.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>SCAVARDA S.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>SOUIFI A.</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE
<b>SOUROUILLE J.L.</b>	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>THOMASSET D.</b>	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
<b>THUDEROZ C.</b>	ESCHIL – Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
<b>UBEDA S.</b>	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
<b>VELEX P.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>VIGIER G.</b>	GEMPPM***
<b>VINCENT A.</b>	GEMPPM***
<b>VRAY D.</b>	CREATIS**
<b>VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)</b>	PHYSIQUE DE LA MATIERE

**Directeurs de recherche C.N.R.S. :**

<b>BERTHIER Y.</b>	MECANIQUE DES CONTACTS
<b>CONDEMINE G.</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>COTTE-PATAT N. (Mme)</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>ESCUDIE D. (Mme)</b>	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
<b>FRANCIOSI P.</b>	GEMPPM***
<b>MANDRAND M.A. (Mme)</b>	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
<b>POUSIN G.</b>	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
<b>ROCHE A.</b>	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
<b>SEGUELA A.</b>	GEMPPM***
<b>VERGNE P.</b>	LaMcos

**Directeurs de recherche I.N.R.A. :**

<b>FEBVAY G.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>GRENIER S.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
<b>RAHBE Y.</b>	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS

**Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :**

<b>PRIGENT A.F. (Mme)</b>	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
<b>MAGNIN I. (Mme)</b>	CREATIS**

* <b>CEGELY</b>	CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON
** <b>CREATIS</b>	CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL
*** <b>GEMPPM</b>	GRUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX
**** <b>LAEPSI</b>	LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

## Ecoles Doctorales et Diplômes d'Etudes Approfondies

habilités pour la période 1999-2003

ECOLE DOCTORALE n° code national	RESPONSABLE PRINCIPAL	CORRESPONDANT INSA	DEA INSA n° code national	RESPONSABLE DEA INSA
<b>CHIMIE DE LYON</b> (Chimie, Procédés, Environnement)  EDA206	M. D. SINOU UCBL1 04.72.44.62.63 Sec 04.72.44.62.64 Fax 04.72.44.81.60	<b>M. R. GOURDON</b> 87.53 Sec 84.30 Fax 87.17	Chimie Inorganique <b>910643</b>  Sciences et Stratégies Analytiques <b>910634</b>  Sciences et Techniques du Déchet <b>910675</b>	   M. R. GOURDON Tél 87.53 Fax 87.17
<b>ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS</b> (E <sup>2</sup> MC)  EDA417	M.A. BONNAFOUS LYON 2 04.72.72.64.38 Sec 04.72.72.64.03 Fax 04.72.72.64.48	<b>Mme M. ZIMMERMANN</b> 60.91 Fax 87.96	Villes et Sociétés <b>911218</b>  Dimensions Cognitives et Modélisation <b>992678</b>	Mme M. ZIMMERMANN Tél 60.91 Fax 87.96  M. L. FRECON Tél 82.39 Fax 85.18
<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> (E.E.A.)  EDA160	<b>M. D. BARBIER</b> INSA DE LYON 85.47 Fax 60.82		Automatique Industrielle <b>910676</b>  Dispositifs de l'Electronique Intégrée <b>910696</b>  Génie Electrique de Lyon <b>910065</b>  Images et Systèmes <b>992254</b>	M. M. BETEMPS Tél 85.59 Fax 85.35  M. D. BARBIER Tél 85.47 Fax 60.82  M. J.P. CHANTE Tél 87.26 Fax 85.30  Mme I. MAGNIN Tél 85.63 Fax 85.26
<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> (E2M2)  EDA403	<b>M. J.P. FLANDROIS</b> UCBL1 04.78.86.31.50 Sec 04.78.86.31.52 Fax 04.78.86.31.49	<b>M. S. GRENIER</b> 79.88 Fax 85.34	Analyse et Modélisation des Systèmes Biologiques <b>910509</b>	M. S. GRENIER Tél 79.88 Fax 85.34
<b>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</b> (EDIIS)  EDA 407	<b>M. L. BRUNIE</b> INSA DE LYON 87.59 Fax 80.97		Documents Multimédia, Images et Systèmes d'Information Communicants <b>992774</b>  Extraction des Connaissances à partir des Données <b>992099</b>  Informatique et Systèmes Coopératifs pour l'Entreprise <b>950131</b>	M. A. FLORY Tél 84.66 Fax 85.97  M. J.F. BOULICAUT Tél 89.05 Fax 87.13  M. A. GUINET Tél 85.94 Fax 85.38
<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ</b> (EDISS)  EDA205	<b>M. A.J. COZZONE</b> UCBL1 04.72.72.26.72 Sec 04.72.72.26.75 Fax 04.72.72.26.01	<b>M. M. LAGARDE</b> 82.40 Fax 85.24	Biochimie <b>930032</b>	M. M. LAGARDE Tél 82.40 Fax 85.24
<b>MATERIAUX DE LYON</b>  UNIVERSITE LYON 1  EDA 034	<b>M. J. JOSEPH</b> ECL 04.72.18.62.44 Sec 04.72.18.62.51 Fax 04.72.18.60.90	<b>M. J.M. PELLETIER</b> 83.18 Fax 85.28	Génie des Matériaux : Microstructure, Comportement Mécanique, Durabilité <b>910527</b>  Matériaux Polymères et Composites <b>910607</b>  Matière Condensée, Surfaces et Interfaces <b>910577</b>	M. J.M.PELLETIER Tél 83.18 Fax 85.28  M. H. SAUTEREAU Tél 81.78 Fax 85.27  M. G. GUILLLOT Tél 81.61 Fax 85.31
<b>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</b> (Math IF)  EDA 409	<b>M. F. WAGNER</b> UCBL1 04.72.43.27.86 Fax 04.72.43.00.35	<b>M. J. POUSIN</b> 88.36 Fax 85.29	Analyse Numérique, Equations aux dérivées partielles et Calcul Scientifique <b>910281</b>	M. G. BAYADA Tél 83.12 Fax 85.29
<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> (MEGA)  EDA162	<b>M. F. SIDOROFF</b> ECL 04.72.18.61.56 Sec 04.72.18.61.60 Fax 04.78.64.71.45	<b>M. G.DALMAZ</b> 83.03 Fax 04.72.89.09.80	Acoustique <b>910016</b>  Génie Civil <b>992610</b>  Génie Mécanique <b>992111</b>  Thermique et Energétique <b>910018</b>	M. J.L. GUYADER Tél 80.80 Fax 87.12  M. J.J.ROUX Tél 84.60 Fax 85.22  M. G. DALMAZ Tél 83.03 Fax 04.78.89.09.80  M. J. F. SACADURA Tél 81.53 Fax 88.11



# Remerciements

Je tiens ici à remercier toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail de thèse.

Je tiens tout d'abord à adresser un remerciement tout particulier à Jean-Baptiste Lesort, directeur du LICIT et directeur de cette thèse, pour sa disponibilité et le temps qu'il a su me consacrer, pour tous ses conseils et toutes ses idées sans lesquels ce travail de thèse n'aurait pu aboutir, mais aussi pour sa bonne humeur au quotidien et ses encouragements.

Je tiens également à exprimer ma gratitude à Michel Rascle et à Saïd Mammar pour avoir accepté de rapporter ma thèse.

Je souhaite remercier les membres du jury qui ont accepté de consacrer une partie de leur temps pour s'intéresser à mon travail de recherche : Stéphane Espié, Alain Combescure et Claude Boutin. Je remercie tout particulièrement ce dernier pour les discussions enrichissantes que nous avons pu avoir : elles m'ont notamment permis de mieux comprendre la philosophie générale des problèmes d'échelles.

Je remercie François Chevoir pour son aide précieuse dans mes recherches bibliographiques dans des disciplines qui étaient loin de m'être familières.

Je tiens également à remercier tous les membres du LICIT pour l'intérêt que chacun a pu porter à mon travail, pour tous leurs conseils et toutes leurs idées qui m'ont permis de progresser dans mes recherches, et pour leur contribution à la bonne ambiance qui règne au laboratoire.

Je tiens tout particulièrement à remercier Ludovic et Stéphane, qui m'ont permis d'améliorer ce mémoire grâce à leur relecture minutieuse et à leurs remarques judicieuses.

Je tiens également à remercier Christine et Vincent pour tous leurs conseils éclairés et pour avoir su prendre le temps de me former au dur métier de la recherche.

Merci à Stéphane (et oui, encore) pour l'ambiance amicale et chaleureuse qui règne dans notre bureau et pour m'avoir encouragé (et supporté !) au quotidien pendant la rédaction de ce mémoire.

Merci également à Sonia et à Marie-Thérèse sans lesquelles rien ne serait possible.

Je tiens enfin à remercier Karine pour avoir partagé avec moi tous les moments joyeux que nous avons vécu pendant ces trois années, mais aussi et surtout pour avoir su

me soutenir dans les moments de découragement. Merci pour l'intérêt que tu as porté à mon travail, bien que la modélisation du trafic ne soit pas vraiment ta tasse de thé !

Je tiens aussi à remercier mon petit Adrien qui a été pour moi un vrai rayon de soleil pendant ces trois années et une source constante de motivation.

Enfin, j'ai une pensée toute particulière à ma petite Maude qui aura vécu la période de rédaction de cette thèse in utero et qui a été un formidable moteur pour finir dans les délais. Merci à vous trois du fond du cœur !

# Sommaire

<b>Sommaire .....</b>	<b>1</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>5</b>
<b>Partie I : Intérêt de la modélisation hybride.....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre I : Les problèmes d'échelles .....</b>	<b>15</b>
I.1 Définition.....	15
I.2 Les problèmes d'échelles dans le cas des matériaux hétérogènes en génie civil.....	16
I.3 Les problèmes d'échelles en trafic.....	17
I.3.1 Echelles des phénomènes de l'écoulement.....	18
I.3.2 Besoins des exploitants .....	23
I.3.3 Représentations possibles du trafic .....	25
I.3.4 Conclusion .....	26
I.4 Exemples de résolution des problèmes d'échelles dans d'autres disciplines.....	26
I.4.1 Un exemple d'intégration des propriétés microscopiques au niveau macroscopique : la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques .....	27
I.4.2 Couplage de modèles différents .....	30
I.5 Conclusion .....	34
<b>Chapitre II : Les modèles d'écoulement du trafic face aux problèmes d'échelles.....</b>	<b>37</b>
II.1 Lien entre modèles macroscopiques et modèles microscopiques – aspects déterministes....	37
II.1.1 Rappels sur les modèles d'écoulement .....	37
II.1.2 Lien entre les modèles .....	59
II.1.3 Conséquences sur la classification.....	78
II.2 Prise en compte de la diversité de comportement des véhicules dans les modèles d'écoulement .....	79
II.2.1 La stochastique en trafic .....	79
II.2.2 Modèles à représentation véhiculaire et stochastique .....	83
II.2.3 Modèles représentant le flux et la stochastique.....	91
II.2.4 Modèles « stochastique intégré » .....	95
II.3 Conclusion.....	97
<b>Chapitre III : Une réponse nouvelle aux problèmes d'échelles : la modélisation hybride .....</b>	<b>99</b>
III.1 Proposition d'une théorie de la modélisation hybride.....	99
III.1.1 Intérêt .....	100
III.1.2 Définition et classification.....	101
III.1.3 Problèmes liés à la modélisation hybride en trafic .....	102
III.2 Validation d'un modèle hybride.....	104
III.2.1 La notion de validation .....	104
III.2.2 Propriétés indispensables du schéma de couplage.....	104
III.2.3 Méthode de validation dans le cas homogène .....	105
III.3 Analyse des modèles hybrides existants .....	111
III.3.1 Présentation générale.....	111
III.3.2 Principe du schéma de couplage.....	112

III.3.3 Validation .....	115
III.3.4 Conclusion .....	117
III.4 Conclusion et choix du développement d'un nouveau modèle hybride.....	118
<b>Partie II : Vers un modèle hybride fondé sur le modèle LWR.....</b>	<b>119</b>
<b>Chapitre IV : Un modèle hybride homogène fondé sur le modèle LWR .....</b>	<b>123</b>
IV.1 Un modèle hybride homogène fondé sur la résolution numérique continue en espace-temps du modèle LWR.....	123
IV.1.1 Les modèles à coupler .....	123
IV.1.2 Le schéma de couplage.....	124
IV.1.3 Validation .....	129
IV.1.4 Difficultés d'extensions.....	130
IV.1.5 Conclusion.....	134
IV.2 Un modèle hybride homogène fondé sur une discrétisation spatio-temporelle de LWR...	135
IV.2.1 Les modèles à coupler .....	135
IV.2.2 Le schéma de couplage.....	136
IV.2.3 Validation .....	152
IV.2.4 Possibilités d'extensions.....	164
IV.3 Conclusion .....	166
<b>Chapitre V : Extension du modèle hybride : introduction des aspects stochastiques.....</b>	<b>167</b>
V.1 Méthode d'introduction des aspects stochastiques dans le modèle hybride homogène .....	167
V.1.1 Choix des variables à distribuer.....	167
V.1.2 Introduction d'une distribution des vitesses désirées.....	168
V.1.3 Introduction d'une distribution des intervalles .....	170
V.1.4 Conclusion .....	176
V.2 Etude numérique du modèle hybride stochastique.....	176
V.2.1 Le problème du nombre de répliques.....	176
V.2.2 Effets des aspects stochastiques sur le comportement global de la zone véhiculaire .....	177
V.2.3 Effets des aspects stochastiques sur le modèle représentant le flux.....	181
V.2.4 Effets des aspects stochastiques sur la propagation de l'information .....	182
V.2.5 Effets de la taille de la discrétisation sur la distribution d'intervalles .....	185
V.3 Conclusion.....	190
<b>Chapitre VI : Application de la modélisation hybride à des éléments singuliers de réseau ..</b>	<b>191</b>
VI.1 Choix des exemples d'application .....	191
VI.2 Etude d'une gare de péage .....	193
VI.2.1 Objectifs .....	193
VI.2.2 Modélisation de la gare de péage .....	194
VI.2.3 Etude des résultats du modèle à représentation véhiculaire .....	196
VI.2.4 Etude des résultats du modèle représentant le flux.....	202
VI.2.5 Conclusion.....	204
VI.3 Etude d'une intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire .....	204
VI.3.1 Objectifs .....	204
VI.3.2 Modélisation de l'intersection .....	205
VI.3.3 Etude des résultats .....	207
VI.4 Combinaison d'une intersection et d'un feu tricolore.....	210
VI.4.1 Objectifs .....	210
VI.4.2 Modélisation du feu tricolore .....	211
VI.4.3 Analyse des résultats .....	212
VI.5 Conclusion .....	216

<b>Conclusion.....</b>	<b>219</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>225</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>235</b>
<b>Tables des illustrations.....</b>	<b>249</b>
<b>Table des matières .....</b>	<b>255</b>

# Introduction



Les exploitants des réseaux routiers ont pour mission de tirer le meilleur parti possible de leur infrastructure. Dans le Schéma Directeur d'Exploitation de la Route (SDER), document qui fixe les principales orientations dans le domaine de l'exploitation à l'échelon national, cette mission est déclinée en trois domaines qui sont : le maintien de la viabilité, la gestion du trafic et l'aide au déplacement. Chacun de ces domaines correspond à différentes tâches que doit effectuer l'exploitant. Ainsi, le maintien de la viabilité regroupe la surveillance générale du réseau, l'intervention d'urgence en cas d'incident, le service hivernal, l'organisation des interventions prévisibles (chantiers et manifestations) et la maintenance des équipements. La gestion du trafic regroupe la préparation de la gestion des flux de trafic, la mise en place d'actions préventives et le traitement des flux en temps réel. Enfin, l'aide au déplacement correspond principalement aux tâches de diffusion de l'information sur les conditions de trafic, que cette information soit prévisionnelle ou bien en temps réel.

Afin d'aider les exploitants dans leur tâche de gestion du trafic et d'information des usagers, un certain nombre d'outils ont été développés, dont les outils de simulation dynamique du trafic. Ces derniers permettent d'évaluer l'impact d'une action d'exploitation sur les conditions de circulation, et ainsi de mettre en place des stratégies efficaces de gestion du trafic. Ce sont donc des outils d'aide à la décision, mais aussi d'évaluation des actions de gestion du trafic.

Les outils de simulation dynamique du trafic reposent sur des modèles dont l'objectif est de décrire le comportement du trafic sur le réseau. On distingue généralement deux grandes familles de modèles : les modèles d'écoulement, dont l'objectif est de décrire la façon dont les véhicules se propagent sur un tronçon, et les modèles d'affectation, dont l'objectif est de décrire la façon dont les usagers choisissent leur itinéraire sur un réseau. Ces modèles sont complémentaires dans le sens où pour modéliser l'écoulement, il est nécessaire de connaître la façon dont les véhicules se répartissent au niveau des intersections, et pour modéliser cette répartition, il est nécessaire de connaître les conditions de circulation sur le réseau. Dans le cadre de cette thèse, nous ne nous intéresserons qu'aux modèles d'écoulement.

Un des problèmes rencontrés pour décrire la façon dont le flot de véhicules se propage sur un tronçon est la grande disparité des échelles considérées. Ces problèmes d'échelles sont dus à la nature du trafic, à la nature des modèles d'écoulement existants et à leur domaine d'application :

- les situations auxquelles sont confrontés les exploitants dépendent du type de réseau dont ils ont la charge. En milieu urbain, les carrefours à feux côtoient des voies rapides, et le trafic est très hétérogène. En milieu interurbain, les situations sont moins variées et le réseau davantage homogène. Il existe néanmoins un certain nombre d'éléments spécifiques dont le fonctionnement diffère de celui en section courante : sur autoroute par exemple, bretelles d'accès et péages sont des éléments singuliers dont l'influence est non négligeable sur l'écoulement du trafic en section courante. Les échelles d'espace et de temps avec lesquelles il est nécessaire de simuler le trafic sont donc très variées : on peut aller de la dynamique d'un carrefour à feux dont l'emprise est de l'ordre de la dizaine de mètres sur une période de temps de quelques dizaines de secondes à celle d'une voie autoroutière de plusieurs dizaines de kilomètres sur quelques heures ;
- l'observation des phénomènes qui régissent l'écoulement montre qu'ils ont des étendues spatio-temporelles très variables et que l'écoulement des véhicules est un phénomène fortement aléatoire, ce qui pose la question de savoir à quelle échelle il est nécessaire d'étudier le trafic ;
- il existe différentes échelles de représentation du trafic. La classification classique des modèles d'écoulement en est le reflet. Ces modèles sont classés en deux grandes catégories : les modèles microscopiques, qui s'intéressent à la dynamique des véhicules individualisés, et les modèles macroscopiques, modèles plus globaux qui considèrent le trafic en mouvement comme un fluide.

L'objectif de cette thèse est double : il s'agit d'approfondir ces problèmes d'échelles à travers le développement d'un modèle hybride d'écoulement du trafic routier, couplage entre un modèle microscopique et un modèle macroscopique<sup>1</sup>.

Concernant les problèmes d'échelles, l'objectif n'est pas d'apporter une solution définitive à un problème aussi vaste, mais plutôt de mieux comprendre la nature du problème, notamment en menant une réflexion sur les différences et les similitudes qui existent entre les différents types de modèles. Les modèles microscopiques sont généralement considérés comme étant des modèles « plus fins » que les modèles macroscopiques, c'est à dire décrivant avec plus de précision le trafic. Un des objectifs de l'étude des problèmes d'échelles sera de montrer que la différence entre ces deux types de modèle est plus subtile que cette simple affirmation. Il s'agira ainsi de voir que chaque type de modèle permet une modélisation différente du trafic, et que la validité de ces modèles dépend essentiellement de l'application considérée et du type de phénomène que l'on cherche à représenter.

Le couplage entre deux modèles d'écoulement différents, idée relativement récente et peu étudiée dans le domaine du trafic routier, apparaît alors comme une solution pour modéliser un réseau où les phénomènes de trafic se déroulent sur des échelles spatiales et temporelles variées. L'intérêt de ce type de modèle est qu'il permet d'adapter le modèle d'écoulement aux besoins de modélisation des différents éléments du réseau. Bien qu'il

---

<sup>1</sup> Nous donnerons une définition plus précise d'un modèle hybride dans la suite de cette thèse.

existe quelques modèles de ce type dans la littérature, il n'existe aucune vision globale des problèmes liés à l'hybridation. Par ailleurs, il est très difficile de juger la pertinence des modèles proposés. Il s'agira donc dans cette thèse de définir un cadre théorique général pour l'étude de ces modèles, puis de proposer un modèle hybride qui soit valide au vu des critères que nous aurons défini dans le cadre général.

Cette thèse s'articule en deux parties. L'objet de la première partie est de montrer que la modélisation hybride améliore la réponse apportée par les différents types de modèles d'écoulement aux problèmes d'échelles. Elle est composée de trois chapitres dans lesquels nous définirons plus précisément les problèmes d'échelles et analyserons la réponse apportée par les modèles classiques d'écoulement. Nous verrons alors que la modélisation hybride est une solution permettant d'étendre les possibilités applicatives de ces modèles.

Dans la seconde partie, composée également de trois chapitres, nous développerons un nouveau modèle hybride couplant un modèle à représentation véhiculaire et un modèle représentant le flux<sup>2</sup>. Dans les deux premiers chapitres, nous présenterons le fonctionnement de ce modèle et nous étudierons ces propriétés. Dans le troisième chapitre, nous étudierons les résultats fournis par ce modèle pour différents exemples d'application : une gare de péage à une file, l'intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire et enfin la combinaison entre ce type d'intersection et un carrefour à feux.

---

<sup>2</sup> Nous reprenons ici les termes de la nouvelle classification des modèles qui sera proposée dans le chapitre III.



# **Partie I :**

## **Intérêt de la modélisation hybride**



Dans cette partie, nous allons montrer que la modélisation hybride<sup>3</sup>, qui est un concept assez récent en théorie du trafic, est un moyen de résoudre les problèmes d'échelles qui sont omniprésents dans l'étude de l'écoulement du trafic routier.

Elle s'articule autour de trois chapitres qui tentent de définir les problèmes d'échelles et d'analyser les solutions existantes, notamment l'hybridation.

Dans le premier chapitre, nous présenterons les problèmes d'échelles en trafic, puis nous feront un survol rapide des solutions apportées à ces problèmes dans d'autres disciplines. Ceci permettra d'apporter des éléments de réflexion sur la façon de résoudre ces problèmes dans le cas du trafic routier.

Dans le deuxième chapitre, on cherchera à comprendre la réponse apportée par les modèles de trafic « classiques » aux problèmes d'échelles. On s'intéressera au lien qui existe entre modélisation macroscopique et modélisation microscopique du trafic, ainsi qu'à la possibilité d'intégrer les effets de la variabilité du trafic dans ces différents modèles. On montrera ainsi que la typologie classique (microscopique et macroscopique) est insuffisante. Une nouvelle classification sera définie afin de mieux poser le problème de l'hybridation. Elle est fondée sur deux critères qui sont : la représentation du trafic (sous forme de véhicules ou de flux) et la loi de comportement (comportement du flux ou bien des véhicules individuels). Cette étude des modèles de trafic permettra également de dégager les limites de leur champ d'application ; notamment, nous montrerons qu'il n'existe pas de modèle de trafic satisfaisant permettant d'avoir une vision globale d'un réseau tout en ayant la possibilité de décrire de façon plus détaillée certains éléments spécifiques.

Dans le troisième chapitre, on proposera une définition générale de la modélisation hybride. En couplant représentation microscopique et macroscopique du trafic, ces modèles apparaissent comme un moyen d'étendre les possibilités d'application des modèles « classiques » de trafic. Cette approche étant relativement récente, nous proposerons un cadre général d'étude de ces modèles, et nous passerons en revue les modèles hybrides existants. Nous montrerons alors en quoi ces modèles nous semblent insuffisants au vu du cadre général défini par ailleurs, ce qui motivera le développement d'un nouveau modèle hybride dans la deuxième partie de cette thèse.

---

<sup>3</sup> Une définition plus précise de la modélisation hybride sera fournie dans cette partie. Pour l'instant, nous retiendrons qu'il s'agit du couplage entre deux modèles d'écoulement différents.



# Chapitre I : Les problèmes d'échelles

Dans ce chapitre, nous allons montrer que le trafic routier se caractérise par une ambivalence des visions microscopique et macroscopique et par une forte variabilité, ce qui a pour conséquence de rendre plus complexes son analyse et sa modélisation. Afin d'élargir la réflexion autour de ces problèmes d'échelles, nous verrons de manière rapide comment ces problèmes, qui ne sont pas spécifiques au trafic, sont résolus dans d'autres disciplines. Cette présentation des problèmes d'échelles dans d'autres disciplines n'a clairement pas pour ambition d'être exhaustive ; il s'agit uniquement d'apporter des éléments de réflexion permettant d'enrichir l'analyse des modèles de trafic qui sera faite dans les chapitres II et III.

## I.1 Définition

Avant de présenter les problèmes d'échelles rencontrés en trafic, une première étape est de donner une définition de ce qu'on entend par problèmes d'échelles (même si une telle définition est difficile à établir de façon précise).

De façon générale, l'étude d'un objet (matériau, fluide, ...) peut se faire à des échelles différentes. On peut avoir une vision microscopique, c'est-à-dire très fine et détaillée du fonctionnement où on va chercher à représenter chaque élément constitutif du système en analysant ses interactions avec les autres éléments. A contrario, on peut avoir une vision macroscopique (c'est-à-dire plus globale) où on va regarder l'objet avec beaucoup moins de détail, seule comptant la description de son fonctionnement à un niveau agrégé.

Pour illustrer cette double approche, on peut prendre pour exemple l'étude d'un gaz. Dans l'approche microscopique, on s'intéresse aux molécules constitutives du gaz (l'ordre de grandeur du diamètre de ces molécules est de  $10^{-10}$ m). On va alors représenter les phénomènes d'interactions entre molécules. Ainsi, on définit des variables caractéristiques d'une molécule, par exemple le temps de vol (temps pendant lequel une molécule traverse l'espace entre deux collisions). Inversement, dans l'approche macroscopique, on s'intéresse non plus aux molécules mais à des variables agrégées de l'écoulement comme le débit ou la densité. Le nombre de particules considérées est alors très grand<sup>4</sup>. Pour donner un ordre de grandeur, le nombre d'Avogadro (qui représente le nombre de molécules contenues dans une mole de gaz pour une température de 0°C et une pression de 101,3 kPa) est de  $6,023 \times 10^{23}$ .

---

<sup>4</sup> Le nombre de particules présentes étant toujours très élevé, même à l'échelle du micron, cette approche continue est toujours valable. On verra dans la suite que ce n'est pas le cas en trafic.

Les exemples de ce type sont nombreux et montrent bien qu'un même objet peut être vu différemment selon l'approche considérée. Le choix de celle-ci est primordial car il conditionne les phénomènes qui seront représentés. Si on reprend l'exemple du gaz, on étudiera les phénomènes de collisions entre molécules dans l'approche microscopique, alors que dans l'approche macroscopique, on s'intéressera à des phénomènes plus globaux comme le transfert de masse, .... Il n'existe pas de continuum entre l'approche microscopique et l'approche macroscopique : chacune permet de représenter des phénomènes différents. Le choix de l'une ou de l'autre va donc dépendre de ce que l'on veut représenter, et donc du cadre applicatif dans lequel on va se placer.

On notera que, malgré la différence manifeste entre les deux approches, il est parfois possible d'établir un lien entre les deux et de déduire le fonctionnement global à partir du fonctionnement local. Par exemple, pour un gaz, la théorie cinétique permet de retrouver les équations décrivant le comportement macroscopique (les équations de Navier-Stokes par exemple) à partir de l'étude des interactions entre molécules.

Les problèmes d'échelles sont donc caractérisés par cette ambivalence des visions microscopique et macroscopique. Toute la difficulté dans l'étude d'un objet (pour lequel se posent ces problèmes) est de déterminer à quelle échelle se placer. Quels phénomènes seront représentés ? pour quel type d'application ?

## **I.2 Les problèmes d'échelles dans le cas des matériaux hétérogènes en génie civil**

Dans un premier temps, nous illustrerons cette définition dans un cas où les problèmes d'échelles sont déjà bien posés. Ceci va nous servir de référence pour nous aider à poser correctement le problème en trafic. Nous avons choisi de nous intéresser au cas des matériaux hétérogènes en génie civil (pour lequel une méthode de résolution des problèmes d'échelles sera décrite en I.4.1). La plupart des éléments de ce paragraphe sont tirés de [Boutin, 1994].

Par définition, les matériaux hétérogènes sont constitués de plusieurs éléments de nature et de forme différentes. Lorsqu'on étudie la réponse d'un tel matériau à une sollicitation dont la dimension caractéristique (la longueur d'onde par exemple) est grande par rapport à la taille des hétérogénéités, on s'aperçoit qu'elle est fortement liée à la nature, à la disposition ainsi qu'à la proportion des hétérogénéités qui le composent.

Pour illustrer ce point de façon très simple, on peut prendre l'exemple du béton. Dans sa formulation de base, il est composé de sable, de granulats et de ciment, ce dernier faisant office de liant. Les caractéristiques du béton (temps de prise, résistance à court terme, résistance à long terme) varient en fonction des propriétés de ces éléments. Par exemple, en fonction du type de ciment utilisé, un béton de composition identique aura une résistance à la compression différente<sup>5</sup>. La norme NF EN 196-1 définit ainsi des classes de

---

<sup>5</sup> Le lecteur pourra se référer à [Chanvillard, 1999] pour plus de détail sur la formulation du ciment et l'effet de ces différents composants.

ciment qui dépendent de la résistance à la compression du béton au bout de 28 jours dans le cas d'un essai normalisé. Un ciment de classe 32,5 donnera un béton dont la résistance sera de 30 MPa, contre une résistance de 50 MPa pour un ciment de classe 52,5. De façon identique, l'ajout d'autres éléments, comme le laitier vitrifié, les cendres volantes ou bien encore les fumées de silice, va permettre de modifier les propriétés du béton (notamment ces performances à long terme).

La question est alors la suivante : connaissant les propriétés de toutes les hétérogénéités qui composent un matériau, comment peut-on déterminer sa réponse à une sollicitation ? Comme pour les gaz, il existe deux visions possibles : la vision microscopique, et la vision macroscopique. La vision microscopique s'intéresse aux interactions entre les hétérogénéités qui composent le matériau, tandis que pour la vision macroscopique, l'échelle est celle de la dimension caractéristique du phénomène.

Connaissant la composition du matériau, il est possible d'en déduire ses propriétés au niveau microscopique, et donc de déterminer les variations du phénomène observé à l'échelle des hétérogénéités. En revanche, il est impossible de l'utiliser pour déterminer la réponse de la totalité du matériau. En effet, à l'échelle des applications habituelles, le nombre d'hétérogénéités à considérer est trop grand. Pour donner un exemple, il y a au moins un milliard de grains dans un litre de sable. Il est donc impossible de considérer de façon individuelle toutes les hétérogénéités d'un matériau pour déterminer sa réponse globale à l'échelle des applications en génie civil.

Seule la vision macroscopique, c'est à dire à l'échelle de la sollicitation, est adaptée à la description du phénomène pour l'ensemble du matériau.

Le problème est alors de déterminer le fonctionnement du matériau à l'échelle macroscopique connaissant ses propriétés à l'échelle microscopique. Nous verrons en I.4.1 une méthode de résolution de ce problème : il s'agit de la méthode d'homogénéisation.

Pour conclure, on est en présence d'un système dont le comportement à l'échelle des sollicitations dépend des interactions au niveau microscopique entre les différentes hétérogénéités qui le composent. Bien que permettant de décrire le comportement local du système, la vision microscopique n'est pas adaptée pour l'étudier à l'échelle des applications car le nombre d'hétérogénéités à considérer est trop grand. C'est ce qui justifie le choix de la vision macroscopique. Le problème est alors de déduire le comportement macroscopique du matériau connaissant son comportement microscopique.

### **I.3 Les problèmes d'échelles en trafic**

Les problèmes d'échelles tels que nous les avons présentés précédemment se retrouvent dans l'étude de l'écoulement du trafic routier. Nous allons montrer ici que visions microscopique et macroscopique s'entremêlent, que ce soit au niveau des phénomènes observés, des besoins applicatifs ou bien encore des types de représentation. Nous en concluons qu'il convient de s'interroger sur la façon dont sont prises en compte ces différences d'échelles dans la modélisation de l'écoulement.

### **I.3.1 Echelles des phénomènes de l'écoulement**

L'écoulement du trafic est le résultat d'une somme de comportements individuels. Chaque conducteur va interagir avec son environnement, c'est-à-dire les autres conducteurs et l'infrastructure sur laquelle il circule. L'observation de cet écoulement montre qu'il existe deux types de phénomènes : des phénomènes locaux, et des phénomènes globaux<sup>6</sup>. L'objectif de cette partie n'est pas de faire un catalogue des phénomènes à l'origine de l'écoulement mais plutôt de donner des exemples illustrant la diversité d'échelle qui existe entre ces phénomènes, et aussi de montrer que la frontière entre local et global est relativement diffuse. Par ailleurs, nous verrons que cet écoulement se caractérise par une forte hétérogénéité, voire même dans certains cas qu'il présente certaines propriétés que l'on peut qualifier de chaotiques.

#### ***I.3.1.a Définition des échelles globales et locales***

Avant d'aborder la description des phénomènes locaux et globaux, il est important de s'interroger sur ce qu'on entend par local et global. En trafic, il est relativement difficile (voire impossible) de déterminer avec précision les ordres de grandeur caractéristiques d'un phénomène local ou bien d'un phénomène global tant ces notions dépendent du contexte dans lequel on se place. On se contentera de dire que, en première approximation, un phénomène est local s'il n'implique qu'un petit nombre de véhicules, sur une étendue spatio-temporelle relativement faible, de l'ordre de quelques mètres et de quelques secondes. Pour qu'un phénomène soit considéré comme global, le nombre de véhicules impliqués devra être plus important (au moins de plusieurs dizaines de véhicules) et se produire sur des étendues spatio-temporelles de l'ordre de quelques centaines de mètres (voire kilomètres) et de la minute. Il nous semble difficile de donner une définition plus précise de la notion de phénomène global ou local étant donnée la diversité des conditions de trafic auxquelles on peut s'intéresser (milieu urbain, interurbain, ...). Il s'agit principalement de voir qu'un phénomène global concerne un assez grand nombre de véhicules et par conséquent est observable à un niveau agrégé, tandis qu'un phénomène local ne concerne qu'un nombre limité de véhicules, et donc ne peut être observé qu'en adoptant une vision microscopique du trafic.

#### ***I.3.1.b Des phénomènes globaux et des phénomènes locaux***

Les notions de phénomène global et local étant à présent définies, nous allons présenter un exemple de chacun de ces phénomènes, ce qui nous permettra d'illustrer cette différence d'échelles des phénomènes de l'écoulement.

L'exemple le plus illustratif de ce que peut être un phénomène global est la propagation d'une congestion sur autoroute. Si les raisons d'apparition de ces congestions sont encore mal connues et font encore actuellement l'objet de recherches, de nombreuses observations [Windover et Cassidy, 2001 ; Helbing, 2001 ; Daganzo, 2002] ont montré que

---

<sup>6</sup> Afin d'éviter toute confusion, nous emploieront ici les termes de local et global, et non ceux de microscopique et macroscopique. En effet, en théorie du trafic, les termes de microscopique et macroscopique sont des termes consacrés pour qualifier les modèles d'écoulement. Afin de bien différencier les phénomènes de la modélisation nous préférons employer des termes différents, même si dans l'esprit un phénomène local est un phénomène microscopique, et inversement un phénomène global est un phénomène macroscopique.

lorsqu'une congestion s'est créée, elle se propage sous la forme « d'ondes » séparant un état fluide d'un état congestionné<sup>7</sup>. Ces ondes se déplacent vers l'amont avec une vitesse comprise entre 10 et 20 km/h.

Les fortes congestions (telles qu'on peut les observer les jours de grand départ en vacances) se propagent sur des dizaines de kilomètres et pendant plusieurs heures. Elles sont caractérisées par des vitesses de véhicules et des débits très faibles, proches de zéro. La Figure I-1 illustre ce phénomène. Elle représente l'évolution dans l'espace et dans le temps du débit (noté  $q$  sur la figure et exprimé en véhicules par heures) sur une autoroute : plus la couleur est sombre, plus le débit est faible. On voit très nettement la propagation sous forme d'ondes de deux congestions qui se propagent vers l'amont. On remarque également que ces deux ondes ont une vitesse de propagation identique et qui reste constante. L'étude de ces phénomènes de congestion [Cassidy et Mauch, 2001] montre bien qu'il s'agit d'un phénomène global concernant un très grand nombre de véhicules et sur des étendues spatio-temporelles importantes.

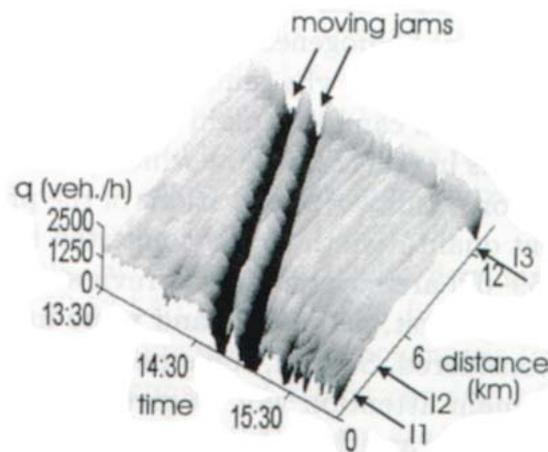


Figure I-1: Propagation de deux congestions sur l'autoroute A5-Nord en Allemagne, d'après [Kerner, 1999]

Inversement, le phénomène d'acceptation de créneaux est un phénomène local de trafic<sup>8</sup>. Il peut être défini de la façon suivante : prenons un véhicule qui souhaite effectuer un mouvement sur une voie différente de celle où il circule. Pour manœuvrer, il a besoin de disposer d'un certain temps pendant lequel aucun véhicule ne sera présent sur la voie où il souhaite effectuer sa manœuvre. Si ce temps n'est pas suffisant, la manœuvre est impossible et le véhicule doit attendre un créneau suffisant (on appelle créneau l'intervalle de temps qui sépare les instants de passage de deux véhicules sur la voie où il souhaite manœuvrer). Ce phénomène est clairement un phénomène local car il ne fait intervenir que quelques véhicules, sur une étendue spatio-temporelle très réduite.

<sup>7</sup> Les notions d'état fluide et congestionné seront définies précisément dans le chapitre II ; pour l'instant, on se contentera de dire que dans l'état fluide, les véhicules ont une vitesse élevée, tandis que leur vitesse est faible en congestion.

<sup>8</sup> Un exemple d'acceptation de créneaux sera présenté dans le chapitre VI.

Il existe différentes situations où un tel mécanisme existe. Prenons l'exemple classique d'un véhicule circulant sur une voie secondaire et souhaitant traverser une voie prioritaire au niveau d'une intersection (typiquement, un cédez-le-passage). Pour traverser, ce véhicule va mettre un certain temps (de l'ordre de quelques secondes). Il faut que ce véhicule attende un créneau dans le flux prioritaire qui soit supérieur à ce temps de traversée pour réaliser sa manœuvre. On retrouve également ce phénomène au niveau des bretelles d'insertion sur autoroute, ainsi que dans le processus de dépassement entre véhicules.

### ***1.3.1.c Lien entre les phénomènes locaux et globaux***

Si ces deux exemples montrent bien l'existence de phénomènes ayant lieu à des échelles locales et globales, nous allons voir que la frontière entre ces deux échelles est relativement floue. En reprenant les deux exemples décrits précédemment, nous allons voir qu'il y a une constante interaction entre le niveau local et le niveau global.

Il existe des congestions pour lesquelles le caractère global du phénomène peut sembler moins évident que ce que nous avons vu en I.3.1.b. Prenons l'exemple des congestions fantômes (« phantom traffic jams » en anglais). Ces congestions apparaissent sans raison évidente (sans qu'il y ait un accident ou une restriction de capacité par exemple). On constate seulement que lorsqu'une perturbation (qui reste à déterminer) apparaît dans une zone où les véhicules sont assez proches les uns des autres, il arrive que cette perturbation s'amplifie et donne naissance à une congestion. C'est ce que l'on peut observer sur la Figure I-2 où l'on représente la trajectoire des véhicules dans l'espace et dans le temps. On distingue nettement l'apparition « spontanée » d'une congestion qui se propage vers l'amont.

D'après Helbing [Helbing, 2001], l'origine de cette congestion peut être une perturbation assez faible, par exemple le simple changement de voie d'un véhicule. Pour donner un exemple concret typique de ce phénomène (et que chaque conducteur a déjà expérimenté), on peut prendre le cas d'un poids lourd qui change de voie pour dépasser un autre poids lourd sur autoroute. Dans ce cas, l'apparition d'un véhicule lent sur la voie médiane ralentit les véhicules plus rapides et crée une congestion.

Dans le cas de ces congestions fantômes, la propagation de la congestion reste un phénomène global car elle concerne un nombre significatif de véhicules et a une étendue spatiale et temporelle qui reste de l'ordre de plusieurs centaines de mètres et de la minute. Toutefois, son origine est très locale et ne concerne qu'un nombre restreint de véhicules. Il s'agit donc d'un phénomène global, mais son origine est de nature locale.

De façon identique, le phénomène d'acceptation de créneaux peut avoir une influence au niveau global. Ainsi, la capacité d'une intersection (c'est-à-dire le nombre maximum de véhicules pouvant la franchir) est directement liée à ce phénomène d'acceptation de créneaux. De même, au droit des entrecroisements autoroutiers, les phénomènes de changement de file ont un rôle majeur dans le fonctionnement global de l'infrastructure [Dijker et Schuurman, 2003].

Ces exemples illustrent le fait qu'en trafic, il n'existe pas de réelle séparation d'échelle (cette remarque est également faite par Helbing dans [Helbing et al., 2000]). S'il est manifeste qu'il existe des phénomènes globaux d'écoulement en tant que tels, il

apparaît également que ces phénomènes ne peuvent pas être entièrement décorrélés de certains phénomènes locaux.

Par conséquent, pour représenter la dynamique de l'écoulement, il faut à la fois s'intéresser aux phénomènes locaux et aux phénomènes globaux.

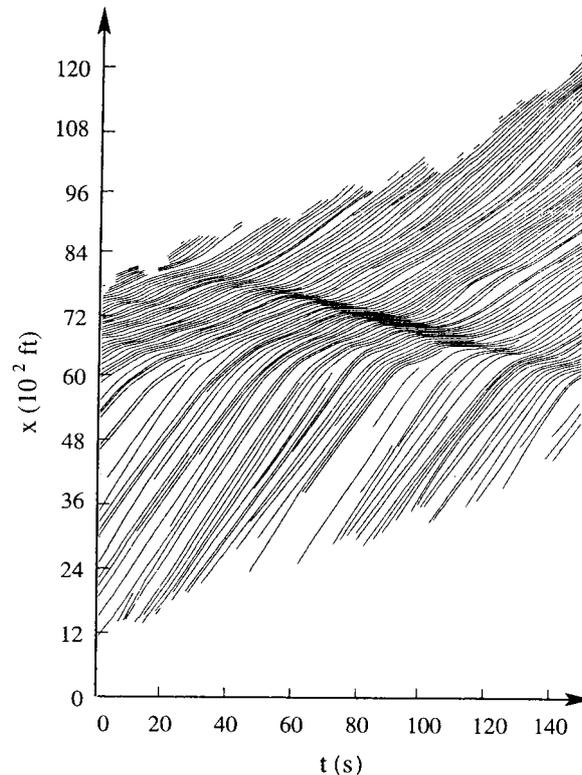


Figure I-2: Apparition d'un "phantom traffic jam", d'après [Helbing, 2001], à partir de données obtenues par photographie aérienne par Treiterer et Myers en 1974

### ***1.3.1.d Diversité de comportement***

Contrairement au cas classique de la mécanique des fluides où les molécules sont toutes similaires (et donc ont toutes un comportement identique), les « particules » de fluide que sont les couples véhicule-conducteur ont des comportements très variables de l'une à l'autre. Tout d'abord, les conducteurs ont des comportements différents, certains étant plus « agressifs » que d'autres. La réponse de deux « particules » face à une même situation est donc différente suivant le conducteur. De plus, tous les véhicules n'ont pas les mêmes caractéristiques. Par exemple, un poids lourd et un véhicule léger n'ont pas les mêmes possibilités d'accélération, ne roulent pas à la même vitesse, n'occupent pas le même espace sur la voie, ... Enfin, le comportement d'un même conducteur varie au cours de la journée en fonction de son état psychologique. Ses réactions vont dépendre de facteurs tels que son état de fatigue, de nervosité, du motif de son déplacement, ... Par exemple, d'après Daganzo [Daganzo, 2002], les conducteurs changent de comportement lorsqu'ils changent de voie sur autoroute : les conducteurs qui en dépassent d'autres deviennent plus « motivés » et acceptent des créneaux plus faibles pour changer de voie.

Toutes ces raisons expliquent la grande hétérogénéité de comportement des « particules » que sont les véhicules.

Cette diversité de comportement est à l'origine d'une forte variabilité des caractéristiques de l'écoulement. Ainsi, si on s'intéresse à la distribution des intervalles de temps entre les véhicules, il apparaît des fluctuations assez fortes pour un même état de trafic [Gerlough et Huber, 1975 ; Helbing, 2001]. De même, dans le cas de l'acceptation de créneaux, le créneau minimum à partir duquel un conducteur est prêt à effectuer sa manœuvre (appelé créneau critique) varie d'un conducteur à l'autre [Mahmassani et Sheffi, 1981].

Une conséquence de cette variabilité de l'écoulement est qu'il est relativement difficile d'extraire les phénomènes globaux à partir des données de trafic. Prenons l'exemple de l'analyse faite par Buisson<sup>9</sup> d'une mesure de débit sur autoroute. L'objectif ici n'est pas d'expliquer en détail comment on réalise cette mesure, mais de montrer la difficulté d'agrégation des données. Les données initiales sont des débits dix secondes<sup>10</sup> (c'est-à-dire le nombre de véhicules qui sont passés à cet endroit pendant dix secondes). L'objectif est de trouver la période d'agrégation optimale permettant de masquer le « bruit » dû aux variations locales et d'observer les variations globales du débit. Sur la Figure I-3, on a représenté les débits mesurés en un point en fonction de la période d'agrégation utilisée. Les périodes d'agrégation sont en abscisse et vont de dix secondes (données initiales) jusqu'à des périodes d'agrégation de sept minutes, balayant ainsi l'étendue des périodes classiquement utilisées en trafic.

S'il existait une séparation nette entre variations locales et variations globales du débit, on devrait observer une courbe dont l'enveloppe ait une allure identique à celle dessinée en rouge : une certaine dispersion des points pour les petites périodes d'agrégation (correspondant à la variation locale), la présence d'un « point critique » pour lequel l'enveloppe se rétrécit, puis un élargissement de l'enveloppe du fait des variations à un niveau global du phénomène. Lorsqu'une telle courbe est obtenue, elle montre qu'une séparation d'échelle existe, et que le point critique est la bonne échelle pour observer les variations à l'échelle globale. Ici, nous sommes loin d'obtenir ce type de résultat, ce qui montre qu'il n'y a pas de séparation nette entre l'échelle de variation locale et l'échelle de variation globale. En pratique, il est nécessaire de faire un compromis entre une période d'agrégation suffisamment grande pour que le débit soit représentatif, et suffisamment petite pour observer les variations globales du trafic.

---

<sup>9</sup> Buisson, C., Une note sur la relation fondamentale, **2003**, Rapport LICIT, à paraître.

<sup>10</sup> Ils ont été mesurés par CORALY sur le quai Perrache à Lyon les 4 et 5 novembre 1998.

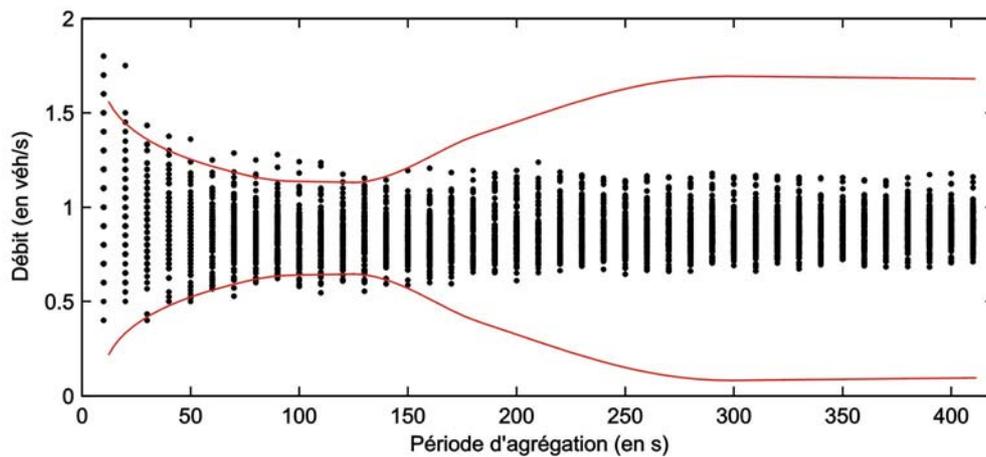


Figure I-3: Débits observés en un point en fonction de la période d'agrégation

Par ailleurs, cette diversité de comportement des véhicules engendre un comportement chaotique du trafic (dans le sens où il est très sensible aux conditions initiales<sup>11</sup>). Pour illustrer ce comportement chaotique, reprenons l'exemple des congestions fantômes. Del Castillo [Del Castillo, 2001] a montré que deux perturbations très similaires se produisant à des niveaux de débit identiques ne conduisent pas nécessairement au même résultat. A partir de mesures de la vitesse en différents points d'une autoroute, il a identifié deux événements localisés de chute brutale de la vitesse (cf. Annexe 1). Ses deux événements ayant des caractéristiques très similaires, on pourrait penser que leur effet sur l'écoulement va être de même nature. Or, si le premier se propage vers l'amont en s'amplifiant et conduit à une congestion, l'autre s'évanouit très rapidement. Cet exemple montre bien la sensibilité du trafic aux conditions initiales.

### ***1.3.1.e Conclusion***

Dans les paragraphes précédents, nous avons mis en évidence l'existence de phénomènes globaux et de phénomènes locaux. Si la définition du local et du global permet de distinguer relativement bien les deux, nous avons vu que la séparation entre ces phénomènes est très difficile à établir, voire impossible. En outre, il faut souligner que l'hétérogénéité du trafic engendre une forte variabilité de ces phénomènes. Il en ressort que l'étude de l'écoulement ne peut pas se faire sans tenir compte à la fois des variations au niveau local et des variations au niveau global.

### **1.3.2 Besoins des exploitants**

Un autre aspect des problèmes d'échelles en trafic concerne les applications pour lesquelles on souhaite modéliser le trafic. L'objectif de la modélisation est d'apporter aux exploitants des outils leur permettant de gérer au mieux leurs réseaux. Il est donc important de déterminer quelles sont les échelles de temps et d'espace pertinentes à leurs yeux.

<sup>11</sup> Une définition d'un système dynamique chaotique est disponible sur : IRIDIA, Définition du chaos déterministe [en ligne], disponible sur : <<http://iridia.ulb.ac.be/~cphilemo/tfe/node104.html>> (consulté le 10.02.2003).

### ***1.3.2.a Intérêt de la modélisation de l'écoulement pour les exploitants de la route***

Les exploitants des réseaux routiers ont pour mission de tirer le meilleur parti possible de l'infrastructure dont ils ont la charge. Les outils de simulation dynamique du trafic (logiciels de résolution numérique des modèles de trafic) sont « une aide à la décision supplémentaire venant utilement compléter la palette d'outils à leur disposition » [Künkel et Buisson, 2001]. Ils permettent d'évaluer en temps différé (également appelé hors-ligne) l'impact d'un nouvel aménagement, d'évaluer une mesure d'exploitation sur le trafic, et leur utilisation en temps réel (ou en-ligne) intéresse de plus en plus les exploitants. C'est pourquoi il est important que ces outils soient capables de représenter correctement la dynamique du trafic à des échelles spatio-temporelles couramment utilisées par les exploitants.

### ***1.3.2.b Echelles de temps et d'espace utilisées par les exploitants***

Les exploitants ont en charge des réseaux aux caractéristiques très diverses. On peut distinguer trois grands types de réseaux : les réseaux urbains, les réseaux interurbains, et les voies rapides urbaines. Les besoins des exploitants en termes de représentation du trafic sont conditionnés par un certain nombre d'éléments qui dépendent du type de réseau.

Ainsi, les moyens dont il dispose pour agir sur le réseau conditionnent l'échelle à laquelle ils souhaitent représenter le trafic. En milieu urbain par exemple, l'exploitant pourra s'intéresser au réglage du cycle d'un carrefour à feu, et ainsi travailler à l'échelle de la seconde et de la dizaine de mètres. En milieu interurbain, une action de délestage d'une autoroute conduira l'exploitant à considérer l'écoulement à une échelle de l'ordre de l'heure et de la dizaine de kilomètres.

Les données (seul moyen pour l'exploitant de connaître l'état de son réseau) sont également une contrainte. Un exploitant ne peut pas travailler à une échelle plus fine que celle des données dont il dispose. Assez logiquement, on ne cherchera pas à travailler à l'échelle de la seconde si les données disponibles sont des données horaires.

La structure du réseau est également un élément qui impose à l'exploitant des contraintes sur les échelles à considérer. Ainsi, en milieu urbain, la distance entre les intersections est de l'ordre de la centaine de mètres, ce qui est une exigence spatiale relativement forte.

Il ressort de tout ceci que les échelles pertinentes pour les exploitants sont très variables et s'étalent de la seconde à la journée. De plus, ces différentes échelles peuvent se croiser au sein d'un même réseau. Dans les grandes agglomérations par exemple, les voies rapides urbaines sont en interaction directe avec le réseau de surface. Les exploitants (que ce soit des voies rapides ou bien du réseau de surface) sont donc intéressés par des outils leur permettant de représenter à la fois le réseau de voies rapides à une échelle globale (afin de représenter les heures de pointe, les variations journalières) et le réseau de surface à une échelle plus locale (afin de représenter la dynamique au niveau des carrefours). De même, en interurbain, les exploitants ont une vision à l'échelle de l'heure et de la dizaine de kilomètres du fonctionnement de l'infrastructure, mais ils sont également demandeurs d'outils leur permettant de modéliser à une échelle plus fine

certains éléments singuliers du réseau (comme les entrecroisements, les bretelles d'accès ou bien encore les gares de péage).

### ***1.3.2.c Influence sur les phénomènes à considérer***

L'échelle pertinente pour l'exploitant va avoir tendance à conditionner les phénomènes à prendre en compte. Assez naturellement, on considère les phénomènes globaux prépondérants pour de grandes échelles spatio-temporelles sur des réseaux étendus (une section autoroutière par exemple), et à l'inverse les phénomènes locaux pour des échelles plus petites (comme celle du carrefour en milieu urbain).

Toutefois, nous avons vu précédemment que le problème est plus complexe car il n'existe pas de séparation d'échelle nette entre les phénomènes locaux et globaux. Il est donc impossible de les négliger totalement et, même à une grande échelle, il faudra intégrer l'effet des phénomènes locaux et de la variabilité puisque ces deux aspects peuvent avoir des effets importants au niveau global (comme la naissance d'une congestion).

## **1.3.3 Représentations possibles du trafic**

Pour finir cette étude des problèmes d'échelles tels qu'on les rencontre en trafic, on va s'intéresser aux différentes visions possibles de l'écoulement. Il ressort assez nettement de ce qu'on a vu précédemment qu'il existe deux approches distinctes permettant d'étudier le trafic, comme pour l'étude des gaz : la vision microscopique et la vision macroscopique.

### ***1.3.3.a Vision microscopique***

La façon la plus naturelle de décrire le trafic est de le voir de façon microscopique, c'est-à-dire en regardant chaque véhicule de façon individuelle. Dans ce cas, on décrit le comportement de chaque couple véhicule-conducteur en fonction des conditions de trafic qu'il rencontre. On étudie alors l'ensemble des trajectoires individuelles. Les variables utilisées pour décrire l'écoulement sont donc des variables cinématiques : la position, la vitesse et l'accélération de chaque véhicule.

Cette vision très détaillée du trafic semble a priori bien adaptée à une représentation des phénomènes locaux de l'écoulement du fait de l'individualisation des véhicules.

### ***1.3.3.b Vision macroscopique***

Une autre façon de voir le trafic est de le considérer comme un flux, par analogie avec la mécanique des fluides. Il s'agit de la vision macroscopique. On regarde alors comment se propagent les véhicules à travers des variables agrégées : le débit, la concentration (nombre de véhicules par unité d'espace) ou bien encore la vitesse du flot (vitesse moyenne des véhicules)<sup>12</sup>.

Cette vision du trafic repose sur une hypothèse de continuité qui est évidemment loin d'être totalement vérifiée du fait du faible nombre de « particules » constituant le flux. D'après Lebacque [Lebacque, 1995a], même à l'échelle du kilomètre, échelle pertinente pour les applications en trafic, la concentration maximum étant inférieure à 200 véh/km par

---

<sup>12</sup> Ces variables seront définies plus précisément dans le chapitre II.

voie, une différence d'un véhicule n'est pas complètement négligeable pour la définition de la concentration moyenne.

Toutefois, cette vision est très souvent utilisée car elle donne une vision synthétique des problèmes. De plus, de la même façon que la vision microscopique semble a priori plus adaptée à la représentation des phénomènes locaux, la représentation macroscopique semble plus adaptée à la représentation des phénomènes globaux.

### **I.3.4 Conclusion**

Dans cette partie, nous avons vu que l'écoulement du trafic routier est la résultante d'une somme de phénomènes qui ont lieu à des échelles d'espace et de temps très variées, allant d'un niveau local à un niveau beaucoup plus global. Nous avons également montré que la frontière entre local et global est relativement perméable et qu'il est assez difficile de la définir avec précision, notamment du fait de l'hétérogénéité du trafic. Nous avons alors conclu qu'il n'existe pas de séparation d'échelle en trafic, ce qui ne sera pas sans conséquences sur sa modélisation.

Par ailleurs, l'analyse des besoins des exploitants a montré que les situations auxquelles on s'intéresse sont très diverses et que les échelles considérées par les exploitants vont d'un niveau très local à un niveau beaucoup plus global. Il est donc nécessaire de se demander comment intégrer les différents phénomènes de trafic à ces différentes échelles.

Enfin, il y a différentes façons de considérer le trafic : soit la vision microscopique où tous les véhicules sont individualisés, soit la vision macroscopique où le trafic est assimilé à un flux.

Pour toutes ces raisons, qui constituent pour nous l'essentiel des problèmes d'échelles en trafic, la modélisation de l'écoulement s'avère être une tâche relativement complexe. Du fait de cette diversité des échelles à considérer et de l'hétérogénéité du trafic, est-il possible de construire un modèle « universel » répondant à tous ces problèmes ? S'il est clair qu'un tel modèle est utopique dans le domaine du trafic, on peut néanmoins s'interroger sur les modèles existants : quels phénomènes sont pris en compte par les modèles ? pour quels types d'applications ? comment est prise en compte la variabilité du trafic ? quelle est la vision adoptée ? Notamment, du fait qu'il n'existe pas de séparation d'échelles entre les phénomènes, que les applications font intervenir à la fois les phénomènes locaux et globaux sur des échelles d'espace et de temps variées et qu'il existe une vision microscopique et une vision macroscopique du trafic, on peut se poser les questions suivantes : dans quelle mesure les modèles de trafic existants prennent en compte ces phénomènes ? quelle est l'influence de la vision adoptée sur les possibilités de description des phénomènes locaux ? des phénomènes globaux ?

## **I.4 Exemples de résolution des problèmes d'échelles dans d'autres disciplines**

Avant d'aller plus loin dans la réponse apportée par les modèles d'écoulement du trafic aux problèmes d'échelles, il est intéressant de voir quelques solutions apportées dans d'autres disciplines dans lesquelles se présentent des problèmes du même ordre. Notre

objectif est d'apporter un éclairage nouveau sur l'étude des modèles d'écoulement du trafic qui sera faite dans les chapitres II et III au vu de ces solutions. Il ne s'agit pas d'être précis et exhaustif sur ces méthodes, mais de montrer en quoi ces solutions apportent une réponse pertinente à des problèmes relativement proches de ceux évoqués précédemment, et de donner un aperçu de leur cadre méthodologique.

Dans un premier temps, nous étudierons la méthode d'homogénéisation à travers l'étude des matériaux hétérogènes. Notre objectif est de montrer comment on peut déduire de façon rigoureuse le comportement macroscopique d'un matériau à partir d'une analyse de son comportement microscopique dès qu'il existe un certain nombre de « bonnes » propriétés, dont la séparation d'échelle. L'intérêt de la description de cette méthode est de permettre d'insister dans le chapitre II sur le fait que la non-séparation d'échelle en trafic est un frein au passage rigoureux du microscopique vers le macroscopique.

Dans un deuxième temps, nous verrons la méthode de couplage des modèles, ou hybridation. Cette approche permet d'intégrer l'effet des phénomènes locaux mal décrits par une modélisation macroscopique en couplant ce modèle avec un modèle microscopique décrivant correctement ces phénomènes. L'idée est d'adapter le modèle utilisé à l'échelle des phénomènes. Notre objectif est de montrer que la modélisation hybride du trafic telle qu'elle sera développée dans le chapitre III n'est pas aussi atypique qu'il n'y paraît, et que l'on retrouve des approches similaires dans d'autres disciplines. Il s'agit également de prendre appui sur les solutions proposées dans ces disciplines pour faire des analogies avec les solutions proposées en trafic.

#### **I.4.1 Un exemple d'intégration des propriétés microscopiques au niveau macroscopique : la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques**

Cette partie est très largement inspirée de [Boutin, 1994], ainsi que de conversations informelles avec l'auteur, que nous tenons ici à remercier pour sa disponibilité. Nous allons décrire la méthode d'homogénéisation, et plus particulièrement l'homogénéisation des milieux périodiques appliquée au cas des matériaux hétérogènes, méthode utilisée dans de nombreux domaines de la physique.

Lorsque l'on s'intéresse à un matériau hétérogène (comme un sol ou un béton), le nombre d'hétérogénéités étant très important, il est impossible de toutes les prendre en compte individuellement. Toutefois, il est primordial d'introduire cette hétérogénéité du matériau dans l'étude de sa réponse à une sollicitation. L'idée de l'homogénéisation est de donner une description globale de cette réponse en cherchant un milieu continu homogène fictif dont le comportement soit équivalent à celui du matériau hétérogène réel. Il s'agit donc de trouver le comportement macroscopique du matériau à partir de son comportement microscopique.

##### ***1.4.1.a Généralités sur l'homogénéisation***

La méthode d'homogénéisation n'est pas applicable dans tous les cas. Elle dépend du couple matériau-phénomène. Celui-ci doit satisfaire deux propriétés essentielles afin d'appliquer cette méthode :

- il doit exister une taille caractéristique  $l$  du matériau (c'est-à-dire une taille qui soit représentative de l'ensemble des hétérogénéités et de leur structure) ;
- la taille caractéristique  $L$  du phénomène doit être grande vis-à-vis de  $l$  (il faut au moins un facteur dix entre les deux) : c'est l'hypothèse de séparation d'échelle.

La justification de ces deux propriétés est qu'il est impossible d'obtenir une description globale du matériau si le phénomène étudié varie trop fortement au niveau local.

Dans ces conditions, le matériau vérifie une certaine invariance au niveau local, et il est possible de définir un volume élémentaire représentatif  $\Omega$  (cf. Figure I-4). L'intérêt de celui-ci est qu'il suffit de connaître ses propriétés microscopiques pour en déduire le comportement de l'ensemble du matériau. Toute la difficulté dans la définition de ce volume (qui dépend bien entendu du phénomène) est qu'il ne doit être ni trop grand (pour respecter la séparation d'échelle), ni trop petit (pour être représentatif).

Il est intéressant de remarquer que l'organisation du matériau au niveau microscopique joue un rôle qui dépend de la séparation d'échelle : plus  $L$  se rapproche de  $l$ , plus le phénomène est sensible aux variations locales de la structure du matériau. Ceci n'est pas sans rappeler la sensibilité des phénomènes globaux aux variations locales de trafic (comme dans le cas de la propagation d'une congestion fantôme étudiée en I.3.1.d), et donc renforce l'idée que la non-séparation d'échelle en trafic pose des problèmes pour déterminer son fonctionnement à un niveau global.

Pour finir sur cette présentation très générale de l'homogénéisation, on distingue trois méthodes différentes d'homogénéisation : la méthode fondée sur le calcul de moyennes, les méthodes statistiques et la méthode des milieux périodiques. Nous allons développer cette dernière dans la suite afin de voir ses fondements théoriques.

#### ***1.4.1.b Méthode d'homogénéisation des milieux périodiques***

On définit le « petit paramètre »  $\varepsilon$  comme le rapport entre la taille caractéristique microscopique  $l$  et la taille caractéristique macroscopique  $L$ . Une conséquence directe de l'hypothèse de séparation d'échelle énoncée précédemment est que ce paramètre est très petit devant 1 :

$$\varepsilon = \frac{l}{L} \ll 1.$$

L'intérêt de ce paramètre est qu'il permet d'introduire une double échelle pour décrire le matériau. Si on note  $X$  la variable d'espace, on définit deux variables d'espace adimensionnelles,  $x$  et  $y$ , correspondant respectivement aux variations à l'échelle macroscopique et microscopique, en posant :

$$x = X/L \text{ et } y = X/l.$$

Ainsi, suivant le problème à traiter, une même quantité  $\phi$  pourra être vue soit du point de vue macroscopique (en fonction de  $x$ ), soit du point de vue microscopique (en fonction de  $y$ ), comme le montre la Figure I-4. Du fait de l'invariance spatiale des

phénomènes (une conséquence des conditions de l'homogénéisation),  $\phi$  est nécessairement  $\Omega$ -périodique selon la variable  $y$ .

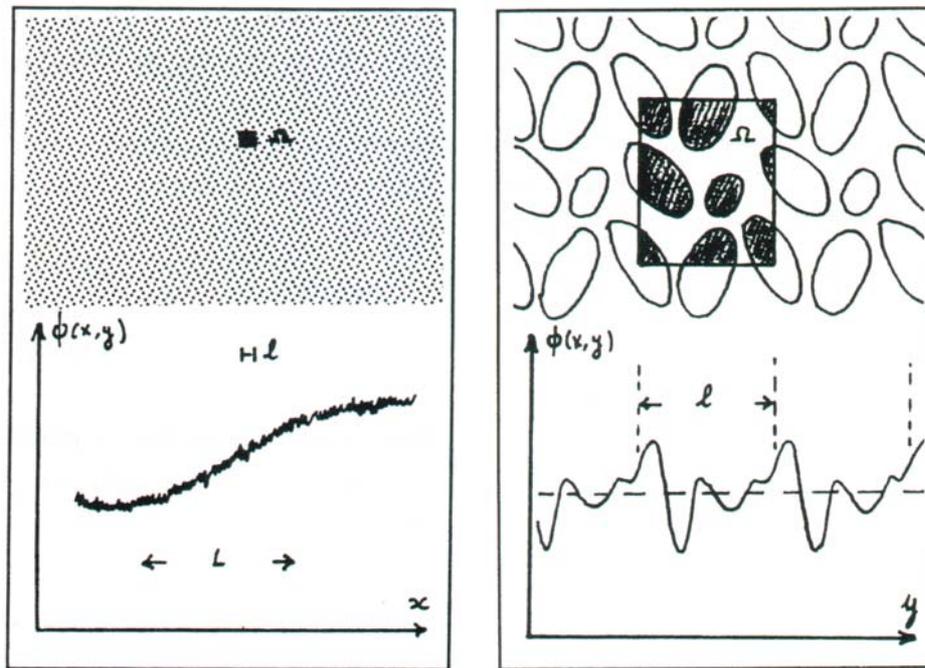


Figure I-4: Variations de la quantité  $\phi$  à l'échelle macroscopique (figure de gauche) et à l'échelle microscopique (figure de droite), d'après [Boutin, 1994].

Afin d'obtenir une description correcte de la physique à l'échelle microscopique, on réalise une analyse dimensionnelle du problème. Cette analyse physique des phénomènes est très importante car elle conditionne la validité de la description macroscopique obtenue ensuite.

La clef de l'homogénéisation est alors d'exprimer le problème sous forme adimensionnelle en exprimant tous les paramètres sous la forme de puissances d' $\varepsilon$ . Comme  $\varepsilon \ll 1$ , ceci permet de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes des équations décrivant le comportement microscopique. On en déduit alors le comportement macroscopique du matériau.

Le détail « technique » de cette transformation des équations microscopiques sort de notre cadre initial de description générale des méthodes d'homogénéisation. Nous retiendrons uniquement qu'elle s'organise en deux étapes. La première est le développement asymptotique de chaque variable en puissance de  $\varepsilon$ , l'objectif étant d'obtenir une série d'équations correspondant à un découplage entre les différents ordres en  $\varepsilon$ . Dans la seconde, on obtient les équations de bilan à l'échelle macroscopique à partir des bilans microscopiques et de la propriété de périodicité des variables.

Nous n'irons pas plus loin dans la description de cette méthode, et le lecteur est renvoyé à [Boutin, 1994] pour des exemples concrets d'application (bétons bitumineux, fluides à bulles, ...), ou bien pour plus de détails sur la transformation des équations.

### ***1.4.1.c Conclusion***

La description de la méthode d'homogénéisation montre que, dans le cas d'une séparation d'échelle nette, le passage des équations décrivant le comportement microscopique à celles décrivant le comportement macroscopique peut être fait de façon rigoureuse. Le petit paramètre  $\varepsilon$ , reflet de cette séparation d'échelle, est d'une importance capitale dans la méthode. Tout d'abord, il est au cœur du processus de transformation des équations. Mais surtout, il fournit une précision de la description macroscopique : dans le cas (très usuel) où seuls sont considérés les termes significatifs en  $\varepsilon$ , on sait que la description homogénéisée n'est valable qu'à  $\varepsilon$  près.

Nous verrons dans le chapitre II que dans le domaine du trafic routier, cette rigueur dans le passage des équations microscopiques aux équations macroscopiques est très rare. Il s'agit là d'une conséquence de l'absence de séparation d'échelle.

### **1.4.2 Couplage de modèles différents**

Lorsqu'il est impossible d'intégrer dans la modélisation macroscopique les effets de certains phénomènes locaux, une autre possibilité pour intégrer ces effets dans la modélisation est le couplage de modèles.

Si on se trouve dans le cas où on dispose de deux modèles, l'un microscopique, l'autre macroscopique, chacun décrivant correctement les phénomènes soit à l'échelle microscopique, soit à l'échelle macroscopique, et qu'il est nécessaire pour une application donnée de tenir compte à la fois des deux types de phénomènes, quel modèle appliquer ? Il est évident que le modèle macroscopique ne conviendra pas car il ne représente pas correctement les phénomènes microscopiques. A l'inverse, le modèle microscopique peut ne pas convenir, et ce pour de diverses raisons : mauvaise reproduction des phénomènes macroscopiques, temps de calcul trop longs, ... Une solution est alors de coupler les deux modèles ; le système à modéliser est découpé en différentes zones en fonction des phénomènes caractéristiques de chacune, et, pour chaque zone, on utilise le modèle le plus approprié à la description de ces phénomènes. C'est ce que nous appellerons couplage de modèles ou hybridation.

#### ***1.4.2.a Quelques exemples de modélisation hybride***

La littérature traitant de ce sujet est relativement récente, à l'exception d'un ou deux articles pionniers écrits dans les années 80-90. On retrouve ce type de modélisation dans des domaines très divers : l'étude de la croissance de cristaux en solution [Mizuseki et Kawazoe, 1999], la propagation d'une fracture dans une pièce de silicone [Abraham et al., 1998], la productique [Williams et Ahitov, 1996], l'écoulement d'un fluide [Flekkøy et al., 2000 ; Garcia et al., 1999 ; Hadjiconstantinou et Patera, 1997 ; Li et al., 1998], avec des applications particulières comme la modélisation de l'écoulement du sang dans le corps humain [Quarterony et Veneziani, 2003], et bien d'autres, comme en témoignent ce bulletin de recherche [Materials Research Society, 2001] et la récente revue « Multiscale Modeling and Simulation ».

Nous ne nous lancerons pas dans une étude exhaustive de toutes les modélisations hybrides existantes. Nous allons nous limiter aux modèles hybrides développés en mécanique des fluides du fait de la proximité de ce domaine avec celui qui nous intéresse.

L'intérêt de l'analyse de ces modèles est d'apporter dans l'étude des modèles hybrides telle qu'elle sera abordée dans le chapitre III des éléments théoriques provenant d'autres disciplines, mais aussi de pouvoir adapter les méthodes de modélisation de la mécanique des fluides au cas particulier du trafic par simple analogie.

### ***1.4.2.b Cas des modèles hybrides en mécanique des fluides***

#### *1.4.2.b.(i) Nature du problème*

Il existe divers cas pour lesquels il est nécessaire de recourir à une modélisation hybride, mais tous ont en commun la nécessité d'utiliser deux modèles différents de façon simultanée. Celle-ci s'explique par la combinaison de deux problèmes qui sont :

- des besoins en temps de calcul et en données trop importants si on utilise le modèle microscopique pour la totalité du système ;
- une mauvaise description par le modèle macroscopique de certains phénomènes microscopiques particuliers.

L'intérêt de la modélisation hybride est donc à la fois d'améliorer la description de certains phénomènes locaux (par rapport à une modélisation uniquement macroscopique) tout en restant dans des limites réalistes en ce qui concerne la puissance de calcul nécessaire. On retrouve ces problèmes dans diverses applications, dont voici quelques exemples.

Le premier [Le Tallec et Mallinger, 1997] concerne l'étude de l'écoulement de l'air autour d'un véhicule spatial lors de sa réentrée dans l'atmosphère à des altitudes comprises entre 70 et 90 km . Pour les altitudes supérieures et inférieures, on ne rencontre pas de problème justifiant l'hybridation. En revanche, pour ces altitudes, on se retrouve dans le cas d'un régime de transition, c'est-à-dire que le nombre de Knudsen<sup>13</sup> est intermédiaire (de l'ordre de 1). Les équations macroscopiques (Navier-Stokes) ne sont donc plus valides au niveau de la zone en contact avec l'objet, et il est nécessaire d'utiliser un modèle cinétique pour décrire la dynamique des molécules de gaz dans cette zone. On retrouve des problèmes similaires dans l'étude des écoulements hypersoniques raréfiés [Wadsworth et Erwin, 1990].

Un deuxième exemple [Hadjiconstantinou, 1999] concerne l'étude de l'écoulement de plusieurs fluides qui ne se mélangent pas. Le problème est alors l'étude de l'interface entre ces fluides. En effet, les modèles macroscopiques d'écoulement classiques n'arrivent pas à reproduire les phénomènes complexes qui conduisent au déplacement de ces interfaces sans mélange des fluides.

#### *1.4.2.b.(ii) Modélisations existantes*

Un certain nombre de modèles hybrides ont été développés afin de répondre à ces problèmes. Nous allons rapidement passer en revue certains d'entre eux en expliquant pour

---

<sup>13</sup> Le nombre de Knudsen est le rapport entre le libre parcours moyen d'une molécule et la taille caractéristique de l'objet avec lequel les molécules rentrent en contact, le libre parcours moyen étant la distance parcourue par une molécule entre deux collisions (il est donc proportionnel au temps de vol).

chacun son principe général et ses principales caractéristiques. On choisira alors l'un d'entre eux que l'on détaillera davantage.

Il ressort de l'analyse des différents modèles qu'il existe deux façons de traiter l'échange des conditions aux limites au niveau des interfaces entre zones. Le modèle développé dans [Hadjiconstantinou et Patera, 1997] permet de coupler les modèles microscopique et macroscopique de façon ponctuelle, tandis que tous les autres modèles que nous présenterons ici ont recours à une zone de transition faisant coexister les deux modèles. Ce couplage ponctuel entre les modèles présente l'avantage de les séparer de façon nette et de donner une vision très claire du couplage. Toutefois, cette transition ponctuelle impose une certaine « rigueur » dans la transmission des conditions aux limites, ce qui restreint l'usage de ce modèle à l'étude d'états stationnaires.

Dans les autres modèles, la transmission des conditions aux limites s'effectue par l'intermédiaire d'une zone de transition. Le principal avantage de celle-ci est d'autoriser davantage de souplesse dans cette transition entre les deux modèles. Un premier modèle développé dans [O'Connell et Thompson, 1995] utilise une zone de transition, mais il reste d'un usage limité : il ne permet pas d'échange de masse et d'énergie entre les zones microscopique et macroscopique, et surtout il se limite au cas où le modèle microscopique a un comportement strictement identique à celui du modèle macroscopique. Il s'agit là d'une limitation assez forte étant donné qu'un des objectifs des modèles hybrides est de traiter des applications où le modèle macroscopique ne décrit pas correctement la dynamique de phénomènes locaux (et donc diffère du modèle microscopique). A notre connaissance, il existe deux modèles utilisant une zone de transition autorisant des échanges entre zones : le modèle développé dans [Garcia et al., 1999], adapté pour les systèmes dilués, et celui développé dans [Flekkøy et al., 2000], qui s'applique également aux systèmes denses. Ce dernier modèle est un des seuls à être explicitement fondé sur l'échange direct des flux entre les zones. C'est ce modèle que nous allons détailler dans la suite car c'est celui qui se rapproche le plus des problèmes que l'on peut rencontrer en trafic.

#### *1.4.2.b.(iii) Le modèle de Flekkøy, Wagner et Feder*

Comme nous l'avons vu précédemment, ce modèle repose explicitement sur l'échange direct de flux entre les zones. Pour ce faire il utilise une zone de transition dont le fonctionnement est illustré sur la Figure I-5. Cette zone permet un passage en deux temps des conditions aux limites. Dans un premier temps, la zone  $P \leftarrow C$  permet d'imposer le flux continu du modèle macroscopique au modèle microscopique. A l'inverse, la zone  $P \rightarrow C$  permet d'imposer le flux de particules au modèle macroscopique.

Imposer les conditions aux limites au modèle macroscopique (zone  $P \rightarrow C$ ) est simple car celui-ci est résolu par différences finies. Il suffit de remplacer les flux aux interfaces du modèle macroscopique par les moyennes obtenues par agrégation au niveau des particules.

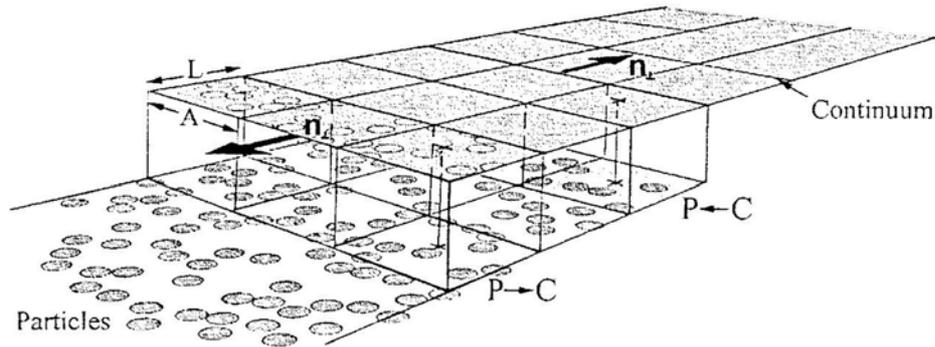


Figure I-5: Zone de transition entre les zones macroscopique et microscopique dans le modèle de Flekkøy, Wagner et Feder.

Imposer les conditions aux limites issues du modèle macroscopique au modèle microscopique se révèle plus difficile. En effet, il manque de l'information concernant la répartition des particules dans la zone (la dispersion au niveau des particules n'est pas contenue dans l'information moyenne délivrée par le modèle macroscopique). Si le nombre de particules à introduire (ou à enlever) dans cette zone est facile à déterminer à partir du flux macroscopique, il est en revanche beaucoup plus difficile de déterminer leur position et leur vitesse individuelles à partir de valeurs moyennes (comme la vitesse moyenne). Les auteurs proposent alors de déterminer arbitrairement leur répartition à partir d'une fonction prenant en compte la force exercée par l'ensemble des particules sur chacune d'entre elles.

On notera que dans ce modèle, les aspects stochastiques sont présents dans la zone particulaire, mais sont totalement absents de la zone continue. C'est d'ailleurs ce qui pose problème et oblige à reconstruire une information manquante.

Afin de valider leur modèle, les auteurs proposent de le tester dans le cas de scénarios élémentaires où la solution est bien connue : l'écoulement de Couette (écoulement parallèle aux interfaces) et l'écoulement de Poiseuille (écoulement perpendiculaire aux interfaces). Il s'agit de comparer les résultats obtenus avec ceux du modèle macroscopique utilisé seul dans des cas où le modèle macroscopique reste valable dans la zone microscopique (c'est-à-dire des cas où le modèle hybride ne se justifie pas). Les résultats de la Figure I-6 montrent que la partie microscopique donne des résultats agrégés très proches de ceux du modèle macroscopique. Les auteurs en concluent que le traitement des interfaces proposé est valide puisque les résultats sont très proches quand on décrit des phénomènes identiques.

Le principal intérêt de ce modèle hybride par rapport à ceux décrits précédemment est qu'il obéit aux lois de conservation de base même si la description macroscopique du comportement des particules dans la zone considérée n'est pas connue. C'est donc celui qui répond le mieux au problème initial, à savoir l'utilisation d'un modèle microscopique au niveau de zones où le modèle macroscopique ne représente pas correctement les phénomènes.

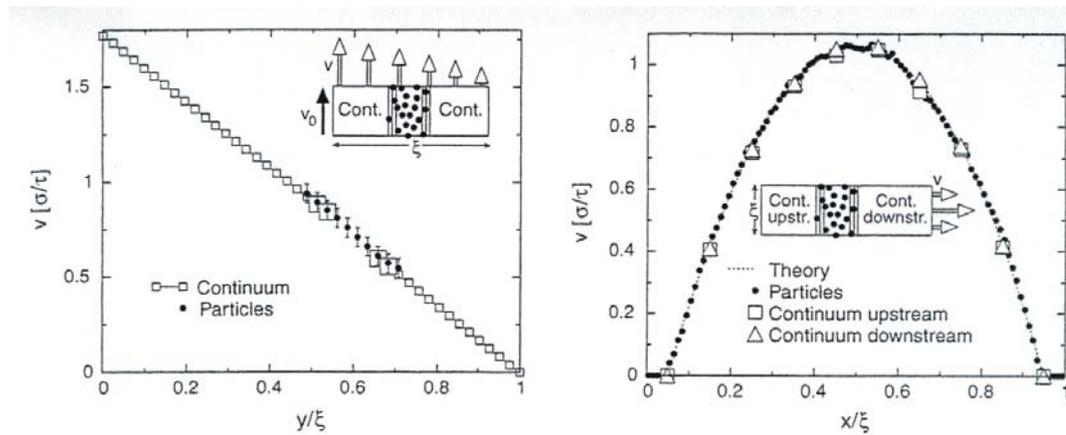


Figure I-6: Résultats du modèle hybride dans le cas d'un écoulement de Couette (figure de gauche) et d'un écoulement de Poiseuille (figure de droite), d'après [Flekkøy et al., 2000].

### I.4.2.c Conclusion

Cette description rapide de modèles hybrides en mécanique des fluides nous montre que ce type de modélisation permet de répondre aux problèmes d'échelles en combinant les avantages des modélisations macroscopique et microscopique. Dans les cas traités précédemment, il s'agit de combiner la rapidité de calcul des modèles macroscopiques avec la possibilité de décrire des phénomènes complexes des modèles microscopiques.

Nous avons également pu remarquer que la plupart de ces modèles ont recours à des zones de transition afin de faire communiquer les deux modèles sans trop de « rigidité » dans la transmission des conditions aux limites.

Enfin, sur un exemple particulier de modèle hybride, nous avons pu voir les principes généraux d'une procédure de couplage et sa validation numérique.

Tous ces éléments seront repris dans le chapitre III afin de nous aider dans l'établissement d'une théorie des modèles hybrides de trafic.

## I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que les problèmes d'échelles en trafic routier, que l'on rencontre aussi dans de nombreuses disciplines, se posent à différents niveaux. Tout d'abord, les phénomènes qui régissent l'écoulement ont lieu à la fois à un niveau local et à un niveau global, sans qu'il existe de réelle séparation d'échelle entre les deux (les phénomènes locaux peuvent avoir des conséquences au niveau global, conséquences qui sont d'autant plus difficiles à déterminer que le trafic se caractérise par une forte variabilité). Par ailleurs, les échelles d'espace et de temps pertinentes pour les applications sont elles aussi très diverses et, suivant le cas, il sera plus ou moins nécessaire de prendre en compte certains phénomènes plutôt que d'autres. Enfin, il existe différentes façons de voir le trafic : une vision microscopique où tous les véhicules sont individualisés et une vision macroscopique où le trafic est vu comme un flux continu.

Il ressort de ce constat des problèmes d'échelles que les modèles d'écoulement, qu'ils adoptent la vision microscopique ou bien macroscopique, doivent intégrer cette diversité d'échelles des phénomènes pour répondre aux besoins des différentes applications. Il est alors naturel de se poser les questions suivantes : comment les modèles

de trafic existants répondent à ces problèmes d'échelles ? dans quelle mesure les modèles utilisant une vision macroscopique intègrent-ils les phénomènes locaux ? A l'inverse, les modèles utilisant une vision microscopique du trafic sont-ils adaptés à des applications sur de grandes échelles de temps et d'espace ? Comment intégrer dans ces modèles la variabilité du trafic ?

La description de la méthode d'homogénéisation nous a montré que dans certaines conditions, il est possible d'intégrer le comportement microscopique d'un matériau hétérogène au niveau macroscopique. Une approche similaire existe-t-elle en trafic ? Dans quelle mesure la non-séparation d'échelle est-elle un frein à cette approche ? Nous tenterons de répondre à ces questions dans le chapitre II.

Nous verrons également qu'il existe des modèles hybrides d'écoulement du trafic routier relativement proches de ceux que nous avons vu dans le cadre de la mécanique des fluides. Nous étudierons alors ce type de modélisation dans le chapitre III à la lueur des différents éléments que nous avons vu en I.4.2.



# Chapitre II : Les modèles d'écoulement du trafic face aux problèmes d'échelles

Dans ce chapitre, nous allons tenter de répondre aux questions soulevées par l'analyse des problèmes d'échelles réalisée dans le chapitre précédent.

Nous commencerons par une description rapide des modèles d'écoulement existants, classiquement divisés en deux catégories : les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. En étudiant les liens qui unissent ces deux types de modèles, nous verrons que cette classification n'est pas la mieux adaptée pour rendre compte des échelles des phénomènes. Ceci nous conduira à définir une nouvelle classification fondée sur deux critères : le type de représentation et la loi de comportement du modèle.

Nous présenterons ensuite les méthodes permettant d'introduire dans ces modèles les effets de la diversité de comportement des usagers sur l'écoulement. Nous verrons que ces méthodes diffèrent suivant le type de représentation du modèle et ne sont pas toujours satisfaisantes.

## II.1 Lien entre modèles macroscopiques et modèles microscopiques – aspects déterministes

Comme en mécanique des fluides, les modèles d'écoulement du trafic sont séparés en deux grandes catégories : les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Dans cette partie, on se propose d'étudier les liens qui unissent ces deux types de modèles.

Afin d'insister sur la nature de ces liens, nous avons choisi de dissocier leur étude de la présentation des modèles.

### II.1.1 Rappels sur les modèles d'écoulement

Les premières recherches sur la modélisation du trafic datent des années 1930. Depuis ces premiers travaux, un très grand nombre de modèles ont été proposés, à tel point qu'il est presque impossible de les lister de façon exhaustive. Nous allons passer en revue les modèles les plus courants afin de montrer comment ils appréhendent le trafic.

On peut d'ores et déjà noter que cette multiplication des modèles laisse entrevoir une des conclusions auxquelles aboutira notre présentation : dans le domaine du trafic routier, il n'existe pas de modèle « universel » capable de décrire parfaitement l'écoulement. Nous verrons que chaque modèle est le reflet d'une certaine vision du trafic, plus ou moins empirique.

Dans l'histoire des modèles d'écoulement, il est rapidement apparu deux grandes catégories de modèles, chaque catégorie étant fondée sur une vision différente du trafic. Il

s'agit des modèles microscopiques et des modèles macroscopiques (le lecteur pourra se référer à [Buisson, 1996] pour plus de détails sur la classification des modèles).

### *II.1.1.a Modèles microscopiques*

#### *II.1.1.a.(i) Fondements des modèles*

Dans les modèles microscopiques, tous les véhicules sont individualisés, et on cherche à reproduire le comportement de chaque couple véhicule-conducteur. Ce type de modèle a pour ambition de s'approcher le plus possible du comportement réel des véhicules<sup>14</sup>. Pour ce faire, ces modèles tentent de reproduire la façon dont réagit un véhicule en fonction de son environnement, c'est-à-dire l'infrastructure sur laquelle il circule et les véhicules qui l'entourent.

Ils sont fondés sur une analyse simplifiée de la tâche de conduite. Des nombreuses études menées pour analyser celle-ci (dont une revue peut être trouvée dans [Gerlough et Huber, 1975]), il ressort que les conducteurs adoptent le comportement suivant : ils prélèvent de l'information dans leur environnement (position des véhicules environnants, indications des compteurs du tableau de bord, vibrations du véhicule, ...), traitent cette information, prennent une décision et agissent en actionnant une commande du véhicule. Comme les moyens d'action du conducteur sont limités au contrôle de l'accélération du véhicule (il peut freiner ou accélérer) et au contrôle de la direction (pour maintenir le véhicule sur sa voie ou changer de voie), la tâche de conduite peut être décomposée en sous-tâches qui sont le contrôle de l'accélération et le contrôle de la direction.

Les modèles de trafic s'intéressent davantage à la tâche de contrôle de l'accélération qu'à celle du contrôle de la direction. Ainsi, les modèles de voiture-suiveuse, dont nous verrons quelques exemples en II.1.1.a.(ii) , font l'hypothèse qu'un conducteur adapte son accélération en fonction des véhicules qui sont devant lui. L'influence du contrôle de la direction est négligée dans l'étude de l'écoulement. Elle n'interviendra que dans la description des changements de voie, qui font l'objet de modèles différents des modèles de voiture-suiveuse. Ainsi, les modèles microscopiques sont souvent constitués de plusieurs modèles décrivant chacun une sous-tâche de la conduite. Classiquement, on associe un modèle de voiture-suiveuse et un modèle de changement de voie pour décrire l'écoulement sur plusieurs files des véhicules. Dans le cadre de cette thèse, nous ne nous intéresserons qu'au modèle de voiture-suiveuse sur une voie. Le lecteur pourra se référer à [Ahmed et al., 1996 ; Hidas, 2002] pour des exemples de modèles de changement de voie.

#### *II.1.1.a.(ii) Les modèles de voiture-suiveuse*

### **Principe général**

Nous avons vu que pour les modèles microscopiques, la tâche de conduite prépondérante dans l'écoulement est le contrôle de l'accélération. En fonction des informations que le conducteur recueille dans son environnement, il choisit soit d'accélérer, soit de freiner.

---

<sup>14</sup> Pour simplifier, on parlera de véhicule au lieu de couple véhicule-conducteur.

Cette analyse du comportement des conducteurs a donné naissance à un type de modèles appelés modèles de voiture-suiveuse (ou modèles de poursuite). Ces modèles ont été développés dès les années 1950 afin de décrire le comportement d'une file de véhicules qui se suivent sur une voie. Leur objectif est de décrire la façon dont chaque véhicule réagit en fonction du (ou des) véhicule(s) qui se situe(nt) devant lui.

Il existe plusieurs types de modèles de voiture-suiveuse. Ces modèles sont fondés sur des hypothèses posées a priori sur le comportement des conducteurs. Ainsi, il existe des modèles fondés sur le principe d'action-réaction (posé dans [Chandler et al., 1958]), des modèles fondés sur le respect d'une distance de sécurité (comme dans [Brackstone et McDonald, 1999]), des modèles fondés sur la logique floue (cf. [Kikuchi et Chakroborty, 1992 ; Henn, 1997] pour des exemples de ces modèles), ... Nous nous limiterons ici à la présentation de la première catégorie de modèles.

Ceux-ci sont fondés sur le principe suivant. Un conducteur va percevoir un stimulus à l'instant  $t$  et réagir avec un certain décalage temporel correspondant à son temps de réaction<sup>15</sup>, noté  $T_r$ . La réponse est proportionnelle à l'intensité du stimulus, mais dépend aussi de la sensibilité du conducteur à ce stimulus. Ces modèles sont donc fondés sur une équation du type :

$$\text{réponse}(t + T_r) = \text{sensibilité} * \text{stimulus}(t)$$

Un des premiers modèles de ce type a été proposé par Chandler, Herman et Montroll au laboratoire General Motors<sup>16</sup> [Chandler et al., 1958]. Dans ce modèle, tous les couples véhicule-conducteur sont supposés identiques (même temps de réaction et même distance d'arrêt en cas de freinage brusque). Ce modèle est fondé sur l'hypothèse qu'un conducteur va adapter son accélération afin de rester en permanence à une certaine distance de sécurité du véhicule de devant. L'accélération d'un conducteur est alors proportionnelle au différentiel de vitesse entre son véhicule et le véhicule de devant. Si on note  $x_i(t)$  la position du  $i^{\text{ème}}$  véhicule<sup>17</sup> à l'instant  $t$ , on a :

$$\ddot{x}_{i+1}(t + T_r) = \alpha (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t))$$

avec :  $\alpha$  la sensibilité du conducteur au différentiel de vitesse.

Ce modèle est appelé modèle linéaire car l'accélération varie linéairement en fonction du différentiel de vitesse. Après ce modèle, de nombreux autres ont suivis afin d'améliorer la description du comportement des véhicules. Nous n'allons donner qu'un aperçu des modèles de voiture-suiveuse les plus représentatifs afin de permettre par la suite de voir quel type de liens existent entre ces modèles et les modèles macroscopiques.

### Les modèles type GHR

Le principal défaut du modèle linéaire est qu'il ne prend pas en compte la distance qui sépare les véhicules. Ainsi, un véhicule espacé de 20 m du précédent aura la même

<sup>15</sup> Ce temps de réaction est composé de plusieurs temps : le temps de perception de l'information, le temps de traitement de l'information, le temps de prise d'une décision et le temps d'action (le temps mis pour actionner la pédale + le temps mis par le véhicule pour réagir).

<sup>16</sup> Les modèles fondés sur celui-ci sont d'ailleurs appelés modèles type General-Motors.

<sup>17</sup> Les véhicules sont numérotés afin de les identifier. Les numéros sont croissants dans le sens aval  $\rightarrow$  amont.

réaction qu'un véhicule se situant à 100 m. De plus, si la distance joue un rôle certain, la vitesse du véhicule est également importante. Pour un même différentiel de vitesse et avec un même espacement entre les véhicules, la réponse d'un conducteur va dépendre de sa propre vitesse.

Afin d'améliorer ce modèle, Gazis, Herman et Rothery ont proposé une expression générale du type :

$$\ddot{x}_{i+1}(t+T_r) = \alpha (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)) \frac{\dot{x}_{i+1}^m(t+T_r)}{(x_i(t) - x_{i+1}(t))^l}$$

$l$  et  $m$  étant deux paramètres dont dépendent les propriétés de ce modèle. Plusieurs valeurs ont été proposées dans la littérature, et nous renvoyons le lecteur à [Gerlough et Huber, 1975 ; Brackstone et McDonald, 1999] pour plus de détails.

### Le modèle à vitesse optimale

Un autre type de modèle a été proposé par Newell dans [Newell, 1961]. Dans ce modèle, le conducteur est supposé adapter sa vitesse non pas en fonction de la vitesse du véhicule de devant, mais en fonction d'une vitesse qui dépend de la distance entre les véhicules. Cette vitesse, notée  $V_o$ , est appelée vitesse optimale et correspond à la vitesse jugée satisfaisante par le conducteur pour une distance donnée. Le modèle proposé par Newell est fondé sur l'équation suivante :

$$\dot{x}_{i+1}(t + \Delta t) = V_o (x_i(t) - x_{i+1}(t))$$

Dans ce modèle, on ne décrit plus la réponse d'un véhicule au bout d'un temps de réaction donné ; on suppose que le conducteur va changer instantanément de vitesse après un temps  $\Delta t$ , temps qui ne correspond pas à un temps de réaction du conducteur mais au temps mis pour changer de vitesse.

Dans [Bando et al., 1995], les auteurs proposent un autre modèle de ce type en considérant un développement limité à l'ordre 1 du modèle de Newell. Ils obtiennent alors le modèle suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\dot{x}_{i+1}(t)}{dt} = \frac{V_o (x_i(t) - x_{i+1}(t)) - \dot{x}_{i+1}(t)}{\Delta t} \\ V_o (x_i(t) - x_{i+1}(t)) = \frac{V_o}{2} (\tanh(x_i(t) - x_{i+1}(t) - d_c) + \tanh(d_c)) \end{array} \right.$$

$V_o$  et  $d_c$  étant deux paramètres de la vitesse optimale. Dans ce modèle, sous certaines conditions, de petites perturbations peuvent être amplifiées pour donner lieu à des congestions.

### Résolution de ces modèles

La résolution analytique de ce type de modèle est relativement difficile car il s'agit d'équations à retard. Ces modèles sont donc très souvent résolus par discrétisation temporelle. On découpe le temps en tranches de longueur constante. L'intervalle correspondant est appelé pas de temps et noté  $\Delta T$ .

On considère alors l'ensemble des véhicules et, pour chaque véhicule, on calcule son accélération, puis sa vitesse et sa position par intégration sur le pas de temps.

La trajectoire du premier véhicule qui se trouve sur un tronçon est une condition aux limites du modèle. Comme ce véhicule n'en suit aucun autre, l'équation de voiture-suiveuse ne s'applique pas. Il faut donc fournir au modèle sa trajectoire.

Afin de faciliter les calculs, on pose très souvent  $\Delta T = T_r$ . Ainsi, tout changement d'état du véhicule  $i$  à un instant  $t$  se répercute au niveau du véhicule  $i+1$  au pas de temps suivant (on rappelle qu'un véhicule ne va réagir qu'au bout d'un temps  $T_r$  à une modification de l'état du véhicule précédent).

Si on prend l'exemple du modèle linéaire, on obtient les équations discrétisées suivantes :

$$\begin{cases} \ddot{x}_{i+1}(t + \Delta T) = \alpha(\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)) \\ \dot{x}_{i+1}(t + \Delta T) = \dot{x}_{i+1}(t) + \frac{1}{2}(\ddot{x}_{i+1}(t) + \ddot{x}_{i+1}(t + \Delta T))\Delta T \\ x_{i+1}(t + \Delta T) = x_{i+1}(t) + \frac{1}{2}(\dot{x}_{i+1}(t) + \dot{x}_{i+1}(t + \Delta T))\Delta T \end{cases}$$

### Limites des modèles microscopiques

Il faut ici garder à l'esprit que les véhicules sont conduits par des êtres humains, et que le comportement humain est impossible à modéliser de façon parfaite. Les modèles de voiture-suiveuse sont fondés sur des hypothèses simplificatrices : les conducteurs sont supposés être uniformes, ne tenir compte que du véhicule qui les précède, optimiser en permanence leur situation, percevoir des paramètres tels que distance ou différentiel de vitesse de façon parfaite, et rester attentifs en permanence à la tâche de contrôle de l'accélération. Ces hypothèses sont critiquées dans [Boer, 1999 ; van Winsum, 1999], car elles ignorent la nature flexible, adaptative et non-rationnelle de l'être humain. Par exemple, des études comportementales ont montré que le conducteur n'optimise pas en permanence sa situation (pour avoir une vitesse la plus élevée possible par exemple). Afin de diminuer l'attention qu'il doit porter à la tâche de conduite, il se satisfait de conditions qu'il juge acceptables ; ainsi, face à une légère augmentation de la vitesse du véhicule de devant, un conducteur ne va pas nécessairement modifier sa vitesse. Dans [Hancock, 1999], l'auteur souligne le fait que les équations ne sont sûrement pas suffisantes pour appréhender toute la complexité du trafic, et qu'il serait nécessaire d'introduire des éléments de psychologie du conducteur afin d'améliorer ces modèles.

Les modèles microscopiques de trafic n'ont donc pas la même exactitude de description qu'en mécanique des fluides. Il ne s'agit pas de modèles « universels » mais de modèles empiriques fondés sur des considérations de bon sens. Une fois certaines hypothèses posées, ces modèles sont calibrés en utilisant des données expérimentales, mesurant le comportement d'un peloton de véhicules (le lecteur pourra se référer à [Ozaki, 1993] pour un exemple de calibrage).

De plus, il s'agit de modèles qui ont été développés pour modéliser des situations où le trafic est assez dense ; ils ne sont donc pas pertinents pour décrire des situations où il

y a peu de véhicules. D'après [Vogel, 2002], si les véhicules sont suffisamment espacés les uns par rapport aux autres, ils roulent à leur vitesse libre et ne sont pas dans une situation de voiture-suiveuse (cette situation correspond à un temps inter-véhiculaire de plus de 6s d'après Vogel).

Ceci conclut notre présentation des modèles microscopiques. Dans la deuxième partie sur les rappels des modèles d'écoulement, nous allons passer à la présentation des modèles macroscopiques.

### ***II.1.1.b Modèles macroscopiques***

Les modèles macroscopiques correspondent à une vision continue de l'écoulement. Ils sont fondés sur une analogie avec la mécanique des fluides : on représente l'écoulement des véhicules sous la forme d'un flux. Ici, l'objectif n'est pas de décrire le comportement individuel des véhicules comme dans les modèles microscopiques, mais de donner une description du comportement global, à travers des variables agrégées.

Les principales variables utilisées dans ces modèles sont définies de la façon suivante. Le débit, noté  $Q(x,t)$ , est le nombre de véhicules qui passent en un point  $x$  du réseau à l'instant  $t$ . La concentration, notée  $K(x,t)$  correspond aux nombres de véhicules présents au point  $x$  à l'instant  $t$ . La vitesse du flot, notée  $V(x,t)$ , est la vitesse moyenne des véhicules se situant en  $x$  à l'instant  $t$ .

Si la définition continue de ces variables reste valide en mécanique des fluides même à l'échelle du micron (cf. chapitre I), l'hypothèse de continuité est loin d'être vérifiée en trafic du fait de la taille des véhicules. Nous avons déjà évoqué ce point dans le chapitre I en montrant que, pour déterminer une concentration, une différence d'un véhicule était significative, même à l'échelle du kilomètre. Malgré cette limitation, les modèles macroscopiques considèrent le trafic comme continu.

Ces problèmes de continuité refont surface lorsqu'il s'agit de mesurer expérimentalement ces variables. Il faut alors définir des périodes d'agrégation, ce qui n'est pas sans poser problème dans le choix de ces périodes, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre I.

#### *II.1.1.b.(i) Modèle macroscopique du premier ordre*

### **Les équations du modèle**

Nous allons ici présenter le premier modèle macroscopique qui a été développé de façon simultanée par Lighthill et Whitham dans [Lighthill et Whitham, 1955] et par Richards dans [Richards, 1956]. Ce modèle repose sur trois équations qui relient les trois variables  $Q$ ,  $K$  et  $V$  :

$$\begin{cases} Q(x,t) = K(x,t) \times V(x,t) \\ \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial K(x,t)}{\partial t} = 0 \\ V(x,t) = V_e(K(x,t)) \end{cases}$$

La première équation est la définition de la vitesse. La deuxième est l'équation de conservation. La troisième est appelée diagramme fondamental. Dans cette dernière, on suppose que le trafic est toujours à l'équilibre, et qu'il évolue en passant d'un état d'équilibre à un autre. Il s'agit d'une équation empirique qui permet de caractériser l'infrastructure sur laquelle circulent les véhicules.

Le premier diagramme fondamental a été proposé par Greenshields dans [Greenshields, 1935] suite à des mesures expérimentales. Un grand nombre de diagrammes ont été proposés depuis afin d'améliorer la description de l'écoulement. Tous ces diagrammes partagent certaines propriétés de bon sens :

- quand la concentration est proche de 0, les interactions entre véhicules sont très limitées (car il y a peu de véhicules), donc ces véhicules roulent à leur vitesse maximale désirée, ce qui se traduit par une borne sur la vitesse du flot, notée  $V_l$  ;
- quand la concentration augmente, les interactions entre véhicules sont de plus en plus fortes, donc leur vitesse diminue ;
- la concentration est bornée par une certaine valeur, notée  $K_x$  (cette borne correspond au cas limite d'une route sur laquelle tous les véhicules sont arrêtés les uns derrière les autres).

Le diagramme de Greenshields suppose tout simplement que la décroissance de la vitesse avec la concentration est linéaire. En remarquant que le débit est égal au produit entre la vitesse et la concentration, on obtient un diagramme fondamental en débit de forme parabolique, comme on peut le voir sur la Figure II-1.

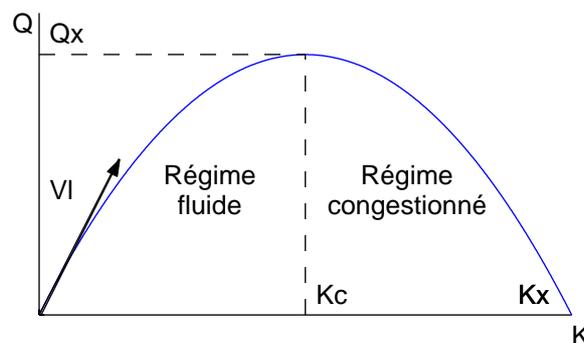


Figure II-1: Diagramme de Greenshields

L'intérêt du diagramme en débit par rapport à celui en vitesse est qu'il fait apparaître deux régimes d'écoulement, la limite entre les deux correspondant à un état dit critique dont la concentration est notée  $K_c$  (on notera  $V_c$  la vitesse correspondante). Le premier est le régime fluide pour lequel une augmentation de la concentration se traduit par une augmentation du débit. Le second est le régime congestionné qui se traduit par une diminution du débit quand la concentration augmente.

Le principal reproche qui est fait à ce diagramme est qu'il impose une valeur de la concentration critique nécessairement égale à la moitié de la concentration maximale. Or,

l'analyse de données expérimentales montre que  $K_c$  est nettement inférieur à cette valeur (il est généralement compris entre  $0,2 \times K_x$  et  $0,3 \times K_x$ ). C'est pourquoi d'autres types de diagrammes ont été proposés depuis (des diagrammes bi-paraboliques par exemple, cf. [Buisson et al., 1996]) afin d'ajuster au mieux le diagramme aux données expérimentales (grâce à un plus grand nombre de degrés de liberté).

Dans la suite de cette thèse, le choix du diagramme fondamental n'aura aucune influence sur les résultats théoriques qui seront valables pour n'importe quelle forme de diagramme. C'est pourquoi, dans un souci de simplicité, nous utiliserons le diagramme de Greenshields pour illustrer nos propos et pour calculer les solutions numériques des modèles.

Il existe deux façons de résoudre ces modèles : la résolution analytique, qui donne la solution mathématique exacte, et la résolution numérique, qui donne une solution approchée. Nous allons présenter ces deux méthodes de résolution car celles-ci seront nécessaires à la construction de notre modèle hybride dans les chapitres IV et V.

### Résolution analytique

Le modèle de Lighthill-Whitham-Richards, que nous noterons LWR dans la suite, se résume en une seule équation de type hyperbolique :

$$\frac{\partial K(x,t)}{\partial t} + Q'_e(K(x,t)) \frac{\partial K(x,t)}{\partial x} = 0$$

$Q_e(K)$  étant le diagramme fondamental en débit.

Nous allons ici présenter de façon très rapide la résolution analytique de ce modèle, telle qu'elle est classiquement présentée dans le domaine du trafic. Pour une description plus mathématique de la résolution de ce problème (qui est un problème de Cauchy à une dimension), le lecteur pourra se reporter à [Godlewski et Raviart, 1990].

La résolution de cette équation (complétée par les conditions initiales et les conditions aux limites) fait intervenir la notion de caractéristique [Lighthill et Whitham, 1955]. Les caractéristiques sont définies comme des lignes du plan  $(x,t)$  de pente :

$$\frac{dQ_e(K)}{dK}$$

Il s'agit donc de droites le long desquelles la concentration est constante et dont la pente est égale à la tangente au diagramme fondamental en débit au point  $K$ .

La résolution analytique consiste à tracer l'ensemble de ces lignes dans le plan  $(x,t)$  à partir des conditions initiales, ce qui donne le champ des concentrations. Comme le diagramme fondamental relie chaque valeur de la concentration au débit et à la vitesse, on en déduit les champs de débit et de vitesse.

Il peut arriver que ces caractéristiques se croisent en un point, ce qui pose problème puisqu'en ce point, le modèle prédit deux valeurs de la concentration. Nous n'allons pas ici décrire les raisonnements mathématiques qui permettent de trouver la solution à ce problème, et nous allons nous contenter de donner les principaux résultats de cette

démarche<sup>18</sup>. Le lecteur pourra se référer à [Ansorge, 1990] et à [Godlewski et Raviart, 1990] pour plus de détails.

Dans le cas où les caractéristiques se croisent, i.e. la valeur de la concentration en aval est supérieure à la valeur en amont, il se forme une onde de choc qui relie les états amont et aval au point de croisement, et qui se déplace à la vitesse  $u$  donnée par la formule de Rankine-Hugoniot :

$$u = \frac{Q_{amont} - Q_{aval}}{K_{amont} - K_{aval}}$$

Dans le cas où les caractéristiques sont divergentes, i.e. la concentration est discontinue et sa valeur en amont est supérieure à sa valeur en aval, il n'y a pas unicité de la solution. On a alors recours à un critère d'entropie pour sélectionner la solution physiquement acceptable parmi les solutions possibles. Nous n'irons pas plus loin dans la justification de cette condition d'entropie. Nous retiendrons qu'en trafic, elle revient à choisir la solution qui maximise le débit [Lebacque, 1996], ce qui se traduit par l'existence d'éventails. L'éventail revient à « remplir » la zone laissée vide par ces caractéristiques en propageant au niveau de la discontinuité les caractéristiques correspondant à l'ensemble des valeurs de concentration comprises entre  $K_{amont}$  et  $K_{aval}$ .

Il est alors intéressant d'étudier la solution du modèle de LWR dans le cas du problème de Riemann. Ceci va non seulement permettre d'illustrer la façon dont se propagent les ondes de choc et les éventails dans des cas simples, mais aussi d'introduire des notions que nous réutiliserons dans la résolution numérique du modèle.

Le problème de Riemann consiste à résoudre ce modèle dans le cas de conditions initiales particulières. A  $t = 0$ , on considère un tronçon de route sur lequel la concentration est définie par :

$$K(x, 0) = \begin{cases} K_{amont} & \text{si } x < 0 \\ K_{aval} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

En fonction des valeurs de  $K_{amont}$  et de  $K_{aval}$ , il va se former en  $x = 0$  soit un éventail, soit une onde de choc. Si  $K_{amont}$  est inférieur à  $K_{aval}$ , il se formera une onde de choc. Si  $K_{amont}$  est supérieur à  $K_{aval}$ , il se formera un éventail. Ces deux cas sont illustrés sur la Figure II-2. Sur cette figure, on a représenté à gauche les conditions initiales, au milieu le diagramme espace-temps<sup>19</sup> (sur lequel quelques caractéristiques sont représentées par des droites de couleur bleue) et le diagramme fondamental à droite.

<sup>18</sup> Pour déterminer la solution de ce problème, il faut réécrire le modèle de LWR sous une formulation faible, ce qui permet de trouver un ensemble de solutions, dites solutions « faibles ». On sélectionne alors la solution physiquement acceptable en appliquant un critère d'entropie.

<sup>19</sup> On notera que dans la communauté du trafic, on représente le plan  $(x, t)$  en mettant le temps en abscisse et l'espace en ordonnée, alors que la représentation traditionnelle des mathématiciens est de mettre l'espace en abscisse et le temps en ordonnée.

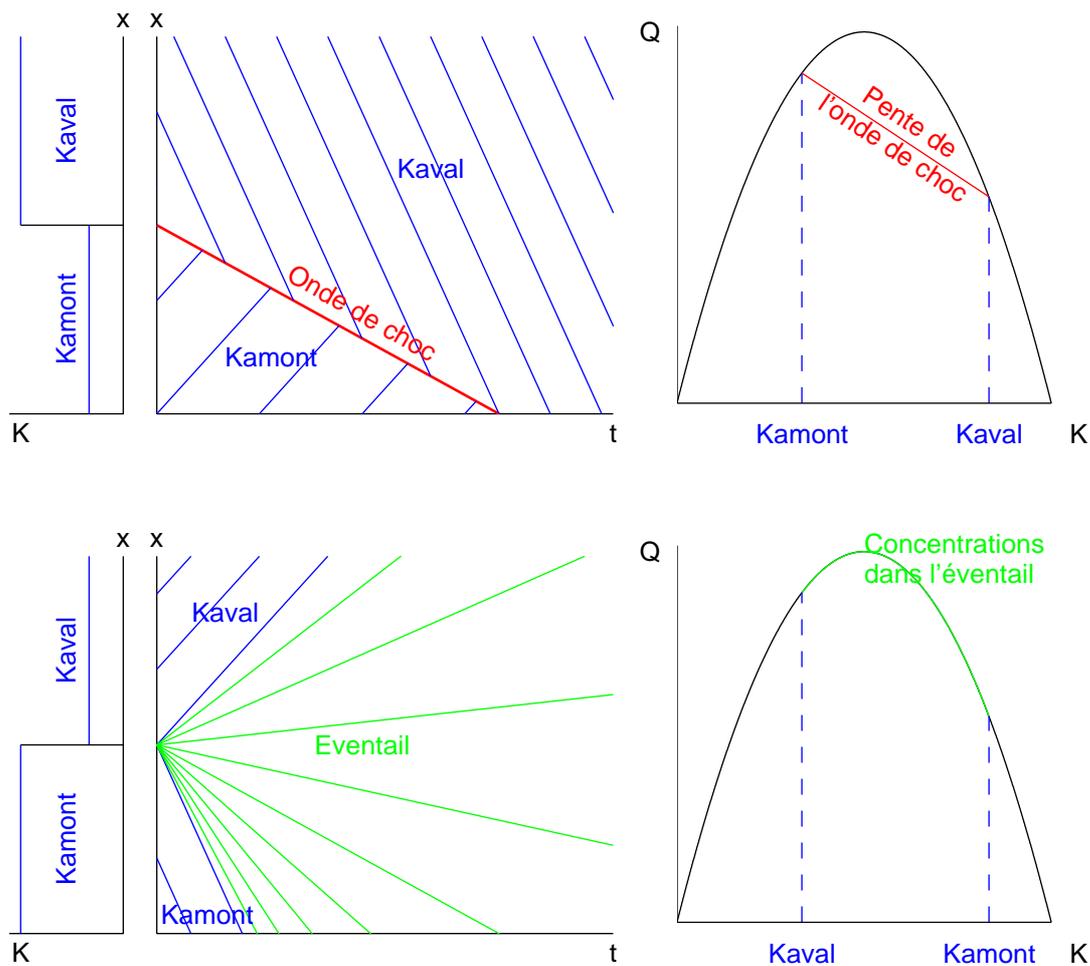


Figure II-2 : Résolution du problème de Riemann: formation d'une onde de choc (figure du haut) ou d'un éventail (figure du bas)

### Résolution numérique par discrétisation spatio-temporelle

S'il est possible de résoudre analytiquement le modèle de LWR sur des cas simples, cette résolution devient vite très difficile quand on s'intéresse à des cas plus complexes. En effet, si le calcul des ondes de choc est relativement facile, celui des éventails est en revanche bien plus difficile dans des cas complexes, comme il est noté dans [Bourrel et Henn, 2002b].

Nous allons présenter ici une résolution numérique par discrétisation spatio-temporelle du modèle LWR fondée sur le schéma de Godunov. L'application du schéma de Godunov au cas particulier du modèle de LWR en trafic est décrite dans [Lebacque, 1996]. Cette discrétisation est utilisée dans le modèle STRADA développé au LICIT [Buisson et al., 1996], ainsi que dans le « CELL transmission model » développé par Daganzo [Daganzo, 1994].

Le tronçon de route auquel on souhaite appliquer le modèle est décomposé en cellules de longueur  $\Delta x$ . De la même façon, le temps est découpé en utilisant un pas de temps noté  $\Delta t$ . La concentration est supposée homogène sur chaque cellule. Connaissant l'état du système à l'instant  $t = 0$  (c'est-à-dire la concentration sur chaque cellule), on va

déterminer son évolution par pas de temps successifs en considérant les débits constants durant chaque pas de temps.

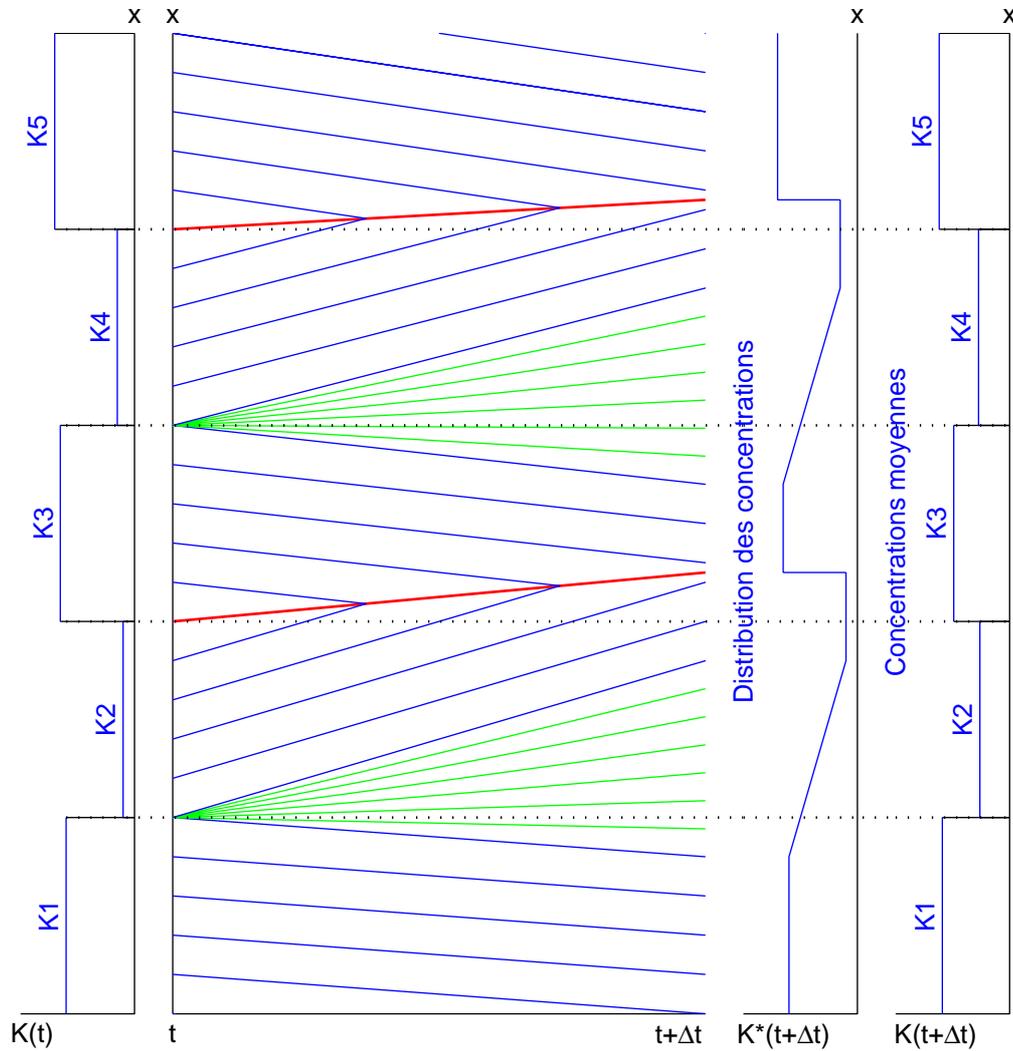


Figure II-3: Schéma de discrétisation de Godunov

On se place à l'instant  $t$  et on note  $K_i^t$  la concentration de la cellule numéro  $i$  à cet instant. Le principe du schéma de Godunov est de calculer la solution exacte (en concentration) de notre problème pour un pas de temps, puis de faire la moyenne des concentrations sur chaque cellule à  $t + \Delta t$ . On se ramène donc ici à la résolution de plusieurs problèmes de Riemann, comme on peut le voir sur la Figure II-3. Sur cette figure, nous avons représenté un tronçon décomposé en 5 cellules. Connaissant les concentrations à l'instant  $t$  de ces cellules, on résout analytiquement les problèmes de Riemann successifs. On obtient ainsi la distribution des concentrations à l'instant  $t + \Delta t$ , notée  $K^*(t + \Delta t)$ . Il suffit alors de faire la moyenne de la concentration sur chaque cellule pour trouver  $K_i^{t+\Delta t}$ .

Grâce à la propriété de conservation des véhicules, il suffit de connaître le débit en entrée et en sortie des cellules pendant le pas de temps pour calculer la moyenne de la concentration sur chaque cellule. L'avantage est qu'il est plus facile de déterminer la solution exacte en débit en sortie des cellules que la solution exacte en concentration. En étudiant l'ensemble des cas possibles dans la résolution analytique du problème de Riemann, Lebacque a montré que le débit peut se calculer de façon simple en introduisant les fonctions d'offre, notée  $\Omega$ , et de demande, notée  $\Delta$ , définies de la façon suivante :

$$\Omega(K) = \begin{cases} Q_x & \text{si } K \leq K_c \\ Q_e(K) & \text{si } K \geq K_c \end{cases}, \text{ et } \Delta(K) = \begin{cases} Q_e(K) & \text{si } K \leq K_c \\ Q_x & \text{si } K \geq K_c \end{cases}$$

Ces fonctions sont illustrées sur la Figure II-4. La fonction d'offre correspond au nombre maximum de véhicules qui peuvent entrer dans une cellule en un pas de temps. La fonction de demande correspond au nombre de véhicules qui souhaitent en sortir.

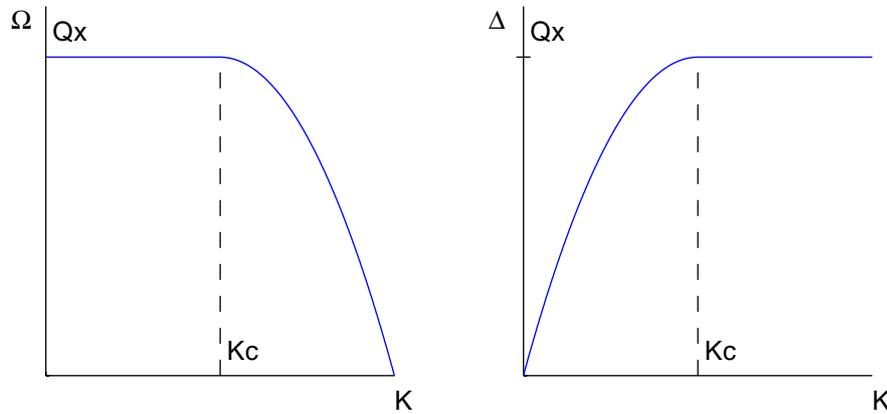


Figure II-4: Diagrammes d'offre (à gauche) et de demande (à droite)

A partir de ces fonctions, la concentration  $K_i^{t+\Delta t}$  s'obtient à partir des deux équations ci-dessous :

$$\begin{cases} Q_i^{t \rightarrow t+\Delta t} = \min(\Delta(K_i), \Omega(K_{i+1})) \\ K_i^{t+\Delta t} = K_i^t + \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i-1}^{t \rightarrow t+\Delta t} - Q_i^{t \rightarrow t+\Delta t}) \end{cases}$$

$Q_i^{t \rightarrow t+\Delta t}$  étant le débit de sortie de la cellule  $i$  entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ .

Il convient de remarquer que ce schéma n'est valide que si la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (condition CFL) est vérifiée. Cette condition est la suivante :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq V_i$$

Elle traduit le fait que dans le schéma, ce qui se passe à une interface entre cellules ne doit pas interférer avec le reste, et donc que l'information (dont la vitesse maximale de propagation est  $V_i$ ) ne doit pas pouvoir traverser plus d'une cellule par pas de temps.

Cette discrétisation a pour effet d'introduire de la viscosité dans le modèle. Cette viscosité, liée au schéma numérique, a un effet plus ou moins fort en fonction du rapport  $\Delta x / \Delta t$ . On montre que cette viscosité est minimale dans le cas de la stricte égalité de la condition CFL. Pour plus de détails sur la viscosité et ses effets sur l'écoulement, le lecteur pourra se reporter à [Buisson et Lebacque, 1997].

### **Résolution numérique continue en espace-temps**

Récemment, une autre méthode de résolution numérique du modèle de LWR a été proposée par Henn dans [Henn et Bourrel, 2002]. Partant du constat que les ondes de choc sont très simples à calculer (lorsqu'il s'agit de droites), contrairement aux éventails qui deviennent vite très difficiles à calculer dans des situations complexes, Henn propose de prendre une solution non-entropique du modèle de LWR ne considérant qu'un nombre fini de concentrations dans les éventails.

Si on se limite à des conditions initiales et des conditions aux limites constantes par morceaux (en concentration), la résolution analytique entropique de LWR conduit à des zones de concentration constante dans le plan  $(x, t)$  séparées soit par des ondes de choc, soit par des éventails.

Henn propose alors de remplacer les éventails, dans lesquels on considère l'ensemble des concentrations entre l'état amont et l'état aval, par un nombre fini d'ondes de choc non entropiques séparant des états intermédiaires. Sur la Figure II-5, nous avons représenté un exemple dans lequel 3 concentrations intermédiaires sont considérées (ce qui correspond à 4 ondes). Cette solution peut être vue comme une « discrétisation de l'éventail ». Le principal intérêt est que dans ce cas, toutes ces ondes intermédiaires sont des droites, ce qui facilite l'ensemble des calculs.

Il a été prouvé que cette solution converge vers l'éventail, donc la solution entropique, quand le nombre de concentrations considérées tend vers l'infini. Sa précision est donc directement reliée au nombre de ces concentrations.

Dans ce modèle, on ne calcule que la propagation de droites. Lorsque deux ondes se rencontrent, elles fusionnent et donnent naissance à une nouvelle onde entre les états amont et aval. Il est donc très simple de calculer numériquement ce modèle par évènements discrets.

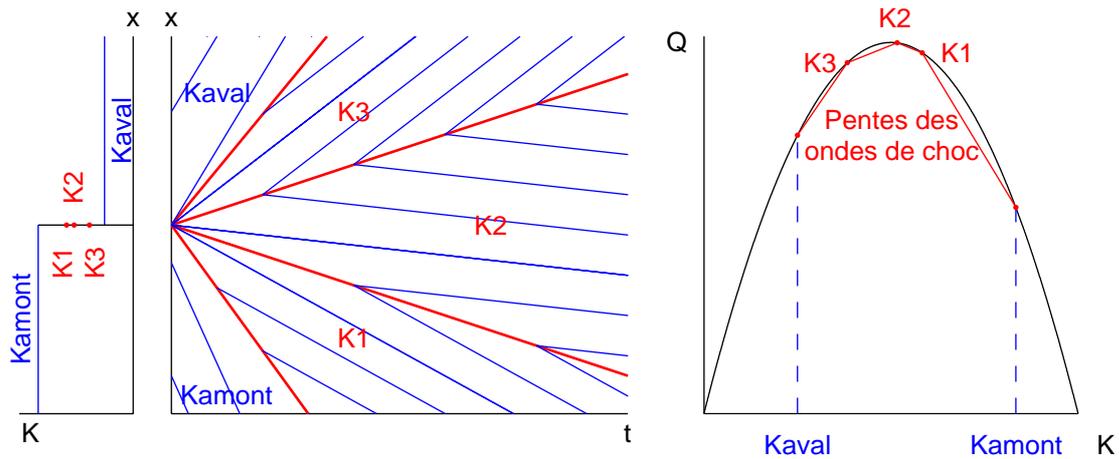


Figure II-5: Onde de raréfaction discrétisée

Le principe de la résolution par évènements discrets est le suivant. Contrairement à la discrétisation précédente (où le temps est découpé de façon uniforme en utilisant un pas de temps), on va calculer l'état du système aux instants précis correspondant à un changement d'état du système (l'intersection de deux ondes par exemple). Ces changements d'état sont appelés évènements. A chaque évènement, on calcule l'influence de cet évènement sur le système (la création d'une nouvelle onde par exemple), puis on calcule la date du prochain évènement.

Une résolution par évènements discrets analogue a également été proposée dans [Wong et Wong, 2002]. Toutefois, les auteurs supposent les conditions initiales et les conditions aux limites linéaires par morceaux et ils conservent la représentation des éventails. Ceci n'est pas sans leur poser certaines difficultés pour déterminer la date des évènements, qu'ils sont alors tenus d'approximer.

### Exemple de résolution numérique : étude d'un feu tricolore

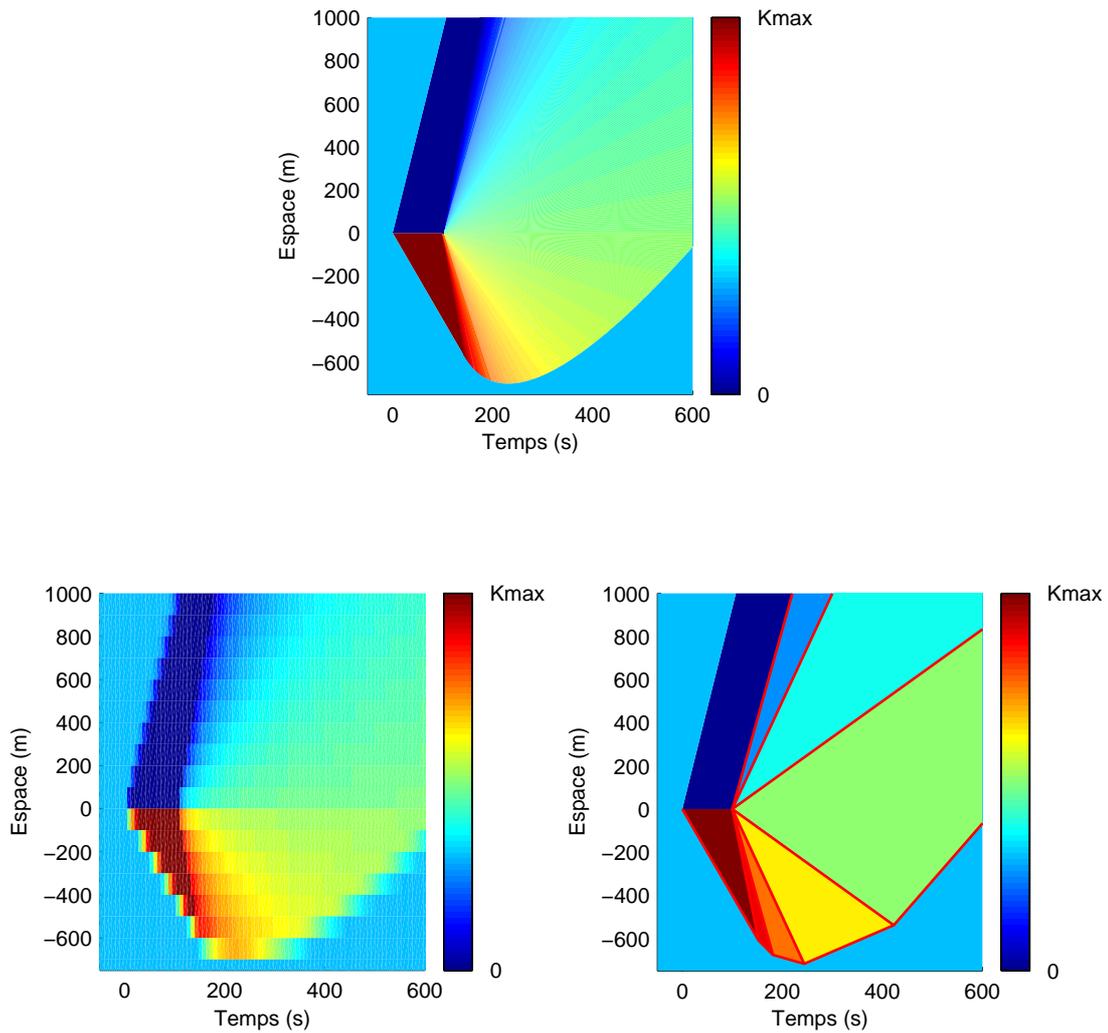
Afin d'illustrer la différence entre la résolution analytique entropique du modèle de LWR et les deux résolutions présentées ci-dessus, nous avons calculé l'évolution d'un tronçon de route au niveau d'un feu tricolore en utilisant ces trois résolutions. Le feu est placé à  $x=0\text{ m}$ . Quand il passe au rouge (à  $t=0\text{ s}$ ) les véhicules s'arrêtent. Ils redémarrent dès que le feu passe au vert (à  $t=100\text{ s}$ ). L'intérêt du feu est qu'il permet d'observer la création d'une onde de choc (quand le feu passe au rouge) et d'un éventail (quand le feu passe au vert).

Le pas d'espace de la discrétisation spatio-temporelle est de 50 m. Pour la résolution par évènements discrets, l'éventail qui se crée au redémarrage a été décomposé en 7 ondes de choc non-entropiques. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure II-6. Afin d'améliorer la lisibilité des graphiques, nous avons abandonné la représentation des caractéristiques : les états de trafic sont représentés par une couleur qui dépend de la concentration. On remarque que pour les deux types de résolution numérique présentés ci-

dessus, le résultat obtenu est assez proche de celui obtenu par résolution analytique entropique du modèle, même pour la résolution continue en espace-temps où le nombre d'ondes de raréfaction est assez faible.

### Phénomènes représentés

Nous avons ici présenté le modèle de LWR et deux méthodes de résolution de ce modèle : la résolution analytique, et la résolution par discrétisation. L'existence de solutions analytiques est un point fort de ce modèle car elles permettent de valider les schémas de résolution présentés ci-dessus.



Ce modèle permet de décrire le trafic de façon globale, et en ce sens semble adapté à la modélisation d'un réseau de grande taille pour donner une vision macroscopique de l'écoulement. Il permet de décrire de façon satisfaisante les phénomènes globaux de l'écoulement : par exemple, Lebacque et Lesort [Lebacque et Lesort, 1999] ont montré

qu'il était possible de cette façon de reproduire la propagation de congestions comme celles observées par Kerner.

Il convient de remarquer que ce modèle ne s'appuie sur aucune considération sur le comportement individuel des véhicules ; il est uniquement fondé sur un comportement collectif des véhicules. Il repose sur le diagramme fondamental qui correspond aux états d'équilibre du trafic, ce diagramme étant issu de l'observation de données agrégées (le débit et la concentration).

Toutefois, s'il décrit bien les phénomènes simples de propagation de congestion, certains phénomènes plus complexes ne sont pas bien décrits par ce modèle [Daganzo, 1995]. Il s'agit principalement de phénomènes pour lesquels le trafic évolue dans des états transitoires différents de ceux à l'équilibre. C'est notamment le cas des ondes d'arrêt et de redémarrage (ou « bouchons en accordéon »), des perturbations se propageant vers l'aval quand le trafic est dense, de la formation de paquets de véhicules (où la distribution des vitesses désirées des véhicules joue un rôle important) ou bien encore des phases d'accélération et de décélération (pour lesquelles le caractère borné de l'accélération est primordial). Comme le modèle LWR suppose que le trafic est homogène et évolue directement d'un état d'équilibre à un autre, il ne permet pas de décrire correctement ces phases transitoires.

On notera que des recherches récentes [Leclercq, 2002 ; Lebacque, 2002] ont permis d'améliorer la représentation des phases d'accélération du flux dans ce modèle et laissent penser qu'il est possible d'améliorer cette prise en compte des états transitoires dans le modèle LWR.

#### *II.1.1.b.(ii) Modèles macroscopiques d'ordre supérieur*

Pour améliorer la description de l'écoulement, d'autres modèles ont été proposés sur la base du modèle de LWR afin de mieux décrire les phases transitoires : il s'agit des modèles d'ordre supérieur.

Nous rappelons ici le choix qui a été fait de séparer la présentation des modèles et l'étude des liens qui existent entre eux. Nous nous contenterons donc de présenter directement les équations constitutives des modèles d'ordre supérieur, bien que certains soient dérivés d'un modèle microscopique.

Par ailleurs, un certain nombre de ces modèles ont été développés à partir de modèles cinétiques de trafic. Nous ne les présenterons pas ici, et le cas des modèles cinétiques sera traité en II.2.4.

#### **Le modèle de Payne et ses variantes**

Le principe général des modèles d'ordre supérieur est de remplacer la relation fondamentale, qui est une relation d'équilibre de la vitesse, par une équation dynamique qui exprime l'accélération du flux [Lebacque, 2000]. Le but est d'améliorer la description des chocs telle qu'elle existe dans le modèle LWR. Cette accélération est composée de deux termes :

$$accélération = \begin{cases} relaxation\ vers\ la\ vitesse\ d'\acute{e}quilibre\ V_e(K) \\ + \\ terme\ physique\ de\ comportement\ individuel \end{cases}$$

On voit donc apparaître dans ces modèles la volonté d'intégrer au comportement collectif (qui est contenu dans la relaxation vers la vitesse d'équilibre) le comportement individuel des usagers.

Le premier modèle de ce type a été proposé par Payne [Payne, 1971]. Il s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}}_{accélération} = \underbrace{\frac{1}{\tau} (V_e(K) - V)}_{relaxation} - \underbrace{\frac{\nu}{\tau} \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial x}}_{anticipation}$$

avec :  $\nu = -\frac{V_e'(K)}{2}$ ,  $\tau$  étant un temps de réaction. Dans ce modèle, le terme de comportement individuel correspond à une anticipation des conducteurs : ceux-ci vont adapter leur accélération au gradient de concentration. Ainsi, si un véhicule voit devant lui une zone de concentration plus importante, il va ralentir.

Ce modèle a servi de base à d'autres modèles qui considèrent  $\nu$  constante et ajoutent au membre de droite un terme du type :

$$(1 - \zeta) V \frac{\partial V}{\partial x}, \quad \zeta \text{ étant un paramètre du modèle.}$$

Il est intéressant de remarquer que si  $\nu$  et  $\tau$  tendent vers 0, le modèle de Payne tend vers le modèle de LWR. Ce sont donc ces deux paramètres qui vont agir sur la description des phases transitoires dans le modèle.

Toutefois, ce modèle fait l'objet de nombreuses critiques. Tout d'abord, le calibrage des paramètres du modèle sur des données réelles conduit à des valeurs de  $\tau$  assez grandes (de l'ordre de 30 s à 1 mn) qui sont physiquement non réalistes pour un temps de réaction. De plus, dans certains cas, ce modèle ne respecte pas certaines contraintes concernant les bornes des variables :  $K$  et  $V$  peuvent être supérieurs à  $K_x$  et  $V_l$ .

Dans son célèbre article [Daganzo, 1995], Daganzo a apporté une dernière critique qui avait l'ambition de sonner le glas des modèles d'ordre supérieur. Il a montré que dans ce type de modèle, les véhicules réagissent non seulement à ce qui se passe devant eux, mais aussi à ce qui se passe derrière eux. Or, le trafic est anisotrope, c'est-à-dire que les véhicules ne sont sensibles qu'aux variations qui ont lieu devant eux. Ce non-respect du caractère anisotrope des véhicules conduit à des solutions du modèle qui sont irréalistes. L'exemple pris par Daganzo est celui d'une file de véhicules arrêtés à un feu, avec un débit constant de véhicules qui entre sur le réseau. Avec ces conditions initiales, le modèle prédit

un profil de concentration qui évolue en forme de « S », comme le montre la Figure II-7. Ceci est dû au terme d'anticipation qui est non directionnel. Cette solution est évidemment irréaliste puisqu'elle signifie que les véhicules arrêtés dans la file d'attente reculent !

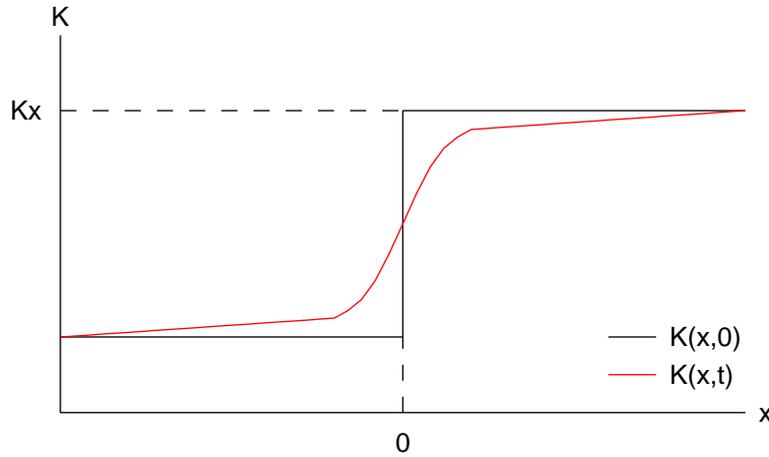


Figure II-7: Propagation d'une file d'attente dans le modèle de Payne, d'après [Daganzo, 1995]

Au lieu de stopper les recherches sur les modèles d'ordre supérieur, cet article a au contraire été la base de travaux qui, grâce à une analyse plus rigoureuse des solutions analytiques de ce type de modèle, ont permis de déboucher sur une nouvelle génération de modèles d'ordre supérieur anisotropes. On se propose dans la suite de montrer comment, à travers l'étude des solutions analytiques du modèle de Payne, a émergé l'idée de ces nouveaux modèles.

### Formalisme commun

Comme pour le modèle LWR, nous n'allons pas ici rentrer dans le détail de la résolution analytique de ces modèles. Nous nous contenterons de présenter les principales étapes permettant de construire ces solutions. Nous nous appuyerons sur les travaux présentés par Lebacque dans [Lebacque, 2000].

Les modèles d'ordre supérieur peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial KV}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{\tau} (V_e(K) - V) - \frac{1}{K} C^2(K) \frac{\partial K}{\partial x} \end{cases}$$

$C(K)$  étant la célérité caractéristique du trafic. Ainsi, pour le modèle de Payne, on

$$a : C(K) = \sqrt{\frac{-V_e'(K)}{2\tau}}.$$

Si on réécrit ce système sous forme conservative, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} U + A(U) \frac{\partial}{\partial x} U = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau} (V_e(K) - V) \end{pmatrix}$$

avec :  $U = \begin{pmatrix} K \\ V \end{pmatrix}$  et  $A(U) = \begin{pmatrix} V & K \\ \frac{C^2(K)}{K} & V \end{pmatrix}$ .

L'intérêt d'écrire ces modèles sous la forme d'un système d'équations hyperboliques est que les solutions de ce type d'équations sont connues. Elles dépendent des valeurs propres de la matrice  $A(U)$ , que nous noterons  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Ces valeurs propres correspondent aux vitesses de propagation de l'information dans le modèle.

On retrouve alors le même type de résolution que pour le modèle LWR (qui est un système d'équation hyperbolique scalaire). De façon identique, on s'intéresse à la résolution du problème de Riemann. Dans ce cas, on étudie le système hyperbolique sans second membre car son effet peut être négligé. En fonction des valeurs propres de  $A(U)$ , la résolution du problème de Riemann va entraîner la création d'ondes de choc, d'éventails ou bien de discontinuités de contact. Nous n'allons pas ici détailler la façon dont on calcule ces solutions, et le lecteur est renvoyé à [Aw et Rascle, 2000 ; Zhang, 2000a] pour plus de détails. Nous retiendrons uniquement que l'information se propage dans le modèle à la vitesse des valeurs propres de  $A(U)$ .

Ces valeurs propres s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} \lambda_1 = V - C(K) \\ \lambda_2 = V + C(K) \end{cases}$$

On peut alors remarquer que :  $\lambda_2 > V > \lambda_1$ .

Il apparaît alors de façon très claire que l'information va se propager plus vite que les véhicules dans ces modèles, ce qui n'est évidemment pas possible dans la réalité, comme il est souligné dans [Aw et Rascle, 2000].

### La nouvelle génération

C'est cette analyse qui est à la base des nouveaux modèles d'ordre supérieur. Partant de ce constat, plusieurs auteurs [Aw et Rascle, 2000 ; Zhang, 2002 ; Jiang et al., 2002] ont développé un autre type de modèle qui diffère du précédent par sa matrice  $A(U)$ . Il est intéressant de noter que dans les trois articles dans lesquels on retrouve ce type de modèle, aucun auteur ne cite les autres travaux, ce qui laisse supposer que ces démarches ont été menées en parallèle.

Les trois modèles proposent la même matrice :

$$A(U) = \begin{pmatrix} V & K \\ 0 & V + C(K) \end{pmatrix}$$

Seul le coefficient  $C(K)$  différencie ces modèles :

- $C(K) = -KP'(K)$  dans le modèle d'Aw et Rascle<sup>20</sup>;
- $C(K) = KV_e'(K)$  dans le modèle de Zhang ;
- $C(K) = -c_0$  dans le modèle de Jiang, Wu et Zhu<sup>21</sup>.

Les valeurs propres de cette matrice sont :

$$\begin{cases} \lambda_1 = V \\ \lambda_2 = V + C(K) \end{cases}$$

Ces modèles respectent donc la propriété d'anisotropie du trafic ( $C(K)$  est toujours négatif, donc  $\lambda_1 = V$  et  $\lambda_2 < V$ ).

On peut remarquer que le modèle d'Aw et Rascle, qui a été publié le premier, est une généralisation des deux autres. Toutefois, dans leur article, Aw et Rascle étudient un autre type de modèle en définissant la fonction  $P(K)$  par :  $P(K) = aK^\gamma$ .

### Résolution par discrétisation

Les solutions analytiques de ces modèles sont aussi difficiles à calculer dans des cas complexes que pour le modèle LWR. De façon tout à fait similaire, il est possible de les résoudre de façon numérique en discrétisant le modèle.

Différents types de schémas numériques ont été appliqués aux modèles d'ordre supérieur : le schéma de Roe [Leo et Pretty, 1992], de Lax-Friedrichs [Zhang, 2000b], ... A notre connaissance, deux modèles discrétisés ont été développés en utilisant le schéma de Godunov : une discrétisation spatio-temporelle que l'on pourrait qualifier d'eulérienne, et une discrétisation lagrangienne.

La discrétisation eulérienne est identique à celle présentée précédemment : on découpe l'espace et le temps et on calcule les états successifs du système à chaque pas de temps. Ce type de discrétisation a été étudié par Zhang dans [Zhang, 2001]. Comme pour LWR, le problème est d'étudier la solution analytique du modèle dans le cas du problème de Riemann pour un pas de temps. Nous ne présenterons pas ici cette discrétisation car elle est très similaire à celle décrite précédemment.

Dans la discrétisation lagrangienne c'est le flux qui est décomposé en paquets pour lesquels on calcule l'évolution des variables d'état. Nous allons nous intéresser à cette discrétisation, proposée par Aw, Klar, Materne et Rascle dans [Aw et al., 2002].

La principale différence avec la discrétisation eulérienne concerne les variables utilisées. Les auteurs proposent de passer en coordonnées « de masse » lagrangiennes, notées  $(X, T)$ <sup>22</sup>, en utilisant les relations suivantes :

---

<sup>20</sup> Dans ce modèle,  $P(K)$  est une fonction donnée homogène à une vitesse qui décrit l'anticipation des conditions de trafic en aval des conducteurs.

<sup>21</sup>  $c_0$  est une constante qui représente la vitesse de propagation d'une perturbation.

$$\frac{\partial X}{\partial x} = K, \quad \frac{\partial X}{\partial t} = -KV \quad \text{et} \quad T = t$$

$X$  est défini comme l'intégrale de la concentration (normalisée par rapport à  $Kx$ ), et représente donc l'espace total occupé par les véhicules.  $T$  est égal au temps. Si on applique ce changement de coordonnées au modèle d'Aw et Rascle, défini par :

$$\begin{cases} \frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial KV}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(KW)}{\partial t} + \frac{\partial(VKW)}{\partial x} = \frac{A}{\tau}(V_e(K) - V) \end{cases}, \quad \text{avec : } W = V + P(K)^{23},$$

on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial T} - \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial T} = A \frac{1}{\tau}(V_e(K) - V) \end{cases}$$

en posant :  $\sigma = 1/K$ . Ce système est un système hyperbolique en  $W$  et  $\sigma$ . La résolution numérique se fait en deux étapes : on traite séparément les termes de relaxation (dernière équation du système) et de convection (système sans second membre).

Pour le terme de convection, on applique le schéma de Godunov. On décompose le flux en paquets de véhicules de taille  $\Delta X$  : ces paquets sont les cellules de la discrétisation. On définit également un pas de temps  $\Delta T$ . Le système précédent est discrétisé de la façon suivante :

$$\begin{cases} W_i^{t+\Delta T} = W_i^t \\ \sigma_i^{t+\Delta T} = \sigma_i^t + \frac{\Delta T}{\Delta X}(V_{i+1}^t - V_i^t) \end{cases}$$

Il suffit alors de résoudre pour chaque cellule le problème de Riemann, puis de faire la moyenne des variables d'état au bout d'un pas de temps. Ce schéma, que nous ne décrirons pas davantage ici, permet ainsi de calculer l'évolution au cours du temps de  $W$  et de  $\sigma$  pour chaque cellule.  $\sigma$  étant l'inverse de la concentration, il est facile de recalculer à partir de ces variables la concentration  $K$  et la vitesse  $V$  pour chacune des cellules.

Dans ce schéma numérique, les cellules se déplacent (dans le repère eulérien) entre deux trajectoires (celles correspondant au premier et au dernier véhicule de la cellule). La masse totale (c'est-à-dire le nombre de véhicules) est donc conservée à l'intérieur de chaque cellule, de même que  $W$ . Ceci permet de différencier le comportement de chaque paquet de véhicules en lui attribuant une certaine valeur de  $W$  dans les conditions initiales.

<sup>22</sup> Dans leur article, les auteurs proposent également un changement de variables introduisant un paramètre  $\varepsilon$  afin d'étudier la convergence de leur modèle vers un modèle microscopique de voiture-suiveuse. Nous présenterons le principe de cette discrétisation sans ce changement de variable, que nous présenterons dans la partie sur l'étude des liens entre les modèles.

<sup>23</sup>  $W$  correspond à un écart par rapport à la vitesse, ce qui permet de caractériser le comportement local des véhicules. Ceci apparaît plus clairement si on écrit que  $P(K) = -V_e(K)$ .

Une fois le terme de convection traité, il suffit de rajouter le terme de relaxation, ce qui conduit au système suivant :

$$\begin{cases} W_i^{t+\Delta T} = W_i^t e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} + \left( V(K_i^{t+\Delta T}) + P(K_i^{t+\Delta T}) \right) \left( 1 - e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} \right) \\ \sigma_i^{t+\Delta T} = \sigma_i^t + \frac{\Delta T}{\Delta X} (V_{i+1}^t - V_i^t) \end{cases}$$

Nous verrons que cette discrétisation s'avère très intéressante lorsque nous passerons à l'étude des liens entre les modèles.

### **Conclusion**

Les modèles d'ordre supérieur ont été introduits afin d'améliorer la description des phases transitoires de l'écoulement. Nous avons vu que la première génération de modèles (type Payne) souffre de nombreux défauts dont le principal est que le trafic est considéré comme isotrope. Ces modèles ont donc laissé leur place à des modèles plus récents qui corrigent ces défauts grâce à une analyse des solutions analytiques des modèles d'ordre supérieur.

Ces modèles sont particulièrement adaptés à la modélisation de tronçons autoroutiers car ils permettent de bien modéliser les phases transitoires, notamment au niveau des bretelles d'autoroute. C'est d'ailleurs la raison qui justifie leur utilisation dans le cas du contrôle d'accès (le lecteur pourra se référer à [Papageorgiou et al., 1989] pour un exemple d'utilisation d'un modèle d'ordre supérieur dans ce cas).

Toutefois, il ne faut pas pour autant en déduire trop rapidement que les modèles d'ordre supérieur sont nécessairement mieux adaptés à la modélisation de l'écoulement que le modèle LWR. Il existe encore à l'heure actuelle un vif débat pour savoir quel est le « meilleur » modèle macroscopique. Aucun auteur n'est encore parvenu à démontrer la supériorité de l'un par rapport à l'autre ([Lebacque et Lesort, 1999]). Il nous semble que ceci n'est pas le vrai problème. D'après Papageorgiou [Papageorgiou, 1998], les modèles macroscopiques de trafic n'atteindront jamais le même niveau de précision dans la description de l'écoulement que dans les autres domaines de la physique comme la mécanique des fluides. Chaque modèle est adapté pour décrire certains phénomènes, et c'est par une analyse des besoins de modélisation que passe le choix du modèle à utiliser. On peut prendre pour exemple la représentation de l'accélération du flux. Celle-ci est primordiale dans l'estimation de certains indicateurs environnementaux comme l'émission de bruit. Si les modèles du second ordre décrivent effectivement les phases transitoires, Leclercq a montré dans [Leclercq, 2002] qu'ils ne décrivent pas pour autant de façon correcte la cinématique des véhicules lors des phases d'accélération et de décélération. Ainsi, afin de représenter correctement cette cinématique, il fait le choix de travailler avec le modèle LWR et montre qu'une description correcte est possible avec ce modèle.

#### **II.1.1.c Conclusion**

Nous avons ici passé en revue les principaux modèles d'écoulement : les modèles microscopiques, qui donnent une description individualisée de tous les véhicules, et les modèles macroscopiques, dans lesquels le flot de véhicules est assimilé à un flux continu.

Cette présentation des modèles d'écoulement nous a permis de voir que quel que soit le type de modèle, ils reposent tous sur des hypothèses simplificatrices, et qu'aucun des modèles existants ne peut prétendre représenter de façon parfaite l'écoulement.

### II.1.2 Lien entre les modèles

Nous avons vu dans le chapitre I que dans les autres disciplines de la physique, il est possible de trouver des liens qui unissent les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Notamment, l'homogénéisation est une méthode qui permet de déduire le comportement au niveau global d'un matériau à partir de l'analyse du comportement au niveau local des hétérogénéités qui le composent.

On peut alors se demander si une telle approche existe en trafic. Dans quelle mesure les modèles macroscopiques peuvent-ils être considérés comme une agrégation au niveau global des modèles microscopiques ?

#### II.1.2.a Modèles de voiture-suiveuse et diagramme fondamental

Dès l'apparition des modèles microscopiques de trafic, il s'est posé la question de savoir quel était le comportement macroscopique associé à ces modèles. L'article de Gazis, Herman et Potts [Gazis et al., 1959] est un article fondateur dans ce domaine. Les auteurs montrent que, si on étudie un peloton de véhicules à l'équilibre obéissant au modèle linéaire, il est possible de retrouver l'équation du diagramme fondamental correspondant à ce modèle.

Prenons un peloton de véhicules. Supposons que le premier (le véhicule de tête) roule à une vitesse constante notée  $u$ , et que les véhicules suivants sont tous à l'équilibre (ils roulent à la même vitesse que le premier et sont espacés à une distance qui satisfait l'hypothèse de distance de sécurité sur laquelle est fondé le modèle). Si on s'intéresse au véhicule numéroté  $i+1$  dans ce peloton, on sait que :

$$\ddot{x}_{i+1}(t+T_r) = \alpha(\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t))$$

En intégrant, on obtient la vitesse du véhicule :

$$\dot{x}_{i+1}(t+T_r) = \alpha(x_i(t) - x_{i+1}(t)) + C_0$$

$C_0$  étant une constante. Comme les véhicules sont à l'équilibre, la vitesse à  $t+T_r$  est égale à la vitesse à  $t$ , et donc à  $u$ . On a alors l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i+1}(t) &= u = \alpha(x_i(t) - x_{i+1}(t)) + C_0 \\ &= \alpha s(t) + C_0 \end{aligned}$$

en posant :  $s(t) = (x_i(t) - x_{i+1}(t))$ . Cette expression de la vitesse du véhicule est valable pour tous les véhicules du peloton. Donc la vitesse moyenne du flot est égale à  $u$ . De plus, à l'équilibre, l'espacement  $s$  entre les véhicules est égal à l'inverse de la concentration :  $s = 1/K$ <sup>24</sup>. On a donc la relation suivante :

<sup>24</sup> Nous verrons dans la suite que cette relation est fautive en régime transitoire.

$$V_e = \alpha \frac{1}{K} + C_0$$

On retrouve bien ici une vitesse d'équilibre des véhicules qui est une fonction de  $K$  : il s'agit du diagramme fondamental qui caractérise le comportement à l'équilibre du modèle microscopique.

Il est possible de déterminer les paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  en fonction des paramètres classiques d'un diagramme fondamental. Ainsi, on sait que lorsque le trafic est arrêté,  $K = K_x$ , et donc  $C_0 = -\frac{\alpha}{K_x}$ . On obtient alors :

$$V_e = \alpha \left( \frac{1}{K} - \frac{1}{K_x} \right), \text{ ou bien } Q_e = \alpha \left( 1 - \frac{K}{K_x} \right)$$

On remarque alors que le débit  $Q_e$  est maximum pour  $K = 0$ . On a donc  $\alpha = Q_x$ . On remarque ici que ce diagramme fondamental n'est pas en accord avec les observations faites sur les données de trafic (le débit décroît linéairement avec la concentration), ce qui montre bien que ce modèle n'est pas valable pour les faibles densités.

La même procédure a été appliquée à d'autres modèles de voiture-suiveuse. May et Keller [May et Keller, 1967] ont ainsi répertorié les diagrammes fondamentaux obtenus par différents auteurs en fonction des paramètres  $l$  et  $m$  de l'expression générale du modèle type GHR que nous avons présenté en II.1.1.a.(ii) . Ces résultats sont présentés dans le Tableau II-1<sup>25</sup>.

Valeur de $l$	Diagramme fondamental	Auteur
	<b>m=0</b>	
0	$q = \alpha(1 - K/K_x)$ $\alpha = Q_x$	Chandler et al. Pipes
1	$q = \alpha K \ln(K_x/K)$ $\alpha = V_c$	Greenberg Gazis et al.
3/2	$q = \alpha K (1 - \sqrt{K/K_x})$ $\alpha = V_l$	Drew
2	$q = \alpha K (1 - K/K_x)$ $\alpha = V_l$	Greenshields
	<b>m=1</b>	
2	$q = \alpha K e^{-K/K_c}$ $\alpha = V_l$	Edie
3	$q = \alpha K e^{-\frac{1}{2}(K/K_c)^2}$ $\alpha = V_l$	Drake et al.

Tableau II-1: Diagrammes fondamentaux dérivés des modèles de voiture-suiveuse

<sup>25</sup> Nous n'avons pas reporté les références correspondant à chacun des auteurs. Le lecteur est renvoyé à l'article de May et Keller pour ces références.

Ces résultats sont intéressants car ils montrent que, dans le cas d'un peloton de véhicules à l'équilibre régis par un modèle microscopique, on retrouve des diagrammes fondamentaux sur lesquels sont fondés les modèles macroscopiques.

Ce premier lien entre ces deux types de modèle a l'intérêt de montrer que dans des situations où le trafic est proche de l'équilibre, et donc où il y a peu de variations, les deux types de modèle vont conduire à des comportements de même nature.

Toutefois, cette relation entre les modèles n'est valide que pour des situations à l'équilibre. Quand le trafic subit de fortes variations, il devient beaucoup plus difficile d'extraire le comportement global des modèles microscopiques. Or, l'intérêt des modèles de trafic est de décrire la dynamique du trafic : il n'y a pas grand intérêt à modéliser le trafic dans des situations stationnaires ! Il faut donc aller plus loin dans l'analyse des liens entre modèles et sortir du cadre trop restreint de la situation d'équilibre.

### ***II.1.2.b Modèles de voiture-suiveuse et modèles macroscopiques d'ordre supérieur***

Lorsque nous avons présenté les modèles macroscopiques d'ordre supérieur, nous avons volontairement omis de parler des relations qui existent entre ces modèles et les modèles microscopiques de voiture-suiveuse afin de les présenter dans cette partie.

#### *II.1.2.b.(i) Dérivation du modèle de Payne*

Certains modèles macroscopiques d'ordre supérieur sont dérivés d'un modèle microscopique. Prenons le cas du modèle de Payne. Dans son article, l'auteur établit ce modèle à partir du modèle microscopique suivant :

$$\dot{x}_{i+1}(t+T_r) = V_e \left( \frac{1}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \right)$$

Pour arriver à son modèle macroscopique, Payne fait les approximations suivantes :

$$\begin{cases} x_{i+1}(t) = x \\ x_i(t) - x_{i+1}(t) \approx \frac{1}{K(y)} \\ y \approx \frac{x_i(t) + x_{i+1}(t)}{2} \\ \dot{x}_{i+1}(t+T_r) \approx \dot{x}_{i+1}(t) + T_r \ddot{x}_{i+1}(t) \approx V(x, t) + \tau \gamma(x, t) \end{cases}$$

avec :  $\gamma(x, t) = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}$  et  $\tau = T_r$ . Les hypothèses correspondant à ces approximations sont les suivantes :

- l'état d'un véhicule positionné à  $x_{i+1}(t)$  représente les conditions de trafic moyennes à  $x$  (hypothèse permettant de passer des variables discrètes aux variables continues) ;
- la concentration entre deux véhicules est égale à l'inverse de la distance qui les sépare ;

- $T_r$  est petit par rapport aux autres variables temporelles (ce qui permet de faire un développement en série de la vitesse et de négliger les termes d'ordre supérieur à 1).

Ces hypothèses ne sont valides que si la variation des états du trafic est relativement lente (en toute rigueur, la dérivation du modèle de Payne n'est exacte que pour une situation stationnaire et homogène [Lebacque, 1995b]). Dans une situation fortement dynamique, les approximations qui sont faites ne sont plus valables car la vitesse et l'espacement entre véhicules varient fortement, et donc il n'est plus possible de négliger les termes d'ordre supérieur (cf. l'appendice C de [Berg, 2001]). Il s'agit là d'une autre critique formulée par Daganzo dans [Daganzo, 1995].

Prenons l'exemple proposé dans [Berg, 2001] afin d'illustrer l'erreur commise lorsque l'on suppose que la concentration est égale à l'inverse de la distance entre les véhicules en situation non stationnaire. Prenons le cas d'un tronçon de route sur lequel les véhicules sont disposés en  $x_i = 1, 2, 4, 8, \dots$ . On définit la distance entre les véhicules par :  $s_{i+1} = x_i - x_{i+1}$ . Dans ce cas très particulier, on a la relation suivante :  $s_i = x_i$ . Si on suppose que  $s$  peut être étendu à des valeurs continues, que  $s = x$ , et que  $K = 1/s$  (hypothèses couramment faites dans la dérivation d'un modèle macroscopique), on obtient :  $K(x) = 1/x$ . En intégrant cette concentration sur la portion de route comprise entre 1 et  $y$ , on trouve que le nombre de véhicules sur cette portion est égal à :  $N(1 \rightarrow y) = \log_e(y)$ . Or, si on compte les véhicules présents à partir des variables discrètes, on obtient :  $N(1 \rightarrow y) = \log_2(y)$ .

Ce contre-exemple démontre qu'en situation transitoire, l'approximation  $K = 1/s$  n'est pas valide.

Il est facile d'illustrer les effets de ces approximations sur le modèle macroscopique obtenu. Reprenons l'exemple de Daganzo d'une file de véhicules arrêtés. Tout modèle de voiture-suiveuse va prédire une propagation vers l'amont de la fin de la queue, les véhicules réagissant à l'information qui se trouve devant eux. On a vu en II.1.1.b.(ii) que dans ce cas, le modèle de Payne prédit une file d'attente (et donc des véhicules) qui recule, ce qui est impossible dans un modèle de voiture-suiveuse. Cet exemple montre que le passage du modèle microscopique au modèle macroscopique n'est pas rigoureux, et que le modèle obtenu diffère du modèle microscopique en cas de variations fortes du trafic.

D'autres auteurs ont utilisé un raisonnement similaire pour dériver leur modèle macroscopique d'ordre supérieur à partir d'une équation de poursuite. Ainsi, dans [Helbing, 1998], l'auteur montre qu'il est possible de dériver un modèle macroscopique d'ordre supérieur proche du modèle de Payne (ce modèle contient un terme en  $\partial^2 K / \partial x^2$  supplémentaire) à partir du modèle microscopique de Bando. Il montre que cette dérivation n'est valide que si la variance de la vitesse est proche de 0, et donc que l'on se trouve dans une situation proche de l'équilibre.

On peut également noter que deux des trois modèles dits de nouvelle génération sont également présentés comme étant dérivés de modèles microscopiques suivant cette

méthode, c'est-à-dire en supposant encore une variation lente des états de trafic (pour supposer valide le passage des variables discrètes aux variables continues, faire des développements limités à l'ordre 1 et faire l'hypothèse que la concentration est égale à l'inverse de l'espacement). Cette méthode a été appliquée simultanément dans [Zhang, 2002] et [Jiang et al., 2002]. Les modèles microscopiques utilisés par les auteurs sont relativement proches. Il s'agit des modèles suivants :

$$\begin{cases} \ddot{x}_{i+1}(t) = \frac{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)}{\tau(x_i(t) - x_{i+1}(t))} & \text{pour Zhang,} \\ \ddot{x}_{i+1}(t) = \frac{(Ve(x_i(t) - x_{i+1}(t)) - \dot{x}_{i+1}(t))}{T} + \frac{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)}{\tau} & \text{pour Jiang, Wu et Zhu.} \end{cases}$$

L'originalité de leur approche (qui leur permet de trouver un modèle macroscopique d'ordre supérieur étant anisotrope) est de considérer que  $\tau$  est le temps mis par une perturbation pour se propager entre deux véhicules. Ils supposent donc que :

$$\frac{x_i - x_{i+1}}{\tau} = c(K)$$

$c(K)$  étant la vitesse de propagation d'une perturbation en trafic<sup>26</sup>. Celle-ci est supposée constante par Jiang, Wu et Zhu, tandis que Zhang la suppose égale à  $KV_e'(K)$ .

Les modèles microscopiques et macroscopiques dérivés selon cette approche sont très proches en situation stationnaire, mais il apparaît que ce lien ne tient plus en situation transitoire. Dans ce cas, le passage des variables individuelles aux variables collectives n'est pas valide (on retrouve ici une conséquence directe de la non séparation d'échelle en trafic que nous avons présentée dans le chapitre I). De même, les ordres supérieurs des développements en série sont négligés sans réelle justification, et l'exemple proposé par Berg illustre les limites de l'hypothèse de définition de la concentration.

### II.1.2.b.(ii) Dérivations plus rigoureuses de modèles macroscopiques d'ordre supérieur

Cette méthode de dérivation des modèles d'ordre supérieur souffre de nombreux défauts, qui font d'ailleurs partie des critiques adressées par Daganzo dans [Daganzo, 1995] à leur encontre. Afin de les supprimer, certains auteurs ont tenté de développer des méthodes de dérivation des modèles d'ordre supérieur plus rigoureuses. Nous allons ici présenter deux de ces méthodes ; notre objectif est de montrer en quoi elles diffèrent de la précédente, mais aussi de montrer quelles sont leurs limites.

La première est proposée dans [Hennecke et al., 1999]. Elle repose sur l'hypothèse que la vitesse d'un véhicule en  $x_i(t)$  est égale à la vitesse du flot en ce point, et que cette vitesse varie linéairement entre deux véhicules. Ainsi, le champ de vitesse moyenne du flot

<sup>26</sup> Cette vitesse est également appelée vitesse du son du trafic par analogies à la vitesse du son qui caractérise la vitesse de propagation d'une petite perturbation dans un gaz.

en  $(x, t)$  est obtenu par interpolation linéaire entre la vitesses des deux véhicules dont la position vérifie  $x_i \geq x \geq x_{i+1}$  :

$$V(x, t) = \frac{\dot{x}_{i+1}(t)(x_i(t) - x) + \dot{x}_i(t)(x - x_{i+1}(t))}{x_i(t) - x_{i+1}(t)}$$

En dérivant cette expression de la vitesse du flot par rapport à  $t$ , on obtient l'équation suivante :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) = A(x, t) \\ A(x, t) = \frac{\ddot{x}_{i+1}(t)(x_i(t) - x) + \ddot{x}_i(t)(x - x_{i+1}(t))}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \end{cases}$$

On retrouve ici l'expression de l'accélération du flux (membre de gauche de la première équation) qui est égale à  $A(x, t)$ . On remarque que cette accélération est l'interpolation linéaire de l'accélération des véhicules dans le modèle microscopique. Cette équation dynamique en vitesse, associée à l'équation de conservation des véhicules, donne un modèle macroscopique d'ordre supérieur. Il reste alors à déterminer  $A(x, t)$  en fonction des variables de flux  $K(x, t)$  et  $V(x, t)$ .

On note  $a_{mic}$  la fonction qui définit l'accélération d'un véhicule dans le modèle microscopique. Cette fonction dépend de la vitesse du véhicule, de la distance qui le sépare du véhicule de devant et du différentiel de vitesse avec ce véhicule. Les auteurs font alors les approximations suivantes :

$$\begin{cases} A(x, t) \approx a_{mic}(V(x, t), \Delta V(x, t), S(x, t)) \\ \Delta V(x, t) = (V(x + 1/K(x, t), t) - V(x, t)) \\ S(x, t) = \frac{1}{2} \frac{1}{(K(x, t) + K(x + 1/K(x, t), t))} \end{cases}$$

Ils appliquent cette méthode au modèle microscopique appelé « Intelligent Driver Model » (noté IDM) défini de la façon suivante :

$$\begin{cases} \ddot{x}_{i+1}(t) = a \left( 1 - \left( \frac{\dot{x}_{i+1}(t)}{v_0} \right)^\delta - \left( \frac{s_{i+1}^*(t)}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \right)^2 \right) \\ s_{i+1}^*(t) = s_0 + s_1 \sqrt{\frac{\dot{x}_{i+1}(t)}{v_0}} + T \dot{x}_{i+1}(t) + \frac{\dot{x}_{i+1}(t)(\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t))}{2\sqrt{ab}} \end{cases}$$

$v_0$  étant la vitesse libre du véhicule,  $a$  son accélération maximale,  $T$  le temps intervéhiculaire minimum,  $b$  la décélération jugée confortable par le conducteur,  $s_0$  et  $s_1$  deux distances caractérisant les états congestionnés. Dans ce modèle, l'accélération du véhicule est composée de trois termes. Les deux premiers représentent l'accélération d'un véhicule

pour atteindre sa vitesse libre. Le dernier représente les interactions avec les autres véhicules.

Ils obtiennent ainsi un modèle macroscopique d'ordre supérieur associé au modèle IDM. Ce modèle est le suivant :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = a \left( 1 - \left( \frac{V(x,t)}{v_0} \right)^\delta - \left( \frac{s_0 + s_1 \sqrt{\frac{V(x,t)}{v_0}} + TV(x,t) + \frac{V(x,t)(V(x,t) - V(x+1/K(x,t),t))}{2\sqrt{ab}}}{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{K(x,t) + K(x+1/K(x,t),t)} \right) - \frac{1}{K_x}} \right)^2 \right)$$

En étudiant les résultats numériques fournis par ces deux modèles, les auteurs montrent que les perturbations se propagent de façon très similaire dans le modèle microscopique et dans le modèle macroscopique associé<sup>27</sup>.

Toutefois, cette dérivation est critiquable sur plusieurs points. Pour parvenir au modèle macroscopique, les auteurs font des hypothèses de même nature que celles posées par Payne. Mais surtout, le modèle macroscopique ainsi obtenu est très (trop) complexe ! Les termes du membre de droite sont très nombreux, et donc il est difficile d'analyser le comportement du modèle ainsi obtenu. On peut d'ailleurs noter que les auteurs ne donnent pas l'expression de ce modèle dans leur article (ils donnent uniquement les équations qui permettent de le construire) et n'étudient pas ses propriétés.

Une autre méthode est celle proposée dans [Berg et al., 2000]. Elle diffère de la méthode proposée par Payne au niveau de la définition de la concentration. Nous avons vu précédemment que celle-ci est égale à l'inverse de la distance entre les véhicules en situation stationnaire, mais que cette relation n'est plus valide en situation dynamique. C'est ce qui pose problème pour déduire le champ de concentration à partir des positions des véhicules dans la dérivation des modèles macroscopiques. Pour résoudre cette difficulté, Hennecke, Treiber et Helbing proposent de déduire le champ de vitesse moyenne du flot par interpolation linéaire des vitesses individuelles de véhicules. Ici, les auteurs proposent une autre méthode fondée sur l'analyse suivante.

Le champ de concentration associé aux positions des véhicules doit vérifier la relation suivante :

$$\int_{x_{i+1}}^{x_i} K(x) dx = 1 \text{ pour tout } i$$

Par souci de lisibilité des équations, on pose :  $s = x_i - x_{i+1}$ . Les auteurs proposent alors d'étendre la relation ci-dessus à tous les points  $x$  de la route, de sorte que :

<sup>27</sup> Nous verrons dans le chapitre III comment on peut comparer ces deux types de modèles (l'un fournissant des trajectoires, l'autre la propagation d'un flux) et quels sont les problèmes associés à cette comparaison.

$$\int_0^{s(x)} K(x+y) dy = 1$$

Ils proposent alors de faire un développement en série de cette intégrale en puissance de  $y$ . Ils font l'hypothèse que chaque terme est négligeable face au terme d'ordre précédent, et ne retiennent que les termes allant jusqu'au deuxième ordre (pour des raisons de stabilité du modèle). Ils obtiennent alors la relation suivante :

$$s \approx \frac{1}{K} - \frac{1}{2K^3} \frac{\partial K}{\partial x} - \frac{1}{6K^4} \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} + \frac{1}{2K^5} \left( \frac{\partial K}{\partial x} \right)^2$$

En utilisant cette relation, ils dérivent à partir du modèle microscopique de Bando le modèle macroscopique d'ordre supérieur suivant :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{\Delta t} (V_e(K) - V) + \frac{1}{\Delta t} V_e'(K) \left( \frac{1}{2K} \frac{\partial K}{\partial x} + \frac{1}{6K^2} \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - \frac{1}{2K^3} \left( \frac{\partial K}{\partial x} \right)^2 \right)$$

Ensuite, de façon similaire à Hennecke, Treiber et Helbing, les auteurs comparent les résultats obtenus avec les deux modèles afin de vérifier que les perturbations se propagent à la même vitesse dans les deux modèles.

Bien que plus rigoureuse sur certains points, cette dérivation n'en reste pas moins critiquable. Tout d'abord, l'hypothèse faite lors du développement en série de  $s$  suppose une variation lente des conditions de trafic entre deux véhicules, et donc que les fortes variations du trafic ont lieu à l'échelle de plusieurs véhicules. On a vu dans le chapitre I que cette hypothèse est loin d'être vérifiée en trafic. On retrouve ici le même type de limite que dans la dérivation du modèle de Payne. Une autre critique concerne le modèle obtenu. Comme précédemment, celui-ci s'avère assez complexe, et il est difficile d'étudier son comportement.

### II.1.2.b.(iii) Lien entre un modèle microscopique et le modèle d'Aw et Rascle

Il ressort de l'analyse précédente qu'il est relativement difficile d'établir rigoureusement la dérivation d'un modèle macroscopique d'ordre supérieur à partir d'un modèle microscopique.

L'approche adoptée dans [Aw et al., 2002] est différente des précédentes car, au lieu d'établir le modèle macroscopique par dérivation d'un modèle microscopique, les auteurs étudient la convergence d'un modèle microscopique vers un modèle macroscopique posé a priori.

Nous avons vu précédemment que le modèle d'Aw et Rascle écrit en coordonnées lagrangiennes de masse s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial T} - \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial T} = A \frac{1}{\tau} (V_e(K) - V) \end{cases}$$

Les auteurs proposent d'étudier le lien entre ce modèle et le modèle microscopique suivant :

$$\ddot{x}_{i+1}(t) = C_\gamma \frac{\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t)}{(x_i(t) - x_{i+1}(t))^{\gamma+1}} + \frac{A}{T_r} \left( V_e \left( \frac{l_{i+1}}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \right) - \dot{x}_{i+1}(t) \right)$$

$C_\gamma$ ,  $A$ ,  $T_r$  et  $\gamma$  étant des paramètres du modèle,  $l_i$  la taille du véhicule  $i$ .

Ils définissent la « densité locale autour du véhicule » par la relation suivante :  $K_{i+1} = l_{i+1} / (x_i(t) - x_{i+1}(t))$ . On note  $\sigma_i$  l'inverse de cette concentration (on remarquera que la concentration est normalisée par rapport à la taille des véhicules). En posant :

$$C_\gamma = v_{ref} \left( \frac{l_i}{K_x} \right)^\gamma, \quad \tilde{P}(\sigma_i) = \begin{cases} \frac{v_{ref}}{\gamma} \left( \frac{\sigma_x}{\sigma_i} \right)^\gamma & \text{si } \gamma > 0 \\ -v_{ref} \ln \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_x} \right) & \text{si } \gamma = 0 \end{cases} \quad \text{et } w_i = v_i + \tilde{P}(\sigma_i)$$

le modèle microscopique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{w}_{i+1} = \frac{A}{T_r} (V_e(K_{i+1}) - \dot{x}_{i+1}) \\ \dot{\sigma}_{i+1} = \frac{1}{l_{i+1}} (\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1}) \end{cases}$$

Au vu des équations de ces deux modèles, il apparaît que le modèle microscopique peut être vu comme une semi-discrétisation du modèle macroscopique.

Afin d'étudier la convergence de ce modèle vers le modèle macroscopique, les auteurs introduisent un petit paramètre  $\varepsilon$ . Ce paramètre est un facteur d'échelle dont l'objectif est de faire des passages à la limite rigoureux. On retrouve ici une approche similaire à celle de l'homogénéisation des milieux périodiques que nous avons vu dans le chapitre I. L'intérêt de ce paramètre est de se placer à une échelle à laquelle la taille des véhicules tend vers 0, tandis que le domaine considéré et le nombre de véhicules tendent vers l'infini.

On change alors de coordonnées, en définissant les nouvelles coordonnées  $(x', t')$  par :

$$x' = \varepsilon x \quad \text{et} \quad t' = \varepsilon t$$

On note  $\Delta X = \varepsilon l_i$  la taille des véhicules dans ces nouvelles coordonnées. Comme  $\Delta X$  tend vers 0 quand  $\varepsilon$  tend vers 0, les auteurs montrent que le modèle microscopique converge formellement vers le modèle macroscopique quand  $\varepsilon$  tend vers 0 (au moins dans le cas où  $A = 0$ ).

Aw, Klar, Materne et Rascle en concluent que le modèle macroscopique peut être vu comme la limite du modèle microscopique pour un très grand nombre de véhicules sur

une route très longue et une grande échelle de temps (du même ordre de grandeur que la longueur de la route).

*II.1.2.b.(iv) Lien entre un modèle microscopique et le modèle de Jiang, Wu et Zhu*

Pour finir sur le lien entre modèles microscopiques et modèles macroscopiques d'ordre supérieur, nous allons présenter rapidement l'analyse faite par Jiang et Wu. Bien que le modèle de Jiang, Wu et Zhu soit initialement présenté comme étant fondé sur un modèle microscopique, Jiang et Wu ont proposé une autre méthode permettant de montrer le lien entre ce modèle et un modèle microscopique [Jiang et Wu, 2003]. On retrouve ici l'approche précédente qui consiste à étudier a posteriori le lien entre les deux types de modèles, le modèle macroscopique étant posé a priori, à partir d'analogies avec la mécanique des fluides.

L'analyse de la forme générale des modèles d'ordre supérieur de nouvelle génération montre que le comportement individuel des conducteurs n'intervient plus que dans le choix du terme  $C(K)$  (vitesse de propagation des perturbations dans le modèle macroscopique). L'idée de Jiang et Wu est de comparer la vitesse de propagation de petites perturbations du modèle macroscopique avec celle d'un modèle microscopique.

Pour ce faire, ils prennent le même modèle microscopique que celui présenté dans [Jiang et al., 2002]. Ils simulent la réaction d'un peloton de véhicules à l'équilibre face à un petit changement de vitesse du véhicule de tête. Ils en déduisent la vitesse de propagation du changement de vitesse à travers le peloton. En effectuant ce calcul pour l'ensemble des concentrations possibles, ils obtiennent le profil de la vitesse de propagation des petites perturbations pour le modèle microscopique.

Ils comparent alors ce profil avec différentes possibilités de choix de  $C(K)$ . Leur conclusion est que ce profil a une relation forte avec le diagramme fondamental, mais qu'il dépend aussi de paramètres microscopiques. Ils établissent ainsi un lien entre les deux modèles dans des situations dynamiques.

*II.1.2.b.(v) Conclusion*

Cette analyse des différentes méthodes proposées dans la littérature afin de dériver un modèle macroscopique d'ordre supérieur à partir d'un modèle microscopique nous conduit à la conclusion suivante. L'objectif initial, qui est de dériver directement un modèle macroscopique à partir d'un modèle microscopique, n'est pas celui qui est réellement poursuivi par les auteurs. La dérivation du microscopique vers le macroscopique est un faux argument pour justifier ces modèles macroscopiques. Il s'agit en réalité de modèles qui sont posés a priori, sans lien direct avec le microscopique, mais plutôt par analogie avec la mécanique des fluides [Daganzo, 1995] (c'est d'ailleurs ce qui a induit le caractère isotrope du trafic dans la première génération de modèles).

La dérivation à partir d'un modèle microscopique n'est effectuée qu'une fois le modèle posé, dans l'objectif de montrer qu'il intègre bien le comportement microscopique des véhicules. Ceci est d'autant plus clair pour les modèles de nouvelle génération où il est

évident que ce sont d'abord les propriétés analytiques du modèle (les valeurs propres de la matrice  $A(U)$ ) qui ont conduit à l'établissement de sa forme générale.

Ceci ressort nettement de l'approche de Jiang et Wu [Jiang et Wu, 2003] qui posent a priori la forme du modèle macroscopique d'ordre supérieur, puis comparent la vitesse de propagation des perturbations dans ce type de modèle et dans les modèles microscopiques.

De même, le modèle d'Aw et Rascle a été posé a priori dans un premier temps. C'est ensuite que le lien avec un modèle microscopique a été établi dans [Aw et al., 2002]. La conclusion des auteurs est d'ailleurs que le modèle microscopique peut être vu comme une semi-discrétisation du modèle macroscopique. C'est donc davantage le modèle microscopique qui est issu du modèle macroscopique que l'inverse.

### ***II.1.2.c Modèle macroscopique du premier ordre et modèles de poursuite***

Nous avons vu précédemment que le modèle de LWR a été posé par analogie avec la mécanique des fluides. Il repose sur une équation de conservation et une équation d'équilibre définissant la relation entre la vitesse (ou le débit) et la concentration. Cette dernière équation, de nature empirique, est relative au comportement collectif des véhicules. Ce modèle n'intègre donc pas le comportement individuel comme les modèles d'ordre supérieur ; les véhicules sont vus collectivement.

Toutefois, certains auteurs ont dérivé des modèles microscopiques à partir de ce modèle, l'objectif étant de reproduire les trajectoires telles qu'on peut les tracer à partir du champ des vitesses obtenu par la résolution du modèle LWR. Nous allons présenter ces modèles afin de montrer quels liens ils entretiennent avec le modèle LWR.

#### ***II.1.2.c.(i) Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR***

Une étape préliminaire à la présentation de ces modèles est de déterminer comment sont obtenues les trajectoires dans le modèle LWR. Précédemment, nous avons montré que la solution analytique nous fournit le champ de concentration dans le plan  $(x, t)$ . A partir du diagramme fondamental, on peut en déduire les champs de débit et de vitesse associés. Il est alors possible de tracer la trajectoire de véhicules ayant pour vitesse la vitesse du flot. Même si on continuera de parler de véhicules, il convient de remarquer qu'il s'agit ici davantage de particules de flux que de véhicules, puisque leur vitesse est la vitesse du flot.

Dans les zones de concentration constante, la vitesse sera également constante, et donc les trajectoires des véhicules seront des droites. Lorsqu'un véhicule rencontre une onde de choc, sa vitesse change instantanément (et donc sa décélération en ce point est infinie). Quand il entre dans un éventail, sa vitesse est égale à la vitesse associée à la caractéristique sur laquelle il se trouve (et donc varie de façon continue). La Figure II-8 illustre ces différentes trajectoires de véhicules dans le cas du feu étudié précédemment. Les véhicules s'arrêtent instantanément lorsqu'ils rencontrent l'onde de choc, puis redémarrent progressivement.

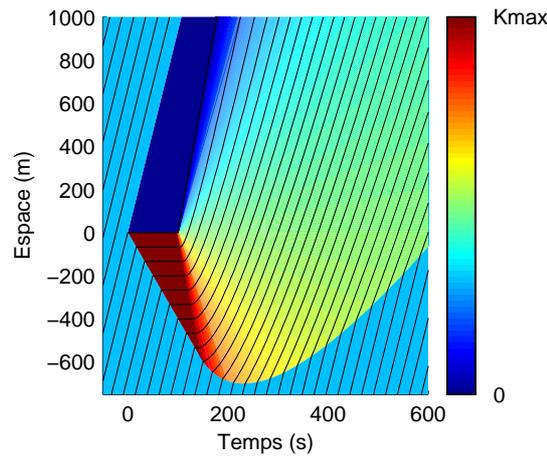


Figure II-8: Trajectoire des véhicules dans le modèle LWR : cas du feu tricolore (1 trajectoire sur 20 est représentée)

### II.1.2.c.(ii) Modèle de Del Castillo et modèle de Newell : deux modèles microscopiques dérivés du modèle LWR

Certains auteurs ont cherché à développer des modèles microscopiques dont les trajectoires de véhicules soient identiques à celles obtenues par le modèle LWR. Deux modèles de ce type existent à notre connaissance : le modèle proposé par Del Castillo dans [Del Castillo, 1996] et le modèle à vitesse optimale proposé par Newell [Newell, 1961].

Del Castillo fonde le développement de son modèle sur un modèle dit de propagation. Il montre que ce modèle microscopique, dont l'équation est :

$$\dot{x}_{i+1}(t + T_r) = \dot{x}_i(t)$$

est équivalent<sup>28</sup> au modèle de LWR si  $T_r$  est égal au temps mis par une perturbation pour se propager entre deux véhicules dans ce dernier. Toute la difficulté de ce modèle est évidemment de déterminer ce temps de réaction des véhicules en fonction des conditions de trafic. Del Castillo propose une approximation de ce temps mais qui n'est valable que dans le cas de petites perturbations. Il trouve alors :

$$T_r = \frac{H}{V_e(K) - Q_e(K)}$$

$H$  étant défini comme l'espacement entre les véhicules. Del Castillo suppose que  $H = 1/K$  pour établir cette relation.

D'après Del Castillo, ce modèle est incomplet : il manque une relation explicite entre la vitesse et la distance. C'est la raison pour laquelle il choisit de développer un autre modèle dans lequel cette relation apparaît de façon explicite, et d'imposer à ce modèle des contraintes afin que ces solutions soient équivalentes à celles du modèle de propagation.

Il obtient ainsi le modèle suivant, que nous appellerons modèle de Del Castillo :

<sup>28</sup> Par équivalent, on entend qu'il fournit les mêmes trajectoires que celles obtenues avec le modèle LWR.

$$\begin{cases} S_{i+1}(t) = x_i(t) - x_{i+1}(t) \\ \ddot{x}_{i+1}(t) = \frac{V_e(S_{i+1}(t)) - \dot{x}_{i+1}(t)}{T_r(S_{i+1}(t))} \\ T_r = \frac{1}{2} \frac{dS}{dV_e} \end{cases}$$

L'étude des résultats numériques fournis par le modèle montre que celui-ci conduit à des trajectoires de véhicules proches de celles du modèle LWR.

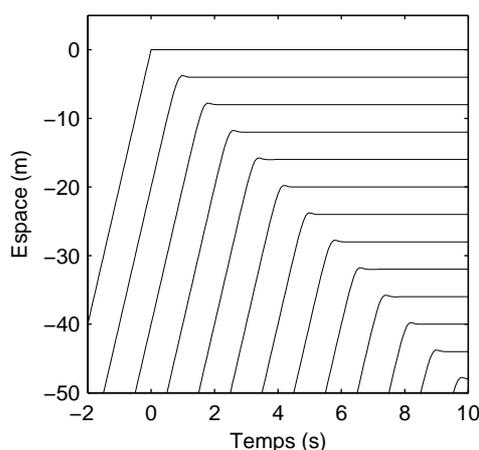


Figure II-9: Trajectoires de véhicules s'arrêtant à un feu avec le modèle de Del Castillo

Néanmoins, les hypothèses formulées afin d'obtenir ce modèle (faibles perturbations, développement limité à l'ordre 1 de  $V(t+T_r)$ ) introduisent certaines différences entre ces trajectoires et celles du modèle LWR. Celles-ci peuvent conduire à des solutions non réalistes, avec des véhicules qui reculent, comme l'illustre la Figure II-9 sur laquelle sont représentées les trajectoires de véhicules qui s'arrêtent à un feu. On retrouve ces effets d'instabilité du modèle pour des variations positives de la vitesse du premier véhicule.

Le modèle à vitesse optimale proposé par Newell [Newell, 1961] est un autre modèle dont les trajectoires de véhicules sont proches du modèle de LWR. Son principe est le suivant. Chaque véhicule va adapter sa vitesse afin que celle-ci soit égale à la vitesse d'équilibre correspondant à l'espacement qui le sépare du véhicule précédent.

Pour obtenir ce modèle, il suffit de remarquer que dans le modèle de LWR, la vitesse du flot est toujours égale à la vitesse d'équilibre :  $V = V_e(K)$ . En faisant l'hypothèse que  $K = 1/(x_i - x_{i+1})$ , on obtient :

$$\dot{x}_{i+1}(t) = V_e \left( \frac{1}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \right)$$

Il suffit alors de rajouter un temps de réponse  $\Delta t$  pour retrouver le modèle proposé par Newell (en posant que  $V_o = V_c$ ).

Comme pour le modèle d'Aw et Rascle, ce modèle microscopique peut être vu comme une semi-discrétisation du modèle LWR. Si on compare les trajectoires obtenues (cf. Figure II-10) avec celles de LWR, on s'aperçoit qu'elles sont identiques en situation stationnaire. En transitoire, elles diffèrent, notamment au niveau des ondes de choc (figure de droite). La raison de cette différence de comportement réside dans l'hypothèse qui est faite sur la concentration. Nous avons déjà montré précédemment que la relation  $K = 1/(x_i - x_{i+1})$  n'est valide qu'en stationnaire. Toutefois, cette différence n'est visible que très localement et ne se voit pas à un niveau plus global (cf. la figure de gauche).

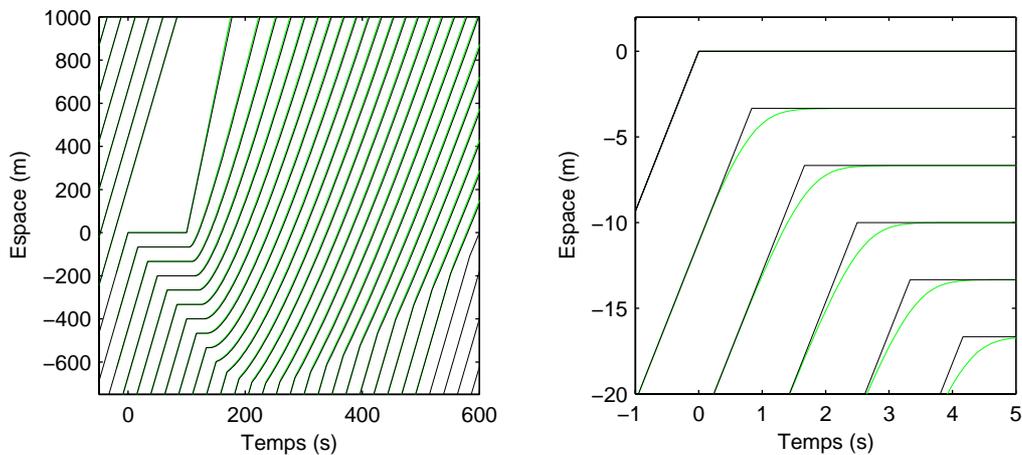


Figure II-10: Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR (en noir) et dans le modèle à vitesse optimale (en vert) dans le cas du feu tricolore : 1 trajectoire sur 20 est représentée sur la figure de gauche, la figure de droite est un zoom de la première, tous les véhicules étant représentés

L'analyse de ce modèle montre qu'il est nécessaire d'imposer une contrainte sur  $\Delta t$  afin que les trajectoires soient valides. En effet, si un véhicule  $i$  s'arrête instantanément,  $\Delta t$  doit être suffisamment petit pour que le véhicule  $i+1$  ait le temps de s'arrêter. Il en ressort que  $\Delta t$  doit vérifier la contrainte suivante :

$$\Delta t \leq \frac{1}{V_i K_x}$$

### II.1.2.c.(iii) Un modèle microscopique fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR

Les deux modèles présentés ci-dessus montrent qu'il est possible de dériver un modèle microscopique à partir du modèle de LWR. Les trajectoires obtenues sont identiques à celles de LWR en stationnaire. En transitoire, le modèle de Del Castillo présente des instabilités qui invalident ce modèle. En revanche, le modèle à vitesse optimale de Newell donne des trajectoires qui restent très proches de celles de LWR en transitoire, sans pour autant ajouter au modèle des effets indésirables.

A travers le modèle de propagation sur lequel s'est appuyé Del Castillo, nous avons vu que la principale difficulté est l'estimation de  $T_r$ , ce qui conduit Del Castillo à faire des hypothèses simplificatrices. Nous nous proposons ici de reprendre la démarche initiée par Del Castillo en essayant de déterminer la valeur exacte de  $T_r$ . Nous allons identifier le problème posé par la détermination de ce temps, et nous apporterons une méthode approchée de calcul fondée sur la résolution continue en espace-temps de LWR proposée par Henn. Le modèle qui en résulte a été publié dans [Bourrel et Henn, 2002b].

Le temps  $T_r$  correspond au temps mis par une perturbation pour se propager entre deux véhicules. Prenons le cas de deux véhicules à l'équilibre. Si le premier rencontre une onde de choc, il va instantanément changer de vitesse. Le véhicule suivant va lui aussi changer instantanément de vitesse. Il est alors facile de calculer son temps de réponse dans le cas où cette onde de choc est une droite : il suffit de calculer l'intersection entre sa trajectoire et l'onde de choc. En revanche, si le véhicule de tête change de vitesse de façon continue, le véhicule suivant va lui aussi changer de vitesse de façon continue. Son temps de réponse est alors une fonction qui dépend du temps qu'il est difficile (voire impossible) de déterminer analytiquement.

Si on se limite à des conditions initiales et des conditions aux limites constantes par morceaux (en concentration), comme c'est le cas dans le modèle proposé par Henn, on rappelle que la résolution analytique entropique de LWR conduit à des zones de concentration constante dans le plan  $(x, t)$  séparées soit par des ondes de choc, soit par des éventails. Nous proposons alors d'adopter la résolution proposée par Henn qui consiste à ne considérer qu'un nombre fini de concentrations dans les éventails. De ce fait, il n'y a plus que des ondes de choc ; comme celles-ci sont toutes des droites, le calcul de  $T_r$  est possible. On propose donc de modifier le modèle de propagation afin que les trajectoires soient identiques à celles obtenues avec ce modèle.

On définit notre modèle microscopique de la façon suivante :

$$\dot{x}_{i+1}(t + T_r) = \dot{x}_i(t)$$

Tout changement de vitesse d'un véhicule correspond à l'intersection entre sa trajectoire et une onde de choc, comme le montre la Figure II-11. Il est alors aisé de déterminer  $T_r$ , temps au bout duquel le véhicule suivant changera à son tour de vitesse :

$$T_r(t) = \frac{x_i(t) - x_{i+1}(t)}{\dot{x}_{i+1}(t) - C}$$

$C$  étant la vitesse de l'onde de choc. Comme la notion d'onde de choc n'est pas directement présente dans ce modèle (on propage des véhicules et non des concentrations), il faut exprimer cette vitesse en fonction de la vitesse du véhicule  $i$ . On obtient :

$$C = \frac{\dot{x}_i^1 K_e(\dot{x}_i^1) - \dot{x}_i^2 K_e(\dot{x}_i^2)}{K_e(\dot{x}_i^1) - K_e(\dot{x}_i^2)}$$

$K_e(\dot{x})$  étant la relation fondamentale inverse (exprimant la concentration en fonction de la vitesse),  $\dot{x}_i^1$  la vitesse du véhicule  $i$  avant son changement de vitesse et  $\dot{x}_i^2$  sa vitesse après le changement ( $\dot{x}_i^1 = \dot{x}_i(t^-)$  et  $\dot{x}_i^2 = \dot{x}_i(t^+)$ ).

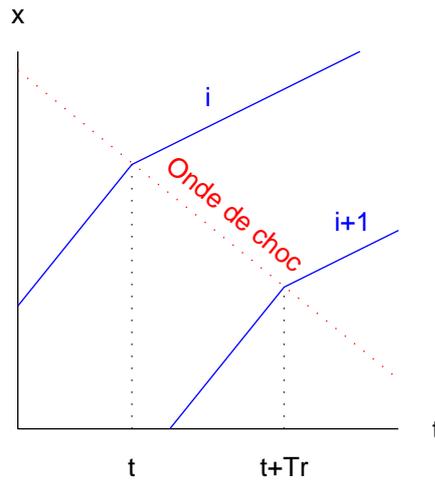


Figure II-11: Calcul de  $T_r$  dans le modèle de propagation modifié

On obtient ainsi un modèle microscopique dont les trajectoires sont identiques à celles obtenues avec le modèle proposé par Henn. Un modèle relativement proche est proposé par Newell dans [Newell, 2002], mais celui-ci ne traite pas le cas des éventails.

Un problème apparaît toutefois dans ce modèle : il s'agit de ce que nous appellerons la propagation rétrograde de l'information (problème déjà identifié dans [Del Castillo, 1996]). Si on prend le cas d'un véhicule de tête  $i$  qui change plusieurs fois de vitesse avant que le véhicule suivant  $i+1$  ne change de vitesse, il existe des cas pour lesquels la réaction du véhicule  $i+1$  ne respectera pas l'ordre chronologique des changements de vitesse du véhicule  $i$ .

Prenons l'exemple de la Figure II-12. Un véhicule  $i$  change de vitesse à l'instant  $t_1$ . Ceci va se répercuter par un changement de vitesse du véhicule  $i+1$  à  $t_1 + T_{r1}$ . Il est possible qu'un nouveau changement de vitesse du véhicule  $i$  à  $t_2$  (avec  $t_2 < t_1 + T_{r1}$ ) se traduise dans ce modèle par un changement de vitesse du véhicule suivant à  $t_2 + T_{r2}$ , avec  $t_2 + T_{r2} < t_1 + T_{r1}$ . Le véhicule  $i+1$  va alors réagir au deuxième changement de vitesse avant de réagir au premier, ce qui ne respecte pas la chronologie des événements, et conduit à une trajectoire qui n'est pas valide (cf. la figure de gauche). Le problème vient du fait que dans le modèle continu en espace-temps, ce cas correspond à l'intersection de deux ondes de choc entre les deux véhicules. Ces deux ondes de choc donnent naissance à une

seule onde à laquelle doit réagir le véhicule suivant. Afin de conserver une trajectoire valide, le conducteur doit donc intégrer les deux changements de vitesse du véhicule précédent à l'instant  $t_2$  et ne changer qu'une seule fois de vitesse, après un temps  $T_{rc}$  correspondant à la nouvelle onde de choc, ce qui est illustré sur la figure de droite.

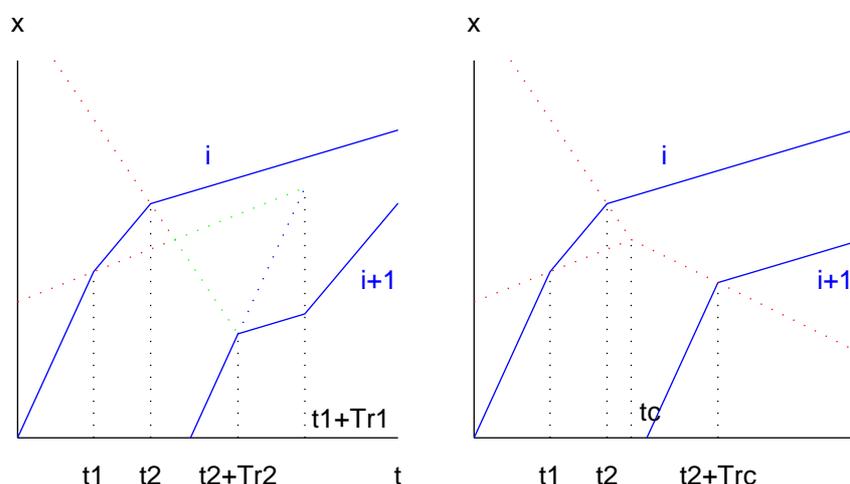


Figure II-12: Exemple de propagation rétrograde de l'information dans le modèle de propagation modifié (figure de gauche) et résolution de ce problème (figure de droite)

Dans notre modèle, ceci se traduit par l'ajout de la procédure suivante. A chaque nouveau changement de vitesse d'un véhicule  $i$ , on vérifie s'il y a interaction entre les différents changements de vitesse du véhicule  $i+1$  (c'est-à-dire si le changement de vitesse du véhicule  $i+1$  en réaction à celui du véhicule  $i$  est antérieur aux futurs changements de vitesse du véhicule  $i+1$ ). En cas d'interaction, il faut modifier la réaction du véhicule  $i+1$  afin qu'il ne change qu'une seule fois de vitesse. Le  $T_r$  correspondant est calculé en tenant compte de la nouvelle onde de choc qui naît de la fusion des deux autres. On notera que cette procédure reste valable dans le cas plus général où plusieurs ondes de choc se croisent entre deux véhicules.

Ce modèle est résolu numériquement par événements discrets, de la même façon que le modèle proposé par Henn. On ne calcule donc que les instants auxquels les véhicules changent de vitesse ; il s'agit des événements du modèle. A chaque nouvel événement, on modifie la vitesse du véhicule qui doit changer de vitesse, et on calcule l'instant du changement de vitesse du véhicule suivant.

Comme pour le modèle à vitesse optimale, on a tracé sur la Figure II-13 les trajectoires obtenues avec ce modèle (les événements de changement de vitesse sont matérialisés par un point vert). Celles-ci correspondent exactement aux trajectoires que l'on obtiendrait à partir du champ de concentration calculé par le modèle de résolution continue en espace-temps. On a également tracé les trajectoires correspondant à la solution analytique entropique du modèle LWR. On s'aperçoit ici qu'en ne prenant qu'un nombre relativement faible de concentrations (ici 7) dans l'éventail (qui va dans le cas du feu de la concentration maximale à la concentration nulle), les trajectoires obtenues sont

relativement proches de celles du modèle LWR. Celles-ci sont identiques au niveau des ondes de choc, et ne diffèrent qu'au niveau des éventails.

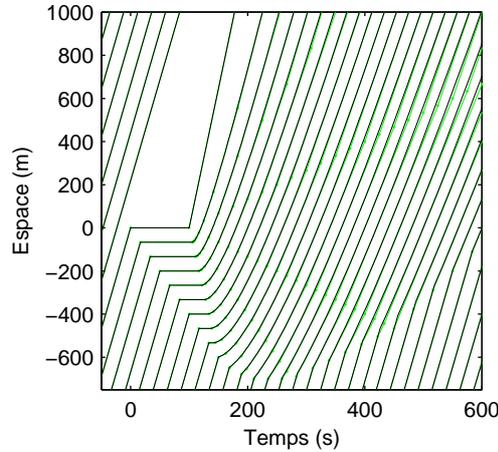


Figure II-13: Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR (en noir) et dans le modèle de propagation modifié (en vert) : cas du feu trioclore (1 trajectoire sur 20 est représentée)

Dans le cas où l'on « discrétise » un éventail en une seule onde de choc, il est possible de calculer l'écart qui existe entre les trajectoires calculées par le modèle de propagation et celles du modèle LWR. L'erreur commise est due au fait que la trajectoire courbe du véhicule dans le modèle LWR est approchée par une trajectoire linéaire par morceaux (cf. Figure II-14). L'erreur maximale correspond à l'instant où le véhicule change de vitesse (ce qui correspond à l'intersection avec l'onde de choc). Notons  $0$  le véhicule à l'origine de la création de l'éventail,  $K_1$  et  $K_2$  les concentrations amont et aval. Il est alors possible de calculer l'erreur maximale sur la trajectoire du véhicule  $n$ . Afin de simplifier les calculs, nous choisissons de les effectuer dans le cas d'un diagramme fondamental de Greenshields. On montre alors que cette erreur, que nous noterons  $\varepsilon$ , est égale à :

$$\varepsilon_n = n \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} - \frac{2}{\sqrt{K_1 K_2}} \right)$$

Pour revenir au cas général d'un éventail pour lequel on considère un nombre fini de concentrations, il suffit de remarquer que le « découpage » en  $m$  ondes de choc d'un éventail peut être vu comme le « découpage » en une onde de choc de  $m$  éventails successifs. Ainsi, si on note  $K_j$  les concentrations intermédiaires entre la concentration amont  $K_1$  et la concentration aval  $K_2$ , l'erreur maximale est égale à :

$$\varepsilon_n = \max \left( n \left( \frac{1}{K_j} + \frac{1}{K_{j+1}} - \frac{2}{\sqrt{K_j K_{j+1}}} \right), j = 1..m-1 \right)$$

L'erreur commise est donc bornée. En outre, cette relation permet de fixer les concentrations intermédiaires de telle sorte que cette erreur soit toujours inférieure à une certaine valeur.

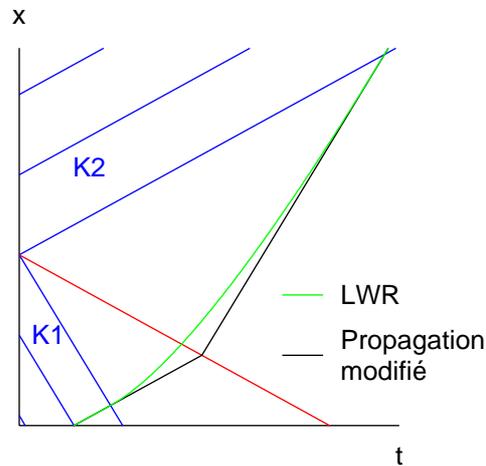


Figure II-14: Différence entre la trajectoire du modèle LWR et celle du modèle de propagation modifié dans le cas d'un éventail

#### II.1.2.d Conclusion

Cette analyse du lien entre les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques montre qu'il s'agit d'un sujet qui a fait l'objet de nombreux développements. Toutefois, nous sommes loin d'observer des approches aussi rigoureuses que celles qui existent dans d'autres domaines (comme l'homogénéisation des milieux périodiques). En effet, si ce lien est bien établi en situation stationnaire, nous avons montré qu'aucune méthode de dérivation d'un modèle macroscopique à partir d'un modèle microscopique n'est satisfaisante. Une des raisons est que ces modèles sont posés a priori, et que le rapprochement avec un modèle microscopique n'est qu'un argument permettant de valider l'introduction a priori de certains termes dans les équations des modèles.

Toutefois, si le lien entre modèles microscopiques et macroscopiques est fondamental dans d'autres disciplines, il s'avère moins important en trafic. Contrairement à la mécanique des fluides par exemple, les modèles microscopiques de trafic sont des modèles empiriques, qui relèvent de considérations de bon sens ; ils n'ont pas un caractère universel. Ainsi, même s'il était possible de dériver un modèle macroscopique de façon rigoureuse à partir d'un modèle microscopique, ceci ne serait pas un argument suffisant pour valider ce modèle.

Enfin, nous avons vu qu'il existe des modèles microscopiques qui peuvent être considérés comme dérivés des modèles macroscopiques. Les modèles ainsi obtenus sont alors davantage une résolution au niveau des véhicules (ou résolution particulière) du modèle macroscopique que de véritables modèles microscopiques. S'ils considèrent toujours les véhicules individuellement, ces modèles ne cherchent plus à décrire le comportement individuel des conducteurs.

## II.1.3 Conséquences sur la classification

### II.1.3.a Limites de la classification classique

Nous avons vu que dans la littérature, les modèles sont séparés en deux types : les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. Il ressort de l'étude du lien entre les modèles que cette classification est mal adaptée et ne permet pas d'identifier clairement les caractéristiques des différents modèles.

Prenons l'exemple des modèles microscopiques dérivés du modèle LWR. Bien que ces modèles décrivent la trajectoire de véhicules individualisés, ce qui est une caractéristique des modèles microscopiques, ils sont issus d'un modèle qui décrit le comportement collectif des conducteurs, ce qui est une caractéristique des modèles macroscopiques. Les termes microscopique et macroscopique montrent ici leurs limites pour caractériser ce type de modèle.

### II.1.3.b Classification proposée

Nous proposons une nouvelle classification dans l'objectif de caractériser plus précisément les modèles, ainsi que de clarifier les liens qui existent entre eux. Celle-ci, présentée dans [Bourrel et Henn, 2002b], est fondée sur deux critères : la loi de comportement et la représentation.

La loi de comportement permet de distinguer les modèles qui tentent de reproduire le comportement individuel d'un conducteur dans son environnement des modèles qui considèrent le comportement des conducteurs de façon collective. On distinguera ainsi les modèles fondés sur une loi de comportement individuelle des modèles fondés sur une loi de comportement collective.

Le second critère est la représentation. Il s'agit ici de différencier les modèles suivant la façon dont ils représentent l'écoulement des véhicules. On distinguera là aussi deux types de modèles : ceux qui représentent les véhicules et ceux qui représentent le flux.

Ces deux critères définissent une grille dans laquelle il est possible de positionner les modèles que nous avons vu précédemment (cf. Figure II-15).

Le modèle LWR est un modèle à représentation du flux dont la loi de comportement est collective. Les modèles de voiture-suiveuse type GHR représentent le trafic au niveau des véhicules et sont fondés sur une loi de comportement individuelle. Les modèles macroscopiques d'ordre supérieur représentent clairement le flux. Toutefois, il est plus difficile de déterminer leur position sur l'axe de la loi de comportement. En effet, ces modèles ont pour fondement de décrire au niveau du flux les effets du comportement individuel des conducteurs. C'est la raison pour laquelle nous les considérons comme des modèles dont la loi de comportement est une loi individuelle. Enfin, le modèle de Newell et le modèle de propagation modifié sont classés comme des modèles représentant les véhicules fondés sur une loi de comportement collective.

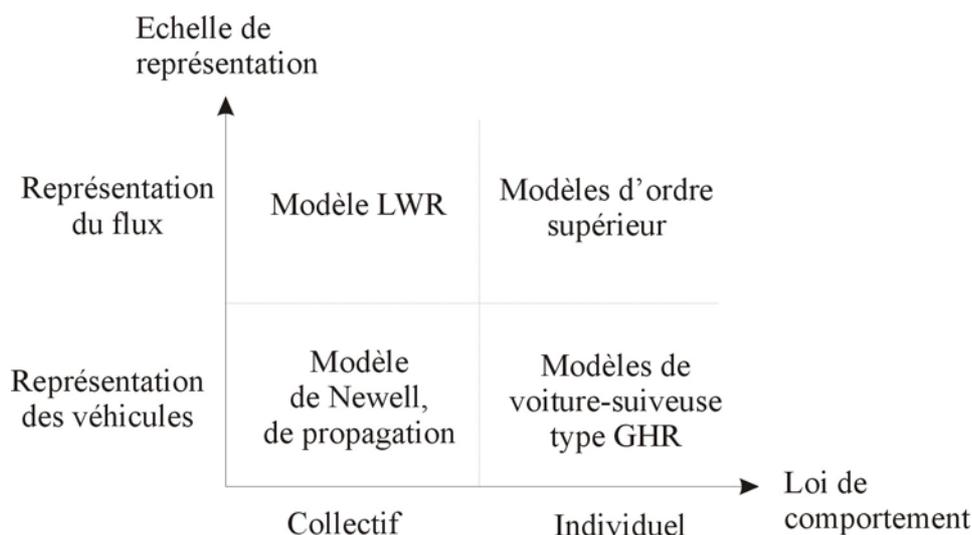


Figure II-15: Nouvelle classification des modèles

## II.2 Prise en compte de la diversité de comportement des véhicules dans les modèles d'écoulement

Dans la partie précédente, nous avons présenté les principaux modèles d'écoulement et étudié les liens qui les unissent, ce qui nous a conduit à définir une nouvelle classification des modèles. La prise en compte de la variabilité du trafic telle que nous l'avons vue au chapitre I est cependant absente dans ces modèles fondés sur une approche déterministe, tous les véhicules étant supposés identiques. Dans cette partie, nous allons aborder les méthodes qui permettent d'introduire les effets de la diversité de comportement des véhicules.

Nous présenterons tout d'abord les distributions statistiques qui caractérisent les distributions des variables de trafic telles qu'on peut les observer expérimentalement, ainsi que leur application à travers les modèles de file d'attente. Nous verrons ensuite que les méthodes d'introduction des aspects stochastiques dans les modèles d'écoulement diffèrent suivant le type de représentation. Nous tenterons alors d'identifier les limites de chacune.

### II.2.1 La stochastique en trafic

#### II.2.1.a Intérêt de la prise en compte de la diversité des comportements

Nous avons montré dans le chapitre I que le trafic est caractérisé par une forte variabilité issue de la diversité de comportement des couples conducteur-véhicule. Cette variabilité se retrouve au niveau de toutes les variables caractérisant le trafic, comme les intervalles de temps entre le passage de deux véhicules successifs, les vitesses désirées des conducteurs, ... L'hypothèse d'homogénéité du trafic sur laquelle sont fondés les modèles présentés précédemment est donc loin d'être satisfaite.

Or, cette variabilité joue un rôle important dans la façon dont le trafic s'écoule. Prenons l'exemple simple d'une voie sans possibilité de dépassement sur laquelle circule des véhicules initialement espacés uniformément, mais dont les vitesses désirées sont

différentes. Les véhicules lents vont gêner les véhicules rapides, ce qui va conduire à la formation de pelotons, les véhicules rapides se stockant derrière les véhicules lents.

L'aspect stochastique du trafic a également des effets au niveau des carrefours. Prenons le cas d'un carrefour sans feu tricolore où un flux non prioritaire traverse un flux prioritaire. On retrouve ici le phénomène d'acceptation de créneaux abordé au chapitre I. Au droit du carrefour, deux situations sont possibles lorsqu'un véhicule de la voie non prioritaire se présente : soit le créneau (temps jusqu'à l'arrivée d'un véhicule sur la voie prioritaire au droit du carrefour) est supérieur au créneau critique (temps jugé nécessaire par le conducteur pour traverser), auquel cas le véhicule peut traverser le carrefour, soit il est inférieur, auquel cas le véhicule doit attendre un créneau suffisant. Le retard engendré par cette attente est donc directement lié à la variabilité des intervalles de temps entre véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire, ainsi qu'à la variabilité du créneau critique dans la population des conducteurs. Or, la détermination de ce retard subi par le flux non prioritaire est primordiale puisque la capacité du carrefour (c'est-à-dire le nombre de véhicules qui peuvent le franchir pendant une période de temps) en dépend.

### *II.2.1.b Les distributions*

Dès les premiers travaux de recherche sur le trafic, l'aspect stochastique est apparu comme un élément important à modéliser. Ceci a donné naissance à une branche de la théorie du trafic qui s'est attachée à étudier la variabilité et à la modéliser à travers le développement de distributions statistiques des variables de trafic. Les distributions classiques issues de la théorie des probabilités ont ainsi été appliquées à de nombreux phénomènes de trafic afin d'approcher au mieux les distributions observées expérimentalement. Nous ne présenterons que les distributions les plus classiques<sup>29</sup>. Le lecteur est renvoyé à [Gerlough et Huber, 1975] pour une revue détaillée<sup>30</sup>.

Dans cette partie, nous nous contenterons de présenter les principaux résultats de ces travaux pour deux types de distributions (que nous réutiliserons dans la suite de cette thèse) : les distributions d'intervalles et des vitesses désirées. Le lecteur pourra se référer à l'annexe 2 pour une description plus complète des différentes distributions de trafic.

#### *II.2.1.b.(i) Distribution d'intervalles*

Si on se place au bord d'une voie, et que l'on mesure l'intervalle entre les véhicules (c'est-à-dire le temps qui sépare l'arrivée de deux véhicules successifs), on s'aperçoit que cette variable est distribuée.

Pour décrire les distributions ainsi observées, deux types de distributions statistiques sont appropriés en fonction du niveau de débit :

- la distribution exponentielle négative décalée pour un trafic faible ;

---

<sup>29</sup> La rédaction de cette partie s'inspire en partie du polycopié du cours de « Modélisation du Trafic Routier : éléments de théorie du trafic » de 3<sup>ème</sup> année de l'ENTPE rédigé par Jean-Baptiste Lesort.

<sup>30</sup> Il convient de noter que, depuis quelques années, d'autres théories mathématiques ont été appliquées au cas du trafic afin de modéliser sa variabilité, notamment la logique floue et les réseaux de neurones. Nous ne présenterons pas ces méthodes qui restent encore marginales dans leurs applications.

- la distribution d'Erlang pour un trafic dense.

Rappelons que pour une distribution exponentielle négative décalée, la probabilité qu'un intervalle  $h$  entre deux véhicules soit supérieur ou égal à  $t$  est :

$$P(h \geq t) = e^{-(t-\tau)/(T-\tau)}$$

$T$  étant l'intervalle moyen et  $\tau$  l'intervalle minimum.

Pour la distribution d'Erlang, on a :

$$P(h \leq t) = \int_0^t \left(\frac{a}{T}\right)^a \frac{x^{a-1}}{(a-1)!} e^{-\frac{ax}{T}} dx$$

$a$  étant un paramètre de la distribution dont les valeurs sont entières.

### II.2.1.b.(ii) Distribution des vitesses désirées

De façon identique, si l'on mesure expérimentalement les vitesses désirées des véhicules (c'est-à-dire la vitesse à laquelle souhaitent rouler les véhicules lorsqu'ils sont seuls sur le réseau), on s'aperçoit que cette variable est distribuée.

La loi normale (également appelée gaussienne) apparaît comme une distribution satisfaisante pour décrire cette distribution. Avec cette loi, la probabilité qu'un véhicule ait une vitesse désirée égale à  $v$  est :

$$P(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2\sigma^2}}$$

$\bar{v}$  étant la moyenne des vitesses désirées et  $\sigma^2$  la variance.

### II.2.1.c Les modèles de file d'attente

Une fois ces distributions mieux connues, la communauté du trafic a cherché à modéliser les effets de la stochastique du trafic. Avant d'être intégrées dans les modèles d'écoulement tels que nous les avons présenté précédemment, ces distributions ont conduit au développement d'une autre branche de la théorie du trafic : les modèles de file d'attente. Initialement développés pour répondre à des problèmes de file d'attente sur les réseaux téléphoniques, ces modèles ont été appliqués au trafic afin de déterminer le temps perdu par les usagers au niveau de certains éléments d'un réseau sur lesquels on rencontre des problèmes de file d'attente : restrictions de capacité, carrefours à feux, carrefours sans feux, bretelles d'accès sur autoroute, gares de péage, ...<sup>31</sup>

#### II.2.1.c.(i) Principe général

Le principe général des modèles de file d'attente, décrit dans [Gerlough et Huber, 1975], est le suivant. Le système considéré va mettre un certain temps pour offrir un service à l'utilisateur (c'est-à-dire pour le laisser passer).

<sup>31</sup> L'objectif est de dimensionner au mieux ces équipements pour réduire ces temps perdus ou bien pour prévoir suffisamment d'espace pour que les véhicules puissent se stocker sans interagir avec le reste du réseau.

Afin de modéliser la file d'attente qui va se former, il faut définir les caractéristiques :

- des arrivées (distribution des arrivées ou des intervalles) ;
- du service (distribution du temps de service et nombre d'utilisateurs servis simultanément) ;
- de la file d'attente (comment choisit-on le prochain utilisateur servi ?).

Pour caractériser la file d'attente, il faudra notamment préciser si le prochain utilisateur servi est le dernier arrivé (système LIFO « Last In First Out »), le premier arrivé (système FIFO « First In First Out ») ou bien si le choix est aléatoire (système SIRO « Service In Random Order »).

Une fois ces caractéristiques connues, il est possible de calculer le nombre d'utilisateurs en attente dans le système et leur temps d'attente.

### *II.2.1.c.(ii) Exemple d'une gare de péage*

De nombreux systèmes ont ainsi été étudiés. Nous ne les passerons pas en revue, et nous nous contenterons de donner un exemple simple d'application.

Prenons le cas de véhicules circulant sur une seule voie qui arrivent au niveau d'une gare de péage. Le temps de service du système (c'est-à-dire de la gare de péage) correspond au temps mis par le péager pour servir un utilisateur. Faisons l'hypothèse que la distribution d'intervalles des véhicules au droit du péage et la distribution des temps de service sont exponentielles.

Notons  $\bar{Q}_a$  le débit moyen d'arrivée et  $\bar{Q}_s$  le débit moyen de service. Si le rapport  $r = \bar{Q}_a / \bar{Q}_s$  est supérieur à 1, la file d'attente va croître indéfiniment et tendre vers l'infini. Il est alors impossible de déterminer le retard subi par les utilisateurs. Il faut donc que ce rapport soit inférieur à 1.

Il convient de remarquer que, dans ce cas, si les arrivées et le temps de service n'étaient pas distribués, il n'y aurait aucune file d'attente. Celle-ci est uniquement due aux variations du trafic.

On cherche alors à calculer la probabilité d'avoir  $n$  utilisateurs en attente dans le système. On montre qu'elle est égale à<sup>32</sup> :

$$P(n) = (r)^n (1-r)$$

On en déduit le nombre moyen d'utilisateurs dans la file d'attente ainsi que la variance de ce nombre :

$$N = \frac{r}{1-r} \text{ et } \sigma^2 = \frac{r}{(1-r)^2}$$

On peut également en déduire le retard moyen des utilisateurs :

---

<sup>32</sup> Pour la démonstration, le lecteur est renvoyé à [Gerlough et Huber, 1975].

$$R = \frac{1}{\bar{Q}_s(1-r)}$$

Il est intéressant de noter que pour des valeurs de  $r$  supérieures à 0,8, le nombre moyen d'utilisateurs augmente de façon très rapide avec  $r$ , ainsi que sa variance, comme le montre la Figure II-16.

Ceci montre bien l'importance de la prise en compte de la diversité de comportement des utilisateurs dans les modèles d'écoulement, notamment quand on est proche de la capacité de service du système.

### II.2.1.d Conclusion

Il est possible de déterminer des distributions statistiques adaptées à la description de l'aléa des variables de trafic. Pour certains éléments spécifiques d'un réseau où ces distributions vont générer des files d'attente, il existe des modèles permettant de déterminer leurs effets au niveau global en déterminant par exemple le retard moyen subi par les utilisateurs. Il reste alors à déterminer comment sont intégrés les effets de la variabilité du trafic dans les modèles d'écoulement présentés précédemment.

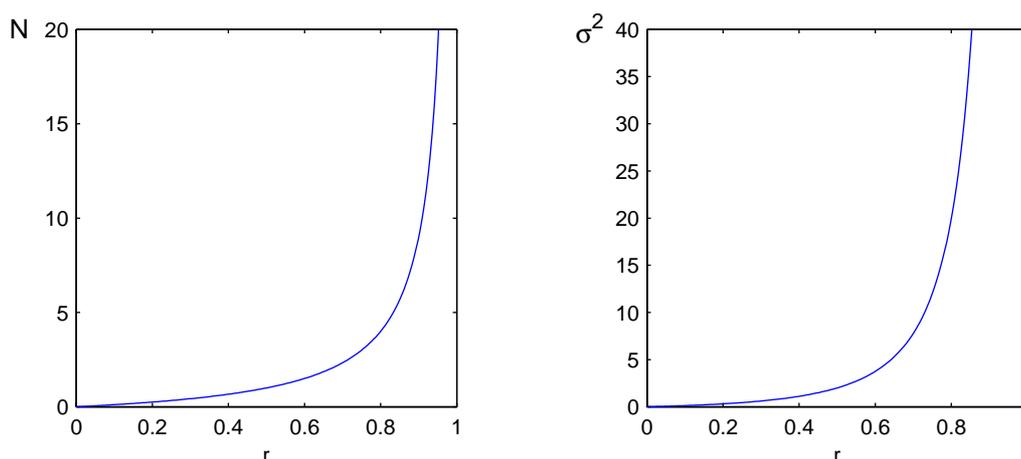


Figure II-16: Nombre moyen de véhicules en attente au péage et variance de ce nombre en fonction de  $r$

## II.2.2 Modèles à représentation véhiculaire et stochastique

### II.2.2.a Introduction du stochastique dans la modélisation

Dans les modèles à représentation véhiculaire, nous avons fait l'hypothèse que tous les véhicules étaient identiques. Pour prendre en compte la diversité de comportement des véhicules, on introduit dans la résolution numérique de ces modèles les distributions présentées ci-dessus. L'objectif est de reproduire les interactions locales de trafic en créant de l'aléa au niveau des véhicules. Si on prend l'exemple d'un carrefour sans feux, il s'agit de créer une distribution des arrivées de véhicules au niveau du carrefour afin de reproduire le phénomène d'acceptation de créneaux.

Ces distributions sont classiquement introduites lors de la génération des véhicules aux entrées du réseau. Afin de différencier le comportement des véhicules, on distribue généralement leurs paramètres caractéristiques : ceux intervenants dans la loi de poursuite, comme la vitesse désirée, mais aussi d'autres, comme le créneau critique. C'est ce qui permet par exemple d'introduire dans le modèle différents types de véhicules, comme les poids lourds, les bus, ... On distribue également les intervalles entre deux créations de véhicules [Lieberman et Rathi, 2000]. Aux entrées du réseau, on impose au modèle à représentation véhiculaire un certain débit, l'intervalle moyen entre deux créations de véhicules étant égal à l'inverse de ce débit. A chaque création de véhicule, on tire dans la distribution un nombre qui définit l'intervalle de temps jusqu'à la prochaine création.

Plus rarement, ces distributions peuvent être introduites au niveau de la loi de comportement des véhicules. L'aléa dans le comportement d'un individu est alors reproduit en ajoutant dans l'équation de poursuite un terme d'erreur, comme c'est le cas dans MITSIMLab [Ben-Akiva et al., 2000], où l'équation de poursuite de type GHR s'écrit :

$$\ddot{x}_{i+1}(t+T_r) = \alpha (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_{i+1}(t))^\gamma \frac{x_{i+1}^m(t)}{(x_i(t) - x_{i+1}(t))^l} + \varepsilon_{i+1}(t), \quad \varepsilon_{i+1}(t) \text{ suivant une loi normale.}$$

Toutefois, il n'existe pas de solution unique : le choix des distributions introduites dépend du modèle considéré et du type d'application. Dans [Dijker et Schuurman, 2003] par exemple, seuls les paramètres caractéristiques des véhicules sont distribués.

### ***II.2.2.b Difficultés liées aux distributions***

L'introduction des distributions dans les modèles à représentation véhiculaire permet de créer une certaine variabilité au niveau des véhicules. Toutefois, l'utilisation de ces distributions engendre un certain nombre de difficultés. Celles-ci concernent la façon de calculer ces distributions, leur propagation dans le réseau et l'utilisation des résultats fournis par le modèle. Ces différents points sont toutefois très peu abordés dans la littérature. Dans le cadre de cette thèse, nous allons montrer quels sont les problèmes qui se posent, et pour chacun nous tenterons d'apporter quelques éléments de réponse.

#### ***II.2.2.b.(i) Calcul des distributions***

Les modèles à représentation véhiculaire sont résolus en calculant numériquement leurs solutions par discrétisation. Ce calcul est réalisé à partir d'un programme informatique s'exécutant sur un ordinateur. On peut alors se demander comment sont tirées les valeurs numériques des variables de trafic dans une distribution. Cette question dépasse de loin la théorie du trafic, et constitue à elle seule un axe de recherche en informatique. Toutefois, il est important de savoir comment ces distributions sont générées dans ces programmes afin de s'assurer que les valeurs numériques obtenues sont conformes aux modèles théoriques.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de générer des nombres aléatoires à partir d'un ordinateur. Toutefois, ces méthodes ne sont pas parfaites, et les nombres ainsi

obtenus ne sont que pseudo-aléatoires<sup>33</sup>, comme le remarquent Lieberman et Rathi dans [Lieberman et Rathi, 2000].

Prenons l'exemple d'une méthode relativement classique : la méthode linéaire congruentielle. Celle-ci utilise une équation réursive pour produire une suite  $S$  de nombres aléatoires. Cette équation est de la forme suivante :

$$S_{i+1} = (aS_i + b) \bmod c$$

$a$  étant le multiplieur tel que  $0 < a < c$ ,  $b$  l'incrément tel que  $0 < b < c$  et  $c$  le module tel que  $c > 0$ . La valeur de départ  $S_0$  est appelée racine (ou germe) du générateur aléatoire et vérifie :  $0 < S_0 < c$ .

Ce type de générateur est utilisé pour générer des nombres aléatoires entre 0 et 1 correspondant à une distribution uniforme. On remarquera ici que si un élément de la suite est identique à un élément précédent, la série va évoluer de façon cyclique. Ce point est très important car la taille du cycle conditionne le nombre d'éléments qui pourront être générés de façon aléatoire.

L'intérêt de ce générateur est de permettre l'extraction de nombres aléatoires correspondant à d'autres distributions. Il existe deux méthodes pour passer d'une distribution uniforme à une distribution quelconque : l'inversion de la fonction de répartition et la méthode de rejet. Nous ne présenterons pas leur principe, et le lecteur pourra se référer à [Ross, 1996] pour une présentation détaillée. Nous nous contenterons de donner un exemple d'application en trafic correspondant à une inversion de la fonction de répartition. Prenons le cas d'une distribution d'intervalles suivant une loi exponentielle négative décalée. On obtient les nombres aléatoires  $h_i$  en tirant un nombre aléatoire  $R_i$  dans une distribution uniforme, puis en appliquant la relation suivante :

$$h_i = \tau - (T - \tau) \ln(1 - R_i)$$

Pour conclure sur le tirage d'un nombre aléatoire suivant une distribution donnée, nous retiendrons que la distribution des nombres aléatoires ainsi obtenus est une approximation de la distribution théorique. Elle dépend du calcul de la distribution uniforme, fondé sur des méthodes numériques déterministes qui souffrent de certains défauts (comme l'aspect cyclique de la suite).

On notera tout particulièrement le rôle de la racine du générateur aléatoire : si on effectue deux séries de tirage en partant de la même racine, la suite des nombres aléatoires sera identique. Le modèle fournira alors les mêmes résultats numériques.

Il est donc nécessaire lors du processus de programmation du calcul des distributions de s'assurer que les méthodes de tirage aléatoire employées sont adéquates, et que les distributions obtenues correspondent aux distributions souhaitées.

### II.2.2.b.(ii) Propagation des distributions d'intervalles

Une autre difficulté concerne la propagation des distributions d'intervalles. L'objectif dans l'introduction de ces distributions en entrée est de reproduire des arrivées

<sup>33</sup> Une suite de nombre est dite pseudo-aléatoire si elle est générée de façon déterministe mais semble produite de façon totalement aléatoire, cf. <http://www.infres.enst.fr/~decreaseu/TP/generation.pdf> pour une définition plus précise.

distribuées au niveau de certains points du réseau, notamment les carrefours, qui se situent à une certaine distance des entrées. Toutefois, on peut s'interroger sur la façon dont vont se propager ces distributions dans le réseau. Prenons l'exemple de véhicules créés avec une distribution binomiale des arrivées en entrée du réseau. La question est alors de savoir quelle sera la distribution observée à une certaine distance de l'entrée.

Cette propagation des distributions est un aspect important car elle permet de valider l'introduction des aspects stochastiques dans les modèles à représentation véhiculaire. Toutefois, il n'existe à notre connaissance aucune littérature à ce sujet. Celui-ci étant trop vaste pour être traité entièrement dans le cadre de cette thèse, nous ne donnerons que des pistes de réflexion à travers différents exemples afin de faire un premier tour d'horizon des problèmes rencontrés.

A priori, la propagation de la distribution d'intervalles va non seulement dépendre du type de distribution des intervalles, mais aussi du modèle utilisé, des autres distributions, du niveau de débit ... Afin d'étudier l'effet de chacun de ces composants, il convient de se placer dans un cas précis, puis de modifier successivement un des éléments pour étudier son influence. Nous proposons d'étudier la propagation des distributions dans un cas très simple. Considérons un tronçon de route à une voie aux caractéristiques homogènes. On crée les véhicules en entrée du tronçon en distribuant les intervalles entre véhicules successifs ainsi que les vitesses désirées.

Afin d'étudier la propagation de la distribution des intervalles, nous adoptons la démarche suivante. Dans un premier temps, on se propose de comparer la distribution d'intervalles d'entrée et la distribution d'intervalles en un point se situant à une certaine distance  $x$  en fixant le modèle à représentation véhiculaire (le modèle à vitesse optimale). Afin de comparer les effets des distributions d'intervalles et de vitesse désirée, nous proposons de comparer quatre cas alternant sans distribution / distribution normale de la vitesse et sans distribution / distribution d'Erlang des intervalles. Le débit en entrée est fixé à 1 véh/s.

Les résultats de la Figure II-17 nous montrent que dans le cas particulier étudié, la distribution d'intervalles en entrée (il s'agit ici d'une distribution d'Erlang) n'a presque aucune influence sur la distribution d'intervalles à 1 000 mètres. A cette distance, seule la distribution des vitesses désirées influence la distribution des intervalles.

Ainsi, si on s'était fixé l'objectif d'obtenir une distribution d'Erlang des intervalles à cette distance, cette analyse montre qu'une telle distribution est impossible à créer dans notre cas.

On pourrait alors conclure qu'il est inutile de distribuer les intervalles à la génération des véhicules, puisque cette distribution ne se propage pas correctement. Toutefois, cet exemple n'a pas valeur de preuve, et il est nécessaire de faire le même type de comparaison sur un plus grand nombre de cas que celui étudié avant d'en tirer des conclusions définitives. Il est notamment intéressant de faire varier les types de distribution d'intervalles, le niveau de débit et le modèle à représentation véhiculaire utilisé.

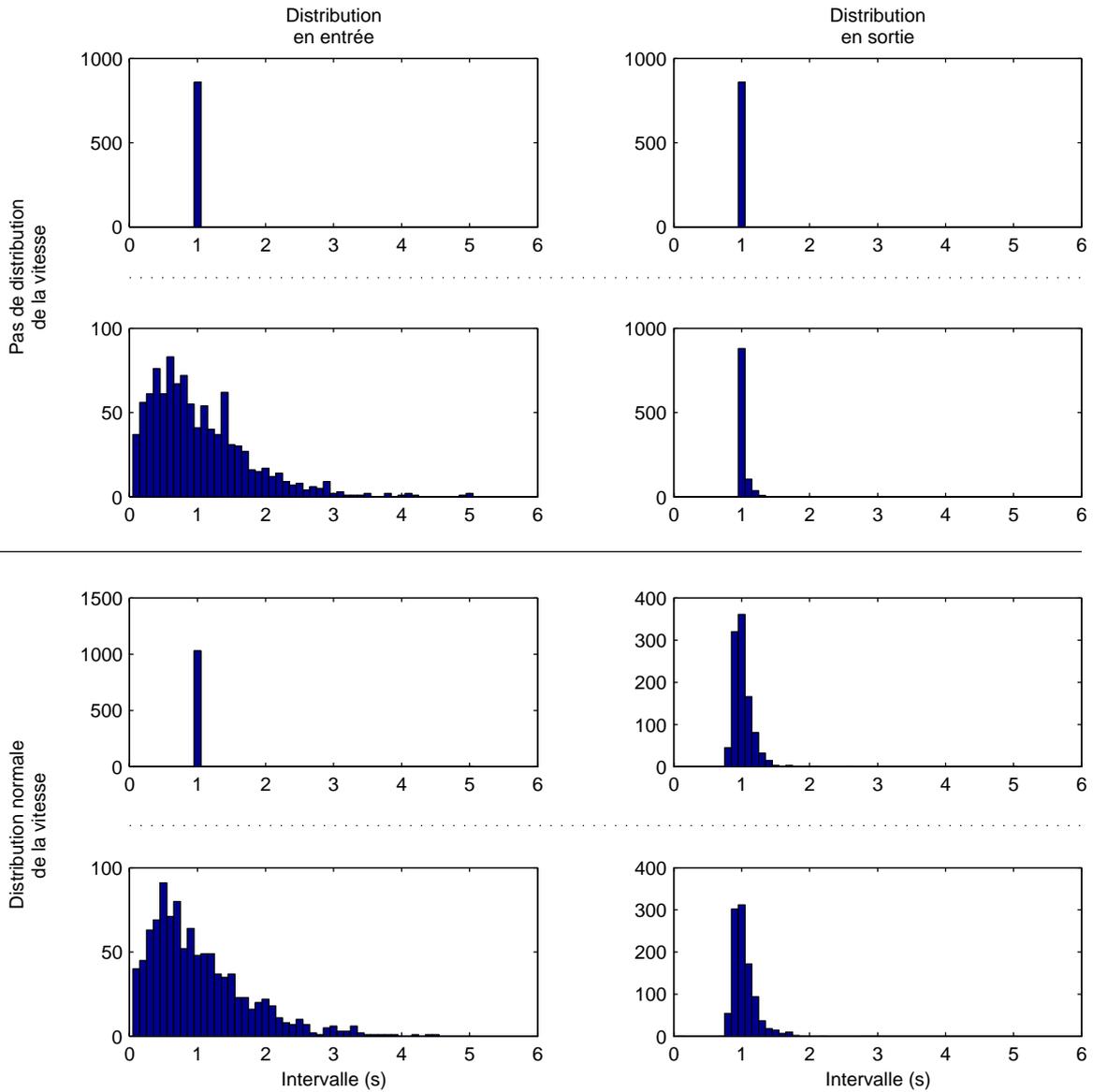


Figure II-17: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie dans un exemple particulier (modèle à vitesse optimale, sortie à 1000 m) et pour différentes combinaisons des distributions d'intervalle et de vitesse

Prenons par exemple une distribution exponentielle négative décalée comme distribution d'intervalles en entrée, avec un débit de 0,3 véh/s. Les résultats de la Figure II-18 montrent que dans ce cas, la distribution d'intervalles à 1 000 mètres dépend à la fois de la distribution d'intervalles en entrée et de la distribution des vitesses désirées. Ceci est davantage lié au niveau de débit qu'à la distribution choisie. En effet, si le débit est plus faible, les interactions entre véhicules le sont également, ce qui limite la déformation des distributions d'intervalles. A l'inverse, plus le débit est élevé, plus la formation de pelotons est rapide, ce qui a une influence forte sur les distributions, seule comptant dans ce cas la distribution des vitesses désirées.

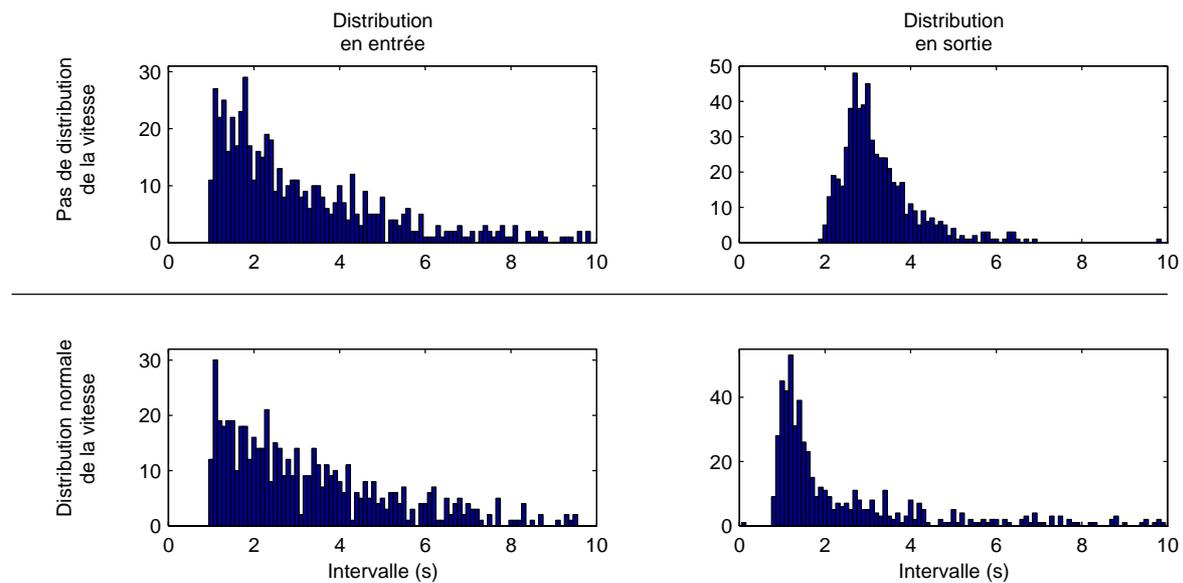


Figure II-18: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie pour une distribution d'intervalle exponentielle négative décalée (sortie à 1000 m et modèle à vitesse optimale)

Si on change de modèle à représentation véhiculaire, les résultats obtenus dépendent du modèle. Dans le cas des modèles type GHR, les distributions se propagent sans aucune déformation. La raison est que, dans notre cas, tous les véhicules sont créés à la même vitesse, donc leur accélération est nulle dans ce modèle. Par conséquent, la vitesse reste constante, et les trajectoires obtenues sont toutes parallèles les unes aux autres. Les intervalles sont donc conservés, ainsi que leur distribution. Avec le modèle IDM proposé par Helbing, les résultats obtenus sont similaires à ceux du modèle à vitesse optimale.

Enfin, si on fait varier la distance à laquelle on observe le passage des véhicules, on observe très logiquement que plus on s'éloigne, plus la distribution d'intervalles est modifiée, comme le montre la Figure II-19.

On retrouve ici l'effet de la formation de pelotons, les véhicules rapides étant gênés par les véhicules lents. Sur la Figure II-20, qui représente les trajectoires des véhicules dans le plan  $(x, t)$ , on observe nettement cette formation de pelotons due à la distribution des vitesses désirées.

Cette méthodologie de comparaison des distributions en entrée et en sortie d'un tronçon n'est qu'un premier pas vers l'étude de la propagation des distributions. Il s'agit néanmoins d'une étape essentielle dans l'introduction des aspects stochastiques dans un modèle à représentation véhiculaire.

Cette méthode apparaît comme un moyen efficace d'aborder ce problème complexe, qu'il semble impossible d'étudier dans sa globalité. L'étape suivante est d'effectuer le travail précédent pour chaque application particulière, l'objectif étant de connaître la façon dont les différentes distributions vont être modifiées par le modèle à représentation véhiculaire en fonction du niveau de débit, des distributions utilisées et de la méthode de génération des véhicules.

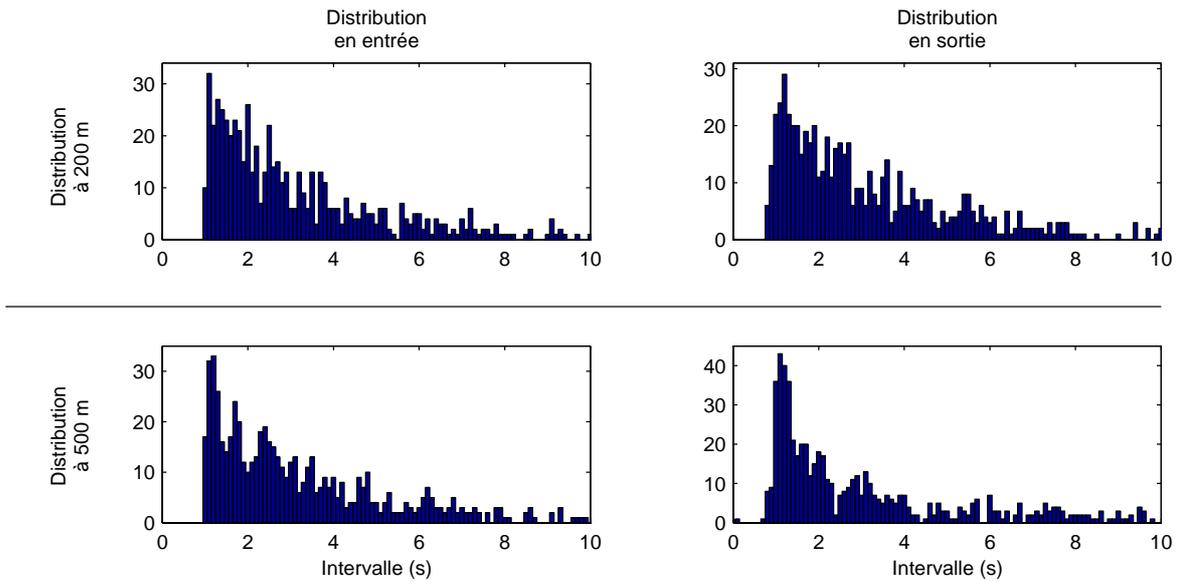


Figure II-19: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie pour une distribution d'intervalle exponentielle négative décalée et une distribution des vitesses normale (modèle à vitesse optimale)

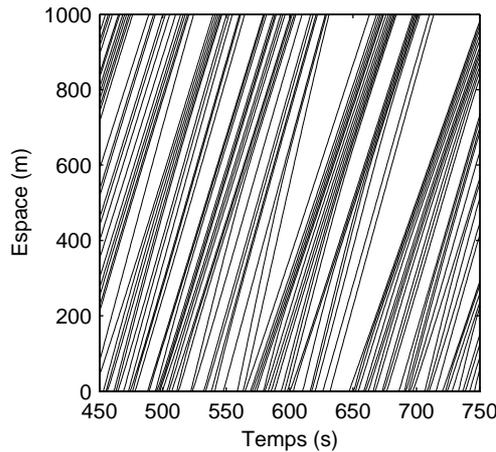


Figure II-20: Trajectoires des véhicules générés avec une distribution exponentielle négative décalée des intervalles et une distribution normale des vitesses

### II.2.2.b.(iii) Le problème des réplifications

Un dernier problème lié à l'introduction des distributions dans les modèles à représentation véhiculaire est celui de la représentativité des résultats. Pour chaque variable aléatoire, le calcul numérique du modèle s'effectue en tirant un jeu de nombres aléatoires dans une distribution. Une conséquence directe est que chaque calcul numérique d'une situation donnée est différent du précédent. Il se pose alors la question de la représentativité de ces calculs, aussi appelés réplifications.

Chaque réplification correspond à une réalisation possible, et c'est l'ensemble de ces résultats qui est représentatif du fonctionnement de l'infrastructure étudiée. En introduisant des distributions dans le calcul, le résultat obtenu est lui aussi distribué. C'est pourquoi il est nécessaire de réaliser plusieurs réplifications afin de déterminer cette distribution.

Le problème est alors de savoir combien de réplifications sont nécessaires pour que la distribution obtenue numériquement soit significative du comportement du réseau étudié. Cette question fondamentale dans l'analyse des résultats est paradoxalement très peu étudiée dans la littérature. En pratique, le nombre de réplifications effectuées varie de quelques unes à une dizaine, sans réelle justification.

Une des rares analyses à ce sujet est présentée dans [Ben-Akiva et al., 2000]. Pour déterminer ce nombre, les auteurs effectuent l'analyse suivante. Ils supposent qu'une des sorties du modèle (le temps de parcours par exemple) est distribuée de façon normale. Ainsi, en se plaçant dans le cas de petits échantillons dont la variance est inconnue, l'analyse statistique de cette variable, que nous noterons  $y$ , permet de déterminer le nombre minimum de réplifications  $R$  à effectuer pour évaluer sa moyenne  $\hat{y}$  avec un seuil de confiance de  $1 - \alpha$  :

$$R = \left( \frac{st_{\alpha/2}}{\hat{y}\varepsilon} \right)^2$$

$s$  étant une estimation de sa variance à partir des réplifications,  $\varepsilon$  la précision souhaitée et  $t_{\alpha/2}$  la distribution de Student. Les auteurs calculent la variance en effectuant 10 réplifications. Ils en déduisent que dans leur cas, un nombre de réplification égal à 10 est suffisant.

Bien que fondée sur un nombre restreint de réplifications, cette méthode est valide théoriquement car elle fait appel aux estimations par intervalle de confiance, classiques en statistique. Elle montre ainsi sur un exemple simple que le nombre de réplifications à effectuer n'est pas fixe, mais qu'il dépend de la précision que l'on souhaite obtenir, ainsi que de la variance de la variable étudiée. Toutefois, il ne s'agit là que d'un premier pas, et cette analyse reste assez marginale dans l'ensemble de la littérature sur les aspects stochastiques dans ce type de modèle. Des recherches restent encore à mener sur ce sujet. Si la loi des grands nombres peut justifier l'hypothèse de distribution normale, il faudrait néanmoins vérifier que cette approximation est adaptée aux cas traités, et que le résultat obtenu avec une dizaine de réplifications peut être jugé satisfaisant (la loi des grands nombres s'appliquant habituellement pour un nombre minimum de 30 réplifications). Cette analyse devrait être menée pour tout modèle à représentation véhiculaire dans différentes situations (différents niveaux de débit, type de réseau) afin de déterminer le nombre de réplifications à partir duquel on peut estimer que les résultats sont significatifs. Une fois ces distributions analysées, il serait alors possible d'effectuer des tests statistiques plus précis sur les résultats obtenus avec un nombre plus faible de réplifications.

Dans le cadre de cette thèse, nous retiendrons que lorsque des distributions sont utilisées, il est nécessaire de se poser la question du nombre de réplifications à effectuer et de la représentativité des résultats obtenus.

## II.2.3 Modèles représentant le flux et la stochastique

### II.2.3.a Introduction indirecte du stochastique dans la modélisation

#### II.2.3.a.(i) Principe général

Pour les modèles représentant le flux, la prise en compte de la diversité de comportement des usagers ne peut évidemment pas se faire au niveau des véhicules comme précédemment. La solution classiquement apportée dans ce cas est d'introduire dans ces modèle les effets moyens de la variabilité du trafic.

En ce qui concerne l'écoulement sur un tronçon, l'effet de la stochastique est en partie intégré dans le diagramme fondamental, qui correspond au comportement moyen des véhicules observé expérimentalement. Il n'y a donc pas de réel intérêt à introduire des contraintes à ce niveau pour imposer les effets de la diversité de comportement.

C'est au niveau des éléments singuliers d'un réseau comme ceux pour lesquels se forment des files d'attente que les modèles représentant le flux ne prennent pas en compte les effets de la diversité des comportements. Ainsi, dans [Lebacque et Lesort, 1999], les auteurs soulignent que la modélisation des intersections est une tâche très difficile car les phénomènes qui gouvernent leur fonctionnement ont lieu à une échelle très locale, qui ne peut pas être appréhendée par une vision du flux. A travers l'exemple de la gare de péage, nous avons montré que pour des niveaux de débit entrant inférieurs au niveau de débit sortant, le flux subit un certain retard dû aux différentes distributions des variables de trafic, ce qui n'est pas pris en compte par les modèles représentant le flux.

Pour ces éléments de réseau, la solution permettant d'introduire les effets de la diversité des comportements est d'étudier chaque élément du réseau pour lequel les aspects stochastiques semblent importants, de déterminer les effets de la variabilité au niveau de variables agrégées (temps total perdu, capacité, ...) et d'imposer dans le modèle représentant le flux des contraintes permettant de reproduire ces effets moyens. Dans la suite, nous allons présenter sur un exemple simple (la gare de péage) une méthode permettant d'introduire les effets moyens de la stochastique du trafic. Notre objectif est de montrer comment une telle méthode est mise en œuvre, mais surtout d'en étudier les limites.

#### II.2.3.a.(ii) Exemple : modélisation d'une gare de péage

Reprenons l'exemple précédent de la gare de péage. Nous avons vu que les modèles de file d'attente permettent de déterminer à partir d'une analyse des interactions entre les différentes distributions le temps qui sera perdu par les véhicules au niveau de la gare de péage, ainsi que la longueur moyenne de la file d'attente.

Une première méthode (proposée par Lebacque<sup>34</sup>) est de limiter la capacité de la voie au droit du péage en lui donnant comme valeur l'inverse du temps d'attente moyen. Si cette solution permet effectivement de limiter la capacité de l'infrastructure en tenant compte des aspects stochastiques, elle n'intègre en revanche aucun retard au niveau des

<sup>34</sup> Notes manuscrites du cours de « Modélisation du Trafic Routier » de 3<sup>ème</sup> année de l'ENTPE rédigées par Jean-Patrick Lebacque.

véhicules. En effet, tant que le débit d'entrée est inférieur à cette capacité, les véhicules s'écoulent sans être gênés. Dès que le débit devient supérieur à la capacité, il se crée une file d'attente qui va croître à l'infini. Cette méthode est donc efficace en ce qui concerne la restriction de capacité, mais elle ne permet pas de reproduire la création d'une file d'attente moyenne engendrant un certain retard au niveau du flux.

Une deuxième méthode peut alors être proposée<sup>35</sup>. Il s'agit d'introduire dans le modèle une restriction de capacité dont la valeur soit une fonction du débit entrant, l'idée étant de créer une file d'attente en amont de la gare de péage. En pratique, on définit une « zone d'influence » en amont du péage. C'est dans cette zone que l'on souhaite créer une file d'attente identique à celle prévue par le modèle de file d'attente. Le débit d'entrée de cette zone va servir de débit d'entrée dans le modèle de file d'attente pour calculer le nombre de véhicules dans la file. Ensuite, il suffit de calculer la capacité du péage de telle sorte que le nombre de véhicules dans la zone d'influence soit égal au nombre de véhicules dans la file d'attente. Ainsi, le débit sortant de la gare de péage dépend du débit d'entrée de cette zone et du nombre de véhicules qui s'y trouvent.

Cette méthode présente l'avantage sur la première d'introduire un certain retard dans l'écoulement. Toutefois, elle s'accompagne d'un certain nombre de limitations. Tout d'abord, la restriction de capacité perd ici tout son sens. Le nombre de véhicules sortant de la gare de péage dépend du débit entrant de la zone d'influence. Ainsi, si on suppose une augmentation forte et rapide du débit en entrée, le nombre de véhicules dans la file d'attente augmente, donc la capacité diminue afin de stocker un certain nombre de véhicules. Une autre limite concerne la définition de la zone d'influence, et plus précisément sa longueur. Le modèle de file d'attente n'étant pas valide en situation congestionnée, la zone d'influence doit être suffisamment grande pour que la file d'attente ne remonte pas jusqu'à l'entrée de la zone. A l'inverse, une zone trop longue ne permet pas de représenter des files d'attente plus petites. Si la zone est longue par rapport à la file d'attente, le nombre de véhicules se trouvant à l'intérieur de la zone peut être supérieur au nombre de véhicules dans la file d'attente. Dans ce cas, il se produit l'effet inverse qui est d'augmenter la capacité de la gare de péage afin de vider la zone d'influence, ce qui est contraire au fonctionnement de l'infrastructure. L'idéal serait donc que la longueur de la zone d'influence soit de l'ordre de la longueur de la file d'attente. Or, le nombre de véhicules dans la file d'attente varie en fonction du débit d'entrée, et nous avons vu qu'il pouvait varier fortement si le rapport entre le débit entrant et le débit sortant est supérieur à 0,8.

### *II.2.3.a.(iii) Limites de cette modélisation*

Outre les difficultés présentées ci-dessus, ce type de modélisation présente certaines limites. La première est qu'en intégrant le comportement moyen, il est impossible de déterminer la variabilité autour de cette moyenne. S'il existe un nombre moyen de véhicules dans la file d'attente, ce nombre varie fortement. Ces variations ne sont pas

---

<sup>35</sup> Celle-ci a été proposée par Ludovic Leclercq et est détaillée dans cette thèse.

prises en compte dans cette méthode. Il est donc impossible d'estimer la dispersion autour de cette valeur moyenne.

De plus, si les modèles de file d'attente permettent de résoudre certains problèmes bien posés, leur résolution devient vite très difficile (voire impossible) lorsque la situation à décrire est trop complexe, comme la succession de plusieurs carrefours avec plusieurs types de distributions.

### ***II.2.3.b Etude prospective des possibilités d'introduction directe des distributions***

#### ***II.2.3.b.(i) Principe général***

A notre connaissance, aucune recherche n'a été menée pour introduire directement des distributions dans les modèles représentant le flux comme c'est le cas pour les modèles représentant les véhicules.

Toutefois, rien n'empêche d'introduire des distributions sur des variables agrégées. De façon symétrique aux modèles à représentation véhiculaire, on peut imaginer d'introduire dans la résolution numérique de ces modèles une distribution aux entrées du réseau (en distribuant les débits et les vitesses) et une distribution dans la loi de comportement (en introduisant une certaine variation dans le diagramme fondamental de chaque cellule par exemple).

Nous proposons de montrer à travers l'étude d'un cas particulier les limites de cette approche.

#### ***II.2.3.b.(ii) Exemple de mise en oeuvre***

Si on reprend l'exemple de la gare de péage, le problème est le suivant. Si le débit d'entrée  $Q_e$  est supérieur au débit de sortie  $Q_s$ , une file d'attente divergente se crée. S'il est inférieur, le flux s'écoule sans être gêné. Or, l'analyse faite à travers les modèles de file d'attente montre qu'en fonction du rapport  $r = Q_e / Q_s$ , il se crée des files d'attente lorsque  $r < 1$  du fait de la variabilité du trafic. Nous avons également montré qu'imposer comme capacité de la gare de péage  $C = 1/R = Q_s(1-r)/r$  ne permet pas de représenter correctement le retard induit par le péage : soit il n'y a aucune file d'attente, soit il se crée une file d'attente divergente.

Nous proposons une autre méthode qui consiste à distribuer le débit en entrée du réseau. L'objectif est de générer des congestions localisées dans le temps en créant une certaine fréquence de débits supérieurs à la capacité. Cette méthode doit alors permettre d'introduire un certain retard dans l'écoulement.

#### ***II.2.3.b.(iii) Difficultés rencontrées***

La difficulté dans ce cas concerne la propagation de cette distribution. En effet, de même que pour les modèles à représentation véhiculaire, le modèle représentant le flux va modifier cette distribution. Nous ne rentrerons pas ici dans une étude détaillée, et nous nous contenterons de donner un exemple illustrant cette déformation dans le cas du modèle LWR discrétisé en espace-temps.

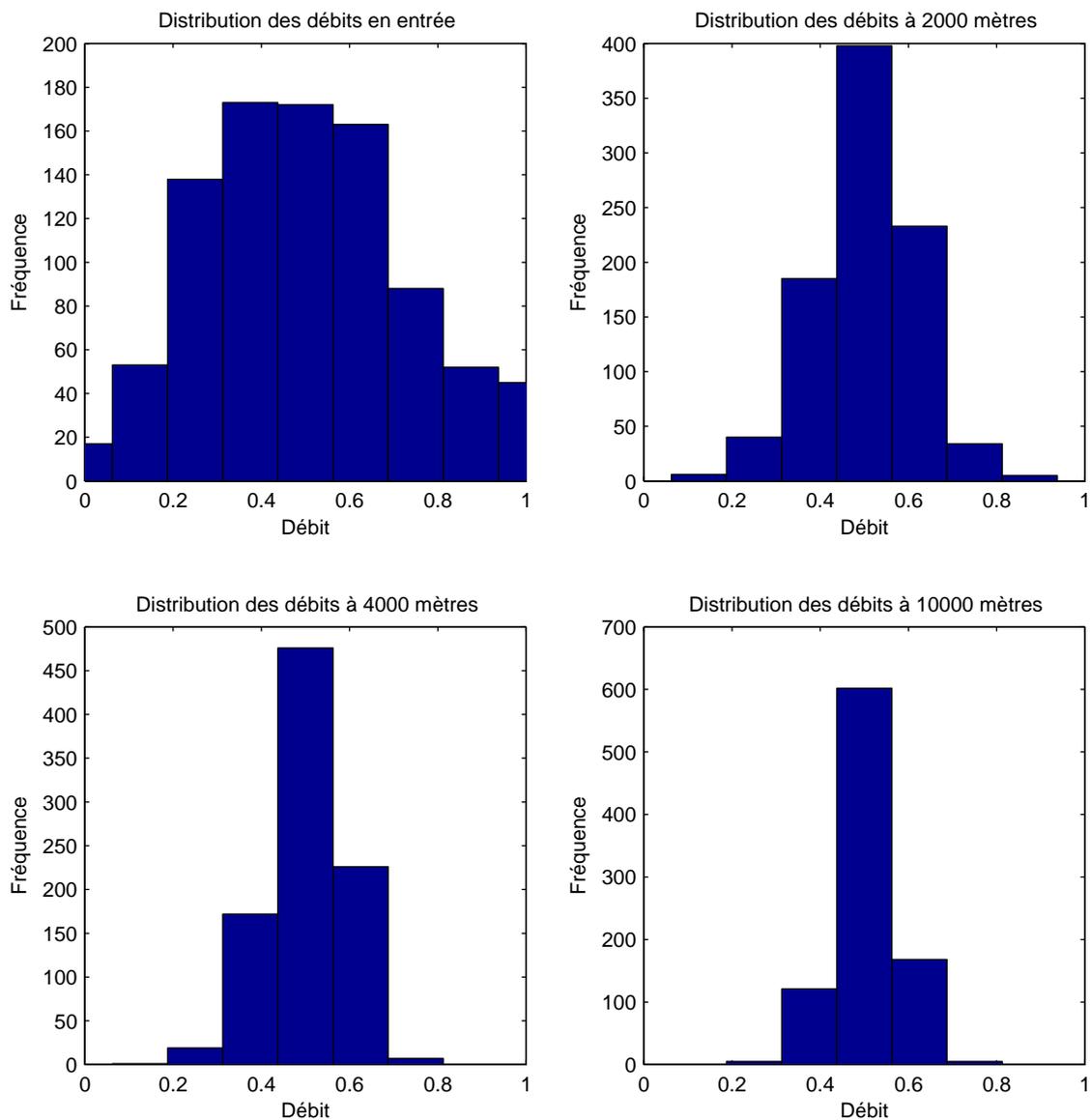


Figure II-21: Propagation d'une distribution de Poisson sur les débits par la résolution discrétisée de LWR : comparaison en différents points d'un réseau

Prenons le cas d'un tronçon découpé en cellules de 200 mètres. On distribue en entrée le débit suivant une loi de Poisson. On compare alors la distribution des débits d'entrée avec ceux obtenus en différents points du réseau. Les résultats de la Figure II-21 montrent que la distribution générée en entrée se propage en se déformant le long du tronçon, et qu'elle tend à se rapprocher de la valeur moyenne.

On peut également étudier l'effet du choix du pas de discrétisation sur ce résultat. Nous proposons de comparer les distributions obtenues en un point avec deux pas de discrétisation différents : l'un de 50 mètres, l'autre de 200 mètres. Les résultats de la Figure II-22 montrent que la taille des cellules n'est pas un facteur déterminant de cet effet.

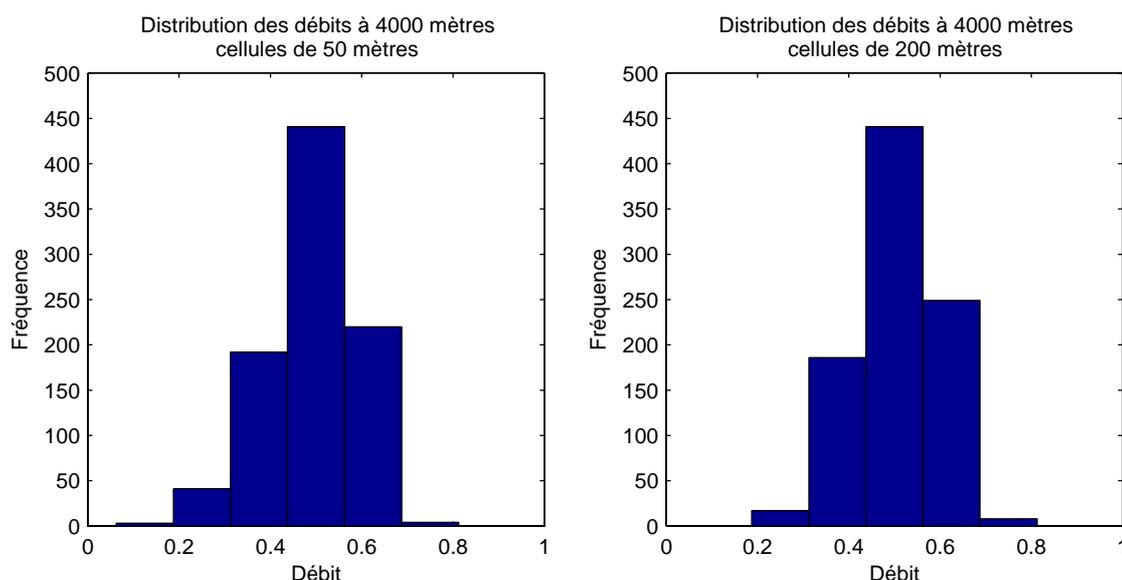


Figure II-22: Propagation d'une distribution de Poisson sur les débits par la résolution discrétisée de LWR : comparaison de deux pas de discrétisation du modèle

L'objectif initial, qui était d'introduire des débits supérieurs à la capacité du péage semble alors difficile à remplir dès lors que l'on s'éloigne de l'entrée du tronçon.

### II.2.3.c Conclusion

Ce rapide tour d'horizon des méthodes d'introduction des aspects stochastiques dans les modèles représentant le flux montre qu'il est relativement difficile d'introduire les effets de la diversité de comportement des usagers dans ce type de modèles de façon satisfaisante.

Les deux types de méthodes présentés ci-dessus ne permettent pas de reproduire correctement les délais et la restriction de capacité liés à la combinaison des aspects stochastiques.

## II.2.4 Modèles « stochastique intégré »

### II.2.4.a Principe général

Afin de résoudre le problème de l'introduction de la variabilité du trafic dans les modèles représentant le flux, certains auteurs ont tenté d'appliquer les méthodes issues de la théorie cinétique des gaz au cas du trafic. Leur objectif était de déterminer un modèle représentant le flux fondé sur une analyse des interactions locales entre véhicules et des distributions de certaines variables. Les modèles correspondant sont classiquement appelés modèles cinétiques. Dans la nouvelle classification que nous avons proposée, il s'agit de modèles représentant le flux fondés sur une loi de comportement véhiculaire.

### II.2.4.b Le modèle de Prigogine et Herman

Le premier modèle de ce type a été proposé par Prigogine et Herman par analogie avec l'équation de Boltzmann. L'ensemble de leurs travaux est décrit dans le célèbre

ouvrage [Prigogine et Herman, 1971]. Ce modèle est fondé sur la fonction de distribution des vitesses  $f(x, v, t)$ . Il décrit ainsi la dynamique du trafic dans l'espace des phases réduit  $(x, v)$  (on l'appelle réduit par opposition à l'espace des phases généralisé introduit dans [Hoogendoorn et Bovy, 2001] et qui intègre d'autres caractéristiques du trafic comme la destination, le type de véhicule, ...). Ainsi,  $f(x, v, t) dx dv$  représente le nombre de véhicules dont la position est comprise entre  $x$  et  $x + dx$  et la vitesse entre  $v$  et  $v + dv$ . Prigogine et Herman font l'hypothèse que les variations de cette distribution dans l'espace des phases ont deux causes distinctes : la relaxation vers une distribution des vitesses désirées et l'interaction entre les véhicules. C'est ce qui les conduit à poser le modèle suivant :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = - \underbrace{\frac{f - f_0}{T}}_{\text{relaxation}} + \underbrace{(1 - P) K (V - v) f}_{\text{interaction}}$$

$P$  étant la probabilité de dépassement,  $K$  et  $V$  la concentration et la vitesse moyenne. Le terme d'interaction correspond à l'intégration d'une loi de poursuite relativement simple [Lebacque, 1995a] : si un véhicule  $i$  de vitesse  $v_i$  rattrape un véhicule  $j$  de vitesse  $v_j < v_i$ , il a une probabilité  $P$  de le dépasser. Ce modèle est donc fondé sur une analyse du comportement individuel et sur la distribution au niveau local de la vitesse.

De nombreuses critiques, reprises dans [Lebacque, 1995a], ont été formulées à l'égard de ce type de modèles : il existe peu de solutions analytiques connues (on ne connaît la solution que dans le cas stationnaire), il existe peu de résultats sur l'intégration numérique de ce modèle et il est difficile de le calibrer et de le valider.

D'autres modèles cinétiques ont été proposés depuis afin d'améliorer le modèle fondateur (le lecteur pourra se référer à [Nelson, 1999] et à [Helbing, 2001] pour une revue de ces modèles). On notera qu'après une période pendant laquelle ces modèles ne faisaient plus l'objet de développement du fait des limites présentées ci-dessus, des recherches récentes montrent un regain d'intérêt à leur égard. On citera notamment les travaux d'Hoogendoorn et Bovy [Hoogendoorn et Bovy, 2001] et d'Helbing [Helbing et al., 2001] qui permettent d'étendre ces modèles à un trafic mixte (flux composé de plusieurs types de véhicules) tout en apportant un certain nombre d'améliorations au modèle. Notamment, Hoogendoorn et Bovy proposent une résolution numérique fondée sur une méthode particulière. Le réseau est découpé en cellules et on calcule l'évolution des paquets de véhicules présents sur chaque cellule.

#### **II.2.4.c Conclusion**

Les modèles cinétiques ont longtemps été considérés comme le « chaînon manquant » permettant de relier les modèles microscopiques et les modèles macroscopiques. En reprenant notre classification, ces modèles peuvent être considérés comme ayant une loi de comportement fondée sur l'analyse du comportement individuel des conducteurs adoptant une représentation du flux (on remarquera néanmoins que le modèle discrétisé proposé par Hoogendoorn et Bovy adopte une représentation véhiculaire).

Ces modèles ont l'avantage d'intégrer au niveau du flux les variations locales de certaines variables de trafic (comme la vitesse dans le modèle de Prigogine et Herman). Ils semblent donc une alternative intéressante permettant d'intégrer les effets de la variabilité du trafic dans les modèles d'écoulement.

Toutefois, nous avons vu que ces modèles ont fait l'objet de nombreuses critiques qui mettent en doute leur caractère applicatif. Malgré le regain d'intérêt de ces dernières années envers ces modèles, il semble que ces derniers n'aient pas encore atteint un niveau suffisant pour être appliqués sur un problème concret de trafic. Les difficultés rencontrées pour appliquer ce type de modèle au cas du trafic routier sont principalement liées au faible nombre de véhicules dans le flux (nous avons déjà vu que ce nombre est très éloigné du nombre d'Avogadro). C'est pourquoi nous avons fait le choix de ne pas les traiter dans le cadre de cette thèse.

### **II.3 Conclusion**

Contrairement à la mécanique des fluides, il n'existe pas en trafic de modèle universel. Le comportement humain, prépondérant dans l'écoulement, est impossible à modéliser de façon parfaite quelle que soit la représentation adoptée.

Il est ainsi illusoire de valider un modèle dit macroscopique en le dérivant à partir d'un modèle dit microscopique. Tous les modèles de trafic sont fondés sur des hypothèses simplificatrices concernant le comportement du flux. Les phénomènes de trafic que pourra décrire un modèle dépendent de ces hypothèses. Il est donc nécessaire d'étudier chaque modèle de façon théorique dans des cas relativement simples afin de déterminer ses avantages et ses inconvénients (Lebacque et Lesort proposent ainsi différents cas tests pour comparer les modèles macroscopiques du premier ordre et d'ordre supérieur dans [Lebacque et Lesort, 1999]). C'est l'application qui doit guider le choix du modèle à utiliser. Notamment, dans les cas où l'aspect stochastique du trafic joue un rôle important, il conviendra de se demander comment celui-ci est reproduit dans le modèle.

Il apparaît ainsi que les modèles représentant le flux sont adaptés à la modélisation de réseaux de grande taille (une agglomération par exemple) car ils représentent bien les phénomènes qui se propagent à un niveau global. De plus, ces modèles ont généralement peu de paramètres à calibrer, ce qui milite pour leur utilisation dans le cas de réseaux de grande taille. En revanche, ces modèles semblent moins bien adaptés pour introduire les effets de la variabilité du comportement des usagers.

Inversement, les modèles représentant les véhicules semblent davantage adaptés à la représentation de phénomènes locaux de l'écoulement car ils décrivent les interactions entre véhicules. En outre, ces modèles ont très souvent un nombre important de paramètres à calibrer, ce qui limite leur champ d'application à des zones géographiques relativement restreintes. Par ailleurs, ils permettent de prendre en compte la diversité des comportements dans le trafic, même si cela induit un certain nombre de difficultés. Ces modèles semblent donc adaptés à l'étude de zones géographiques dont l'étendue spatiale est relativement restreinte, et tout particulièrement de certains éléments de réseau pour lesquels les aspects stochastiques sont prépondérants.



# Chapitre III : Une réponse nouvelle aux problèmes d'échelles : la modélisation hybride

Nous avons vu dans le chapitre I qu'une possibilité de réponse aux problèmes d'échelles est de coupler un modèle macroscopique et un modèle microscopique. Cette hybridation entre modèles, dont nous avons présenté quelques exemples en mécanique des fluides, n'a fait l'objet de recherches dans le domaine du trafic que très récemment. Les quelques tentatives qui existent dans la littérature ont été développées de façon indépendante, sans présentation générale du problème de l'hybridation. De ce fait, il n'existe pas de réelle « théorie » sur les modèles hybrides.

Dans ce chapitre, nous nous attacherons dans un premier temps à présenter une vision générale de la modélisation hybride. Nous proposerons une définition des modèles hybrides fondée sur la nouvelle classification des modèles qui a été établie dans le chapitre II, puis nous montrerons quels sont les problèmes liés à ce type de modélisation.

Dans un deuxième temps, nous présenterons une méthode de validation de ces modèles permettant de s'assurer qu'ils vérifient un certain nombre de propriétés fondamentales.

Enfin, dans un troisième temps, nous passerons en revue les modèles hybrides existants dans la littérature afin de montrer les solutions qui ont été apportées au problème d'hybridation ainsi que leurs limites.

La plupart des éléments présentés dans ce chapitre ont été publiés dans [Bourrel et Henn, 2002a ; Bourrel et Henn, 2002b ; Bourrel et Lesort, 2003].

## III.1 Proposition d'une théorie de la modélisation hybride

Avant de développer cette partie, il nous faut préciser la notion d'hybridation telle qu'on l'entend dans cette thèse. En effet, il est possible de développer diverses méthodes permettant d'hybrider représentation du flux et représentation des véhicules.

Par exemple, le modèle « MacroParticle Simulation Model » (MPSM<sup>36</sup>) décrit dans [Chang et al., 1985] calcule l'écoulement du trafic sous une forme hybride : le trafic est représenté à la fois sous la forme d'un flux (la concentration étant calculée par discrétisation spatio-temporelle) et sous la forme de paquets de véhicules. Sans rentrer dans le détail de ce modèle, nous retiendrons que les véhicules adoptent la vitesse d'équilibre correspondant à la concentration du segment sur lequel ils se trouvent. Le débit

---

<sup>36</sup> Ce modèle est « l'ancêtre » du modèle DYNASMART développé à l'université du Texas.

aux interfaces des cellules du modèle de flux est alors calculé en comptant les véhicules qui les franchissent par pas de temps. L'intérêt de cette forme de modélisation est de permettre une représentation individuelle des décisions des usagers dans le choix de leur itinéraire sur un réseau (c'est-à-dire dans le modèle d'affectation).

Dans cette thèse, nous ne nous intéresserons qu'à un type d'hybridation : le couplage entre modèles, que nous définirons plus précisément en III.1.2.

### **III.1.1 Intérêt**

Dans le chapitre I, nous avons vu que les modèles hybrides ont été développés en mécanique des fluides afin d'étudier des situations dans lesquelles les modèles macroscopiques et microscopiques ne sont pas adaptés, les modèles macroscopiques ne décrivant pas correctement les phénomènes et les modèles microscopiques nécessitant un nombre de calculs trop important. L'idée du couplage de modèles est d'appliquer le modèle le mieux adapté à la représentation des différentes zones du système : le modèle microscopique dans la zone où les phénomènes sont mal décrits par le modèle macroscopique, le modèle macroscopique ailleurs, et ce afin de limiter le nombre de calculs.

Dans le domaine du trafic routier, les arguments en faveur de la modélisation hybride sont relativement similaires. Nous avons montré dans le chapitre II que le choix d'un modèle de trafic dépend de ses aptitudes à représenter certains phénomènes de l'écoulement. Aucun modèle n'est universel (c'est-à-dire applicable dans tous les cas) : les modèles représentant le flux sont adaptés à la représentation de réseaux de grande taille, tandis que les modèles représentant les véhicules sont adaptés à la description d'éléments plus ponctuels d'un réseau. Ces derniers permettent également d'introduire de façon plus satisfaisante les effets de la diversité de comportement des usagers. En outre, l'utilisation d'un modèle de ce type sur un réseau de grande taille est difficilement envisageable, le travail de calibrage et de validation du modèle étant bien plus important que dans le cas d'un modèle représentant le flux.

Or, dans le chapitre I, nous avons vu que les exploitants sont demandeurs d'outils permettant de représenter le trafic à des échelles et sur des réseaux très divers. La modélisation hybride apparaît alors comme un moyen d'adapter l'échelle de représentation du trafic aux différents éléments d'un réseau. Comme en mécanique des fluides, il s'agit d'appliquer un modèle représentant le flux pour l'ensemble du réseau, à l'exception de certains éléments singuliers pour lesquels le modèle représentant le flux n'est pas adapté pour décrire les phénomènes. Pour ces éléments, on appliquera un modèle représentant les véhicules.

Si on prend l'exemple d'un exploitant autoroutier souhaitant représenter l'écoulement du trafic sur une partie de son réseau où se situe un entrecroisement, la modélisation hybride permet de modéliser le réseau autoroutier avec un modèle représentant le flux et l'entrecroisement avec un modèle représentant les véhicules. Pour cet élément spécifique du réseau, l'objectif est de représenter au niveau individuel les interactions dues aux changements de voies des véhicules et de prendre en compte les effets de l'aspect stochastique du trafic, tout en minimisant le travail de modélisation sur les sections courantes de l'autoroute.

### III.1.2 Définition et classification

#### III.1.2.a Définition générale

La classification des modèles d'écoulement que nous avons présentée dans le chapitre II permet de définir un modèle hybride comme le couplage entre un modèle représentant le flux et un modèle représentant les véhicules, quelle que soit la loi de comportement. Le réseau est alors découpé en différentes zones, chacune étant modélisée par un des deux modèles, comme le montre la Figure III-1.

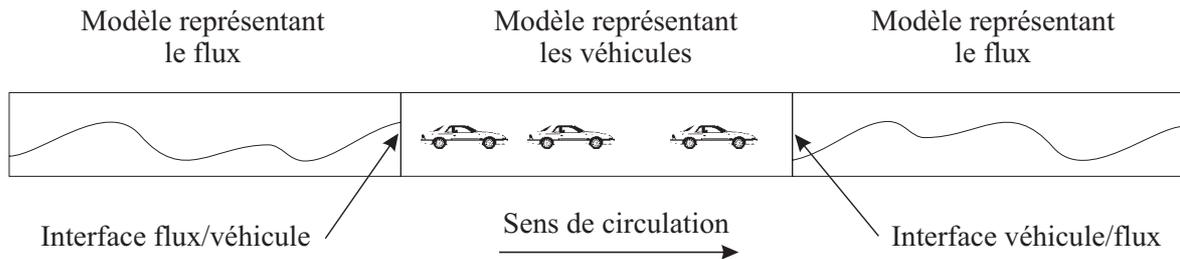


Figure III-1: Définition d'un modèle hybride

La limite entre une zone à représentation véhiculaire et une zone représentant le flux est appelée interface. Ces interfaces sont au cœur de l'hybridation. C'est le lieu où les modèles vont échanger de l'information, chacun fournissant à l'autre ses conditions aux limites. Nous verrons dans la suite de cette thèse que la principale difficulté dans l'élaboration d'un modèle hybride réside dans la détermination de la procédure de communication entre les modèles.

#### III.1.2.b Classification

Dans la définition d'un modèle hybride telle que nous l'avons énoncée, la loi de comportement des modèles couplés n'intervient pas. Or, la justification des modèles hybrides est de coupler des modèles représentant différemment les phénomènes afin d'adapter le modèle utilisé à chaque élément de réseau. Dans cette optique, l'intérêt applicatif du couplage entre deux modèles ayant la même loi de comportement est assez limité (on retrouve ici une des critiques qui est faite au modèle de O'Connell et Thompson en mécanique des fluides). Toutefois, nous verrons dans la suite que ce type de modèle présente un intérêt théorique, notamment en ce qui concerne la validation. C'est la raison pour laquelle nous choisissons de ne pas intégrer directement de critères sur la loi de comportement dans la définition des modèles hybrides, mais plutôt de définir une classification de ces modèles. Ainsi, un modèle hybride sera dit :

- homogène si le modèle représentant le flux et le modèle représentant les véhicules sont identiques (seule la représentation du trafic étant différente) ;
- hétérogène si les deux lois de comportement sont différentes.

Il convient toutefois de nuancer cette classification. En effet, nous avons vu dans le chapitre II qu'il est très difficile d'obtenir un modèle représentant le flux et un modèle

représentant les véhicules qui soient strictement identiques. Un modèle hybride sera donc considéré comme homogène si les deux modèles sont « suffisamment » proches l'un de l'autre. Toute la difficulté est alors de savoir mesurer la différence entre les deux modèles et de quantifier le « suffisamment ». Le premier problème porte sur la comparaison des deux modèles et sera traité en III.2.3.a. Le second est plus difficile à appréhender. Il nécessite de répondre à la question suivante : comment déterminer le degré de proximité entre deux modèles à partir duquel on pourra considérer qu'un modèle hybride est homogène. S'il est impossible de répondre directement à cette question, on peut définir un certain nombre de critères à étudier. Ainsi, pour qu'un modèle hybride soit homogène, le diagramme fondamental des deux modèles couplés doit être identique<sup>37</sup>, et leur vitesse de propagation de l'information doit être très proche. Inversement, si des distributions sont introduites dans le modèle représentant les véhicules, le modèle hybride résultant sera considéré comme hétérogène.

### **III.1.3 Problèmes liés à la modélisation hybride en trafic**

Dans cette partie, nous allons présenter les problèmes issus de la modélisation hybride en trafic, en soulignant la similitude ou bien au contraire la spécificité de ces problèmes par rapport à ceux rencontrés en mécanique des fluides.

Dans le chapitre I, nous avons vu que la modélisation hybride en mécanique des fluides posait un certain nombre de problèmes concernant la transmission des conditions aux limites entre modèles au niveau des interfaces. Si on établit un parallèle entre les modèles hybrides tels que nous les avons définis en trafic et les modèles hybrides qui ont été développés en mécanique des fluides (notamment le modèle de Flekkøy), des similitudes importantes apparaissent. La plus évidente est qu'il s'agit dans les deux cas de coupler un modèle représentant un flux avec un modèle représentant les particules de ce flux. On va donc trouver en trafic des problèmes similaires à ceux rencontrés en mécanique des fluides.

On observe également un certain nombre de différences entre ces deux types de modèles hybrides qui vont se traduire par des problèmes spécifiques au trafic.

#### ***III.1.3.a Transmission de l'information***

Bien que les modèles d'écoulement de trafic soient anisotropes, l'information sur le flux se propage dans les deux sens, c'est-à-dire vers l'amont et vers l'aval. La modélisation hybride en trafic pose donc le même problème de communication simultanée entre les deux modèles qu'en mécanique des fluides, l'information devant se propager du flux vers les véhicules et inversement. Toute la difficulté réside dans le fait que les conditions de trafic en amont de l'interface dépendent des conditions en aval, et inversement.

Ainsi, à l'interface flux/véhicule, la génération des véhicules dépend du flux qui arrive au droit de l'interface, mais ce flux est fonction des conditions de trafic en aval, c'est-à-dire au niveau des véhicules.

---

<sup>37</sup> Si un des modèles couplés ne possède pas de diagramme fondamental, il faudra s'assurer que les paramètres caractéristiques de l'écoulement sont identiques.

De façon symétrique, au droit de l'interface véhicule/flux, le flux dépend de la sortie des véhicules ; or, ces sorties sont fonction des conditions de trafic en aval, et donc du flux.

### ***III.1.3.b Faible nombre de particules***

Un certain nombre de difficultés dans le développement d'un modèle hybride de trafic sont liées au faible nombre de particules constituant le flux. En effet, le passage de variables continues (l'information étant portée par le flux) à des variables discrètes (l'information étant portée par les véhicules), et inversement, nécessite de « traduire » l'information au niveau des interfaces, ce qui la modifie. Plus le nombre de particules est élevé, plus les imprécisions que cela risque d'introduire sont faibles. C'est pourquoi les problèmes liés au nombre de particules du flux apparaissent en trafic et non en mécanique des fluides.

A l'interface véhicule/flux, l'agrégation du comportement individuel est a priori assez facile, puisqu'il s'agit dans ce cas de moyenniser une information. Dans le modèle de Flekkøy, cette interface ne pose donc pas de réel problème. Dans le cas du trafic, comme le nombre de particules est relativement faible (et donc l'hypothèse d'homogénéité non vérifiée), déduire une information sur le flux à partir de l'arrivée des véhicules à l'interface est une tâche bien plus complexe. On montrera notamment dans l'étude des modèles hybrides existants que ceci peut introduire de façon artificielle des oscillations dans le modèle représentant le flux (cf. le modèle de Poschinger par exemple en III.3).

Le faible nombre de « particules » de flux risque également de poser problème dans les cas où débit et concentration sont faibles. Si on se place dans une situation où il n'y a pas de véhicules dans la zone du modèle à représentation véhiculaire, toute information provenant du modèle représentant le flux (une variation du débit par exemple) ne pourra pas se propager, les véhicules étant la seule façon d'intégrer cette information dans le modèle représentant les véhicules. Les effets de cette perte d'information resteront toutefois limités puisqu'elle ne concerne que des cas pour lesquels le débit est faible.

### ***III.1.3.c Manque d'information***

Au droit de l'interface flux/véhicule, il apparaît un problème de manque d'information de même nature que celui rencontré par Flekkøy, Wagner et Feder en mécanique des fluides. Une information moyenne sur le flux doit être individualisée au niveau des véhicules. Or, les variables agrégées ne donnent pas accès à la répartition au niveau individuel. Il est alors nécessaire de reconstituer cette information en faisant certaines hypothèses sur la répartition des véhicules.

Ce passage d'un flux à des véhicules risque également d'engendrer un décalage temporel dans la propagation de l'information. En effet, si l'information n'est portée que par les véhicules, toute information sur le flux arrivant à l'interface devra « attendre » la création d'un nouveau véhicule pour pouvoir se propager, ce qui entraîne un retard dans sa propagation (il s'agit là d'une autre conséquence du faible nombre de particules évoqué en III.1.3.b).

### **III.1.3.d Loi de comportement**

Un dernier problème concerne la loi de comportement des deux modèles couplés. Pour un modèle hybride homogène, ces derniers fournissent le même résultat (au type de représentation près) pour une même condition de trafic. Pour un modèle hybride hétérogène, les deux modèles vont conduire à deux états différents pour une même condition de trafic. Dans ce cas, la principale difficulté est de savoir comment traduire l'information pour que chaque modèle reçoive des conditions aux limites valides.

## **III.2 Validation d'un modèle hybride**

L'ensemble des problèmes liés au couplage de deux modèles dont la représentation du trafic est différente montre la nécessité de définir un moyen de valider le fonctionnement d'un modèle hybride. Dans cette partie, nous allons déterminer les propriétés que doit satisfaire ce type de modèle pour être valide, ainsi que les méthodes qui permettent de s'assurer du respect de ces propriétés.

### **III.2.1 La notion de validation**

Classiquement, pour valider un modèle de trafic, on cherche à déterminer dans quelle mesure il décrit correctement la réalité en comparant les résultats fournis par le modèle avec des données expérimentales. L'objectif est de vérifier que le modèle représente bien ce qu'on a dit qu'il devait représenter.

Dans le cas des modèles hybrides, la question de la validation est plus complexe. En effet, un modèle hybride est constitué de deux modèles d'écoulement différents (un modèle à représentation véhiculaire et un modèle représentant le flux) et d'un schéma de couplage entre les deux modèles (ce schéma correspondant au fonctionnement des interfaces entre les modèles). Pour valider un modèle hybride, il convient de valider chaque modèle d'écoulement de façon indépendante pour le type d'application souhaitée, et surtout le schéma de couplage.

Comme la validation des modèles d'écoulement constituant le modèle hybride est relativement classique, nous ne la développerons pas davantage dans cette partie. Le lecteur pourra se référer à [Ben-Akiva et al., 2000 ; Hall et al., 2000 ; Fellendorf et Vortisch, 2001 ; Brockfeld et al., 2003] pour des exemples de validation de modèles de ce type<sup>38</sup>.

En ce qui concerne le schéma de couplage entre les modèles, il est difficile d'imaginer une validation classique fondée sur la comparaison avec des données expérimentales. En effet, on cherche à valider l'échange d'information entre les modèles au niveau des interfaces, et non la représentation des phénomènes de l'écoulement. La seule façon de s'assurer du bon fonctionnement de ce schéma est de fixer un certain nombre de propriétés fondamentales et de chercher à vérifier que le modèle les vérifie.

### **III.2.2 Propriétés indispensables du schéma de couplage**

Pour qu'un modèle hybride puisse être considéré comme valide, le schéma de couplage doit respecter les deux propriétés fondamentales suivantes :

---

<sup>38</sup> Bien que classique, ce type de validation est un sujet qui reste assez peu traité dans la littérature.

- ↪ **la conservation des véhicules doit être assurée aux interfaces ;**
- ↪ **l'information doit se propager correctement à travers les interfaces.**

La première propriété signifie simplement qu'aucun véhicule ne doit être perdu ou créé à l'interface. Bien que relativement évidente, elle nécessite d'être soulignée car le passage d'un flux à des véhicules (et inversement) peut être à l'origine de certaines difficultés pour assurer la conservation des véhicules, comme nous le verrons plus en détail dans la suite de ce chapitre ainsi que dans le chapitre IV.

La deuxième propriété mérite d'être précisée davantage (notamment le terme « correctement »). Tout d'abord, l'information sur l'écoulement doit pouvoir se propager dans les sens amont et aval selon les conditions de trafic (régime fluide ou congestionné). De plus, cette information ne doit pas se perdre, et chaque modèle doit recevoir des conditions aux limites valides. Enfin, le schéma de couplage ne doit pas introduire de perturbations (c'est-à-dire de décalage temporel ou d'oscillations) dans cette information.

Ce dernier point est le plus difficile à appréhender car il dépend du type de modèle hybride. En effet, pour un modèle hybride homogène, l'information se propage à la même vitesse dans les deux modèles d'écoulement. Dans ce cas, un modèle hybride idéal est un modèle pour lequel l'information se propage au niveau des interfaces sans qu'aucune perturbation extérieure aux modèles couplés ne soit introduite : l'information doit conserver sa vitesse, elle ne doit pas être décalée dans le temps et les interfaces ne doivent pas générer une information absente des modèles couplés. Dans le cas d'un modèle hybride hétérogène, les lois de comportement sont différentes, et donc l'information peut se propager à des vitesses différentes dans chaque modèle d'écoulement. L'information est alors nécessairement modifiée aux interfaces. Dans ce cas, comment s'assurer que l'information se propage correctement ? Il semble impossible de valider directement le schéma de couplage dans un cas où l'information de part et d'autre des interfaces se propage à des vitesses différentes car on ne dispose d'aucune référence. On propose alors de valider le schéma de couplage de façon progressive en étudiant dans un premier temps son comportement dans le cas d'un modèle hybride homogène, puis dans un deuxième temps en s'assurant que les modifications introduites dans le schéma de couplage pour passer d'un modèle homogène à un modèle hétérogène n'introduisent pas d'effets indésirables. On retrouve ici l'approche de Flekkøy, Wagner et Feder en mécanique des fluides ; ils étudient les résultats de leur modèle dans des cas simples pour lesquels les deux modèles couplés ont des comportements identiques, ce qui correspond à notre cas homogène.

### **III.2.3 Méthode de validation dans le cas homogène**

L'ensemble des problèmes que nous avons évoqués dans la définition des modèles hybrides montre la difficulté d'obtenir un modèle hybride homogène qui soit idéal. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'estimer dans quelle mesure les approximations qui sont faites dans l'établissement du schéma de couplage d'un modèle hybride modifient l'information lors de la traversée des interfaces. Ceci étant très difficile à estimer d'un

point de vue théorique, il est nécessaire d'analyser les résultats numériques fournis par le modèle.

Pour ce faire, il est important de dissocier ce qui est dû à la différence entre les deux modèles d'écoulement et ce qui est dû au schéma de couplage. En effet, lors de la définition de la classification des modèles hybrides, nous avons souligné le fait que les résultats obtenus avec chaque modèle couplé peuvent légèrement différer. Les raisons sont multiples : différence de représentation, hypothèses faites lors de l'établissement du modèle, ... Par exemple, nous avons montré dans le chapitre II que le modèle de Newell, fondé sur le modèle de LWR, introduisait certaines différences, notamment au niveau des ondes de choc. Il est donc important de comparer les deux modèles d'écoulement afin de caractériser les différences qui peuvent exister entre leurs résultats, et ainsi séparer les effets de l'utilisation de deux modèles différents des effets du couplage.

Nous donnerons ici les principales étapes permettant de comparer deux modèles et d'étudier le fonctionnement du schéma de couplage. La démarche sera décrite à un niveau assez général. Les notions présentées seront mises en pratique dans les chapitres suivants.

### ***III.2.3.a Comparaison des deux modèles couplés***

Il existe deux façons de comparer des modèles : la comparaison analytique et la comparaison numérique. La première est préférable, mais elle n'est pas toujours possible et dépend des modèles que l'on cherche à comparer. Dans cette partie, nous allons montrer quelles sont les principales difficultés que l'on rencontre pour comparer les résultats numériques de deux modèles.

#### *III.2.3.a.(i) La notion d'indicateur*

La principale difficulté pour comparer les résultats numériques d'un modèle représentant le flux avec ceux d'un modèle représentant les véhicules est que les résultats ne sont pas sous la même forme. Le modèle représentant les véhicules donne une information sur la trajectoire des véhicules présents sur le réseau, tandis que le modèle représentant le flux donne une information plus agrégée du type débit ou concentration. Cette différence de format des résultats ne permet pas une comparaison directe. On voit alors apparaître le besoin de définir des indicateurs, c'est-à-dire des résultats qui soient sous une forme commune aux deux modèles.

De nombreux indicateurs peuvent être définis, chacun donnant une information plus ou moins agrégée sur l'écoulement. On peut distinguer deux types d'indicateurs : les indicateurs individuels du trafic (comme la vitesse ou l'accélération d'un véhicule), et les indicateurs agrégés (comme le débit, la concentration, la vitesse moyenne, le temps de parcours<sup>39</sup>, ...). Ces indicateurs agrégés peuvent être définis sur des échelles spatio-temporelles très diverses : la période spatiale (ou temporelle) d'agrégation peut aller de quelques centaines de mètres (ou quelques secondes) à plusieurs kilomètres (ou plusieurs heures).

---

<sup>39</sup> Pour une définition complète des temps de parcours, le lecteur est renvoyé à : Buisson, C., Lesort, J.B., Travel time, an indicator for traffic management, **In** : Mangin, J.C., Miramond, M., 2<sup>nd</sup> International Conference on Decision Making in Urban and Civil Engineering, vol. 1, 20-22 novembre 2000, Lyon, France, **2000**, pp. 587-598.

Il est facile d'estimer des indicateurs individuels à partir de résultats fournis par les modèles à représentation véhiculaire. Ceci est en revanche plus difficile avec les modèles représentant le flux (on retrouve ici le problème de manque d'information individuelle évoqué précédemment). Inversement, si les indicateurs agrégés sont en général faciles à estimer dans le cas des modèles représentant le flux, il est plus difficile de donner une définition correcte de ces indicateurs à partir de la trajectoire des véhicules.

Afin de comparer un modèle représentant le flux et un modèle représentant les véhicules, nous choisissons d'utiliser des indicateurs de comparaison agrégés. Dans la suite de cette partie, nous allons montrer quelles sont les difficultés rencontrées pour les définir à partir des résultats d'un modèle représentant les véhicules ainsi que les solutions que l'on propose à travers l'étude de trois indicateurs : la vitesse du flot, la concentration et les débits cumulés.

### *III.2.3.a.(ii) Difficultés d'estimation des indicateurs*

#### **Vitesse du flot**

Une méthode simple d'estimation de la vitesse du flot à partir de la trajectoire des véhicules est de découper un tronçon en plusieurs segments, et de faire la moyenne de la vitesse des véhicules présents sur chaque segment à l'instant  $t$ . Si cette définition est cohérente avec la définition continue de la vitesse du flot, il est intéressant de voir quel est l'effet de la discrétisation du flux en véhicules sur cet indicateur. Notamment, si le nombre de véhicules présents sur le segment est relativement faible, on peut s'interroger sur la représentativité de la vitesse calculée. Ainsi, s'il n'y a qu'un véhicule par segment, quelle est la représentativité d'une vitesse moyenne correspondant à la vitesse d'un seul véhicule ? De même, quelle est la vitesse moyenne d'un segment vide ?

Il est impossible de donner une définition de cet indicateur qui soit valable dans tous les cas (le nombre de véhicules sur un segment dépendant du niveau de débit ainsi que de la longueur des segments). Toutefois, on peut tenter de définir certains principes à respecter. En particulier, il semble relativement logique d'imposer que les segments soient suffisamment longs pour que le nombre de véhicules présents sur chacun permette de faire une moyenne qui a un sens. Là encore, on peut se demander quel est le nombre de véhicules minimum permettant d'obtenir des valeurs moyennes qui aient un sens. Il n'existe pas de réponse parfaite à cette question, et on ne peut se contenter que de considérations de bon sens. L'intervalle de confiance de la moyenne de la vitesse est directement lié au nombre de véhicules : plus ce nombre sera important, plus cet intervalle sera étroit. Toutefois, le nombre de véhicules par segment ne peut pas être trop important et dépend du cadre applicatif dans lequel on se place. Si on choisit de réaliser la moyenne en prenant 10 véhicules par segment, en supposant que ces véhicules sont espacés de 50 mètres, ce calcul conduit à prendre des segments d'au moins 500 mètres, ce qui peut être inapproprié en milieu urbain. Il est donc nécessaire de faire un compromis entre fiabilité statistique du résultat et taille du réseau étudié. Il est donc primordial dans toute comparaison de garder en tête ces ordres de grandeur, et de bien penser à ces limitations lors de l'interprétation des résultats.

### Concentration

De façon générale, dans la littérature, lorsqu'une concentration est calculée à partir de trajectoires de véhicules, la façon de calculer cet indicateur est très peu détaillée (voire absente).

Il apparaît assez naturellement deux méthodes permettant de calculer une concentration : soit en comptant le nombre de véhicules présents sur un segment, soit en se basant sur l'inter-distance entre les véhicules.

Dans le premier cas, il s'agit, comme pour les vitesses moyennes, de découper un tronçon en segments, de compter le nombre de véhicules présents sur chacun et d'en déduire la concentration. Si cette méthode est correcte quand le nombre de véhicules est suffisamment grand sur le segment, elle est beaucoup moins adaptée au cas d'un faible nombre de véhicules par segment. On retrouve une difficulté déjà évoquée dans l'estimation de la vitesse moyenne, mais l'effet de la discrétisation du flux est ici davantage visible. En effet, si une vitesse moyenne calculée sur un faible nombre de véhicules donne des ordres de grandeur corrects, la présence ou non d'un véhicule sur un segment a des répercussions importantes sur le calcul de la concentration. Il est aisé de construire des cas permettant de montrer qu'à l'état stationnaire, cette méthode peut conduire à de fortes variations de la concentration, ce qui laisse des doutes quant à l'analyse de ces résultats.

L'exemple de la Figure III-2 illustre ce point : en prenant un peloton de véhicules à l'équilibre avec un espacement identique entre les véhicules, le calcul de la concentration conduit à une variation de la concentration en fonction de la position des véhicules ! De façon évidente, ces effets sont liés au nombre de véhicules présents sur le segment : plus il est important, moins la prise en compte ponctuelle des véhicules a d'effet sur l'estimation de la concentration.

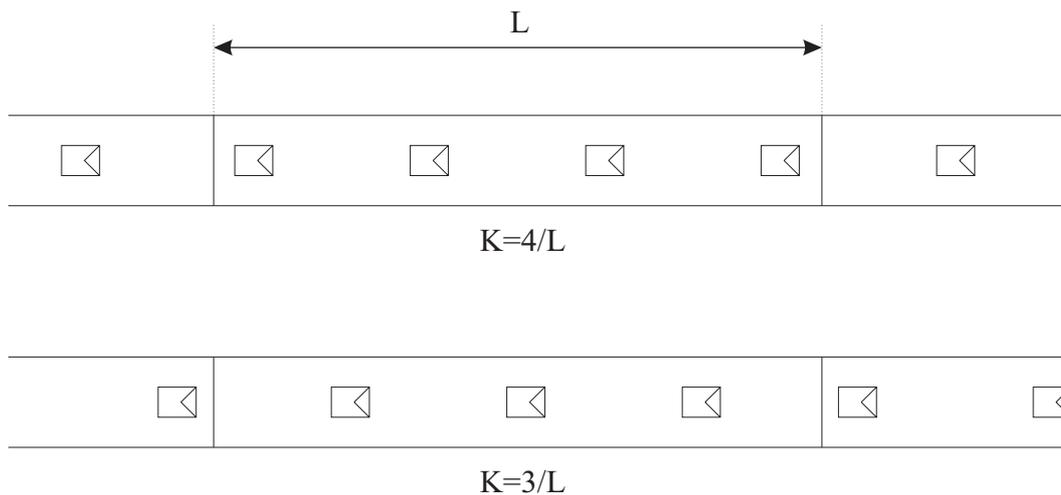


Figure III-2: Exemple de calcul de la concentration, les véhicules étant considérés ponctuellement

L'autre définition que nous proposons est de calculer la concentration en donnant une extension spatiale aux véhicules. Partant du fait que l'intégrale de la concentration est égale à un entre deux véhicules, on fait l'hypothèse que chaque véhicule est porteur d'une

concentration, et que celle-ci est constante entre deux véhicules. On obtient ainsi le champ de concentration sur un tronçon en définissant la concentration comme l'inverse de l'espacement entre deux véhicules :

$$K(x) = \frac{1}{x_{i-1} - x_i}$$

$x_i$  étant la position du véhicule  $i$  qui vérifie :  $x_i \leq x < x_{i-1}$ .

Dans le chapitre II, nous avons montré que la concentration n'est égale à l'inverse de l'espacement entre les véhicules qu'en situation stationnaire, et que cette relation est fautive en transitoire. Il ne s'agit donc pas d'une méthode parfaite d'estimation de la concentration. Toutefois, elle permet d'éviter les « effets de bord » observés avec la première méthode. En ce sens, elle paraît plus adaptée au passage d'une information individualisée (la position de tous les véhicules) à une vision agrégée du trafic car elle permet de moyenniser la présence ponctuelle d'un véhicule sur une portion de l'espace.

### Débits cumulés

Avant de présenter la façon dont on calcule des débits cumulés à partir de la trajectoire de véhicules, faisons un bref rappel sur cette notion. Un débit cumulé est défini comme le nombre de véhicules qui sont passés en un point  $x$  depuis l'origine des temps (c'est-à-dire  $t = 0$ ) jusqu'à l'instant  $t$  et se note  $N_x(t)$ . La pente de  $N_x$  à l'instant  $t$  correspond donc au débit à cet instant.

Pour calculer un débit cumulé à partir des résultats d'un modèle à représentation véhiculaire, il suffit de compter les véhicules lors de leur passage au point  $x$ . Le débit cumulé ainsi calculé ne prend donc que des valeurs entières (la courbe  $N(t)$  est alors une fonction en escalier).

Le principal problème que l'on rencontre lorsque l'on compare des débits cumulés est qu'ils sont souvent très proches. En effet, le fait de cumuler les véhicules masque les différences. C'est la raison pour laquelle dans [Cassidy et Mauch, 2001], les auteurs proposent de décaler les courbes de débit cumulé afin de mieux faire apparaître les variations de débit. Ils proposent ainsi d'étudier non pas  $N(t)$  mais  $N(t) - Q_0 t$ ,  $Q_0$  étant une valeur constante. Ceci permet notamment de faire apparaître les variations autour de la moyenne en fixant  $Q_0$  égal au débit moyen (si  $N(t) - Q_0 t$  décroît, cela signifie que le débit est inférieur, et inversement, si  $N(t) - Q_0 t$  croît, cela signifie que le débit est supérieur).

#### III.2.3.a.(iii) Méthode de comparaison

Une fois ces indicateurs définis, il reste encore à déterminer la façon de les comparer. Deux voies sont possibles : une analyse qualitative des résultats (par observation visuelle de graphes d'évolution de ces indicateurs) ou bien une analyse quantitative (par une mesure de l'écart entre deux modèles en définissant une norme).

Si la première est relativement aisée et permet de visualiser la propagation de certains phénomènes, les résultats obtenus sont très fortement liés à la subjectivité de la

personne faisant la comparaison. De ce point de vue, l'analyse quantitative apporte une réponse plus objective. Toutefois, elle est généralement peu utilisée du fait de la difficulté de définition d'une norme satisfaisante. Dans la suite de cette thèse, nous nous contenterons de réaliser des comparaisons qualitatives.

### *III.2.3.b Analyse numérique des propriétés du schéma de couplage*

Dans le cas du modèle de Flekkøy en mécanique des fluides, nous avons vu dans le chapitre I que les auteurs étudient les résultats numériques du modèle obtenus dans deux cas simples pour lesquels la solution du modèle de flux est connue. Dans cette partie, nous allons établir une méthode similaire permettant de valider le schéma de couplage d'un modèle hybride dans le cas du trafic.

L'objectif de la validation numérique du schéma de couplage d'un modèle hybride homogène est de montrer que l'information se propage correctement au niveau des interfaces, sans se déformer. Afin de vérifier le bon fonctionnement des interfaces, nous proposons d'étudier les résultats numériques du modèle dans des cas très simples permettant de caractériser les éventuelles déformations de l'information quel que soit le sens de propagation (vers l'amont ou vers l'aval) et l'état du trafic (régime fluide ou régime congestionné).

Pour estimer la déformation de l'information, il faut comparer la propagation d'une information dans le modèle hybride à une certaine référence. Ceci pose deux problèmes : le premier est de déterminer cette référence et le deuxième est de mettre les résultats de chaque modèle couplé sous une forme commune permettant de comparer les résultats à la référence choisie.

Concernant le premier problème, nous proposons ici de prendre comme référence les résultats obtenus avec le modèle à représentation du flux utilisé seul pour représenter le réseau. Ceci permet de voir quelle est l'influence de l'introduction d'une zone à représentation véhiculaire. Il faut alors bien séparer les effets liés à la différence de modèle des effets liés au schéma de couplage.

La deuxième question est relative au problème plus général des méthodes de comparaison entre modèles de trafic que nous avons traité précédemment. Nous choisissons de prendre comme indicateur le débit, car les variations dans l'écoulement sont plus visibles sur un débit que sur une concentration. Celui-ci est directement fourni par les modèles représentant le flux. Concernant les modèles représentant les véhicules, il se pose la question de l'estimation de cet indicateur. En section courante sur la zone où s'applique le modèle à représentation véhiculaire, on retrouve des problèmes similaires à ceux rencontrés pour l'estimation de la concentration. Au droit des interfaces, l'estimation des débits est en revanche bien plus simple. En effet, si la propriété de conservation est vérifiée, le débit aux interfaces est identique, que ce soit pour le modèle représentant les véhicules ou bien pour le modèle représentant le flux. Il est donc facile de comparer le débit aux interfaces au débit obtenu avec le modèle représentant le flux utilisé seul.

## **III.3 Analyse des modèles hybrides existants**

Assez récemment, un certain nombre de modèles hybrides de trafic correspondant à notre définition ont été proposés. A notre connaissance, il en existe trois qui ont été

développés de façon indépendante : le modèle d'Helbing [Hennecke et al., 1999 ; Helbing et al., 2000], le modèle MICMAC [Magne et al., 2000] et le modèle de Poschinger [Poschinger et al., 2002]. Nous proposons dans cette partie d'étudier la façon dont ces trois modèles traitent le problème du couplage entre deux modèles représentant de façon différente le trafic, et dans quelle mesure ils peuvent être considérés comme valides.

### **III.3.1 Présentation générale**

#### ***III.3.1.a Objectif de la modélisation***

En III.1.1, nous avons présenté l'intérêt de modéliser le trafic de façon hybride. Cette vision ne fait toutefois pas l'unanimité parmi les modèles existants. L'objectif des auteurs dans le développement du modèle d'Helbing n'est pas de représenter certains éléments singuliers du réseau avec le modèle représentant les véhicules et le reste avec le modèle représentant le flux, mais l'inverse. Le modèle qu'ils utilisent pour représenter le réseau est un modèle à représentation véhiculaire dans lequel ils introduisent ponctuellement un modèle représentant le flux pour simplifier la modélisation des bretelles d'accès.

L'argument qu'ils avancent est qu'il est très facile de représenter l'écoulement sur un tronçon avec un modèle représentant les véhicules, mais qu'il est bien plus difficile de décrire les interactions entre véhicules au droit de certains éléments spécifiques, comme les bretelles d'accès sur autoroute. Pour ces éléments, le modèle représentant le flux est d'après les auteurs plus approprié car il suffit d'intégrer un terme source dans l'équation du modèle.

L'analyse des modèles d'écoulement qui a été réalisée dans le chapitre II nous a mené à des conclusions différentes sur les possibilités d'application de ces modèles, ce qui explique la différence entre les objectifs que nous avons défini et ceux présentés ici par les auteurs. C'est la raison pour laquelle nous choisissons de conserver l'objectif de la modélisation hybride tel que nous l'avons présenté en III.1.1, d'autant que celui-ci est partagé par les auteurs des deux autres modèles.

#### ***III.3.1.b Classification des modèles hybrides***

Il est possible de classer ces modèles en fonction de la loi de comportement des modèles couplés.

Le modèle à représentation véhiculaire est identique pour le modèle d'Helbing et le modèle de Poschinger : il s'agit du modèle IDM (présenté dans le chapitre II). En revanche, le modèle représentant le flux est différent : il s'agit du modèle macroscopique du second ordre dérivé du modèle IDM dans le cas du modèle d'Helbing et d'un modèle macroscopique d'ordre supérieur similaire au modèle de Payne dans le cas du modèle de Poschinger. Le modèle d'Helbing est homogène car les deux modèles couplés sont fondés sur la même loi de comportement (l'un étant directement dérivé de l'autre). Pour le modèle de Poschinger, même si les deux modèles utilisés sont des modèles dont la loi de comportement est individuelle, les modèles ont été développés de façon indépendante, donc il n'y a pas de raison qu'ils décrivent de façon identique l'écoulement. En outre, ce

modèle hybride introduit des distributions à la génération des véhicules. C'est pourquoi nous le qualifions d'hétérogène.

Concernant le modèle MICMAC, les modèles couplés sont SIMRES (une version discrétisée du modèle de Payne) et SITRA-B+ (un modèle de voiture-suiveuse). Nous ne détaillerons pas ces modèles car ils sont similaires à ceux que nous avons déjà présenté dans le chapitre II. Nous noterons seulement que les auteurs ont étudié le lien entre ces deux modèles en situation stationnaire, ce qui les a conduit à modifier le modèle de voiture-suiveuse afin que le diagramme fondamental des deux modèles soit identique. Toutefois, le comportement en dynamique des deux modèles n'est pas comparé, et là encore des distributions sont introduites au niveau du modèle représentant les véhicules. Ce modèle hybride est donc un modèle hétérogène.

Ainsi, parmi les trois modèles, deux sont des modèles hétérogènes (le modèle de Poschinger et le modèle MICMAC), un est homogène (le modèle d'Helbing).

### **III.3.2 Principe du schéma de couplage**

Dans cette partie, nous allons présenter les grands principes sur lesquels sont fondés le schéma de couplage du modèle MICMAC et celui du modèle de Poschinger. Pour le modèle d'Helbing, très peu d'information est fournie par les auteurs sur ce schéma. Ils précisent juste qu'il s'agit d'un « travail trop délicat » pour être présenté dans un article. Il est donc très difficile de savoir quelles méthodes ont été utilisées afin de propager l'information aux interfaces.

#### ***III.3.2.a Synchronisation des modèles***

Pour le modèle MICMAC comme pour le modèle de Poschinger, les deux modèles couplés sont des modèles discrétisés en temps. L'objectif de l'hybridation étant de représenter un réseau avec des échelles différentes, le pas de temps du modèle de flux (noté  $\Delta t_F$ ) et celui du modèle représentant les véhicules (noté  $\Delta t_V$ ) vérifient  $\Delta t_F > \Delta t_V$ . Une première difficulté est donc de synchroniser l'échange d'information. Chaque modèle connaît une partie de l'état du système en des instants discrets. Pour que les deux modèles puissent échanger de l'information, il est nécessaire qu'il existe des instants pour lesquels les deux modèles connaissent l'état du système de façon simultanée. Pour ces deux modèles, les auteurs proposent de prendre  $\Delta t_F = N\Delta t_V$ ,  $N \in \mathbb{N}$ . Ainsi, à chaque pas de temps du modèle de flux, les deux modèles échangent de l'information au niveau des interfaces. L'information provenant du modèle de flux, considérée valide jusqu'au prochain pas de temps de flux, est utilisée par le modèle représentant les véhicules pendant les  $N$  pas de temps successifs  $\Delta t_V$ .

#### ***III.3.2.b Zone de transition***

On retrouve dans ces modèles l'idée de transition progressive de l'information (et non ponctuelle) que nous avons déjà évoquée dans le chapitre I (cf. le modèle de Flekkøy). Dans les deux cas, les auteurs proposent d'introduire une zone de transition (appelée cellule virtuelle dans le modèle MICMAC) permettant de calculer des variables agrégées

(concentration et vitesse) à partir des données sur les véhicules afin de déterminer les conditions aux limites du modèle de flux (cf. Figure III-3).

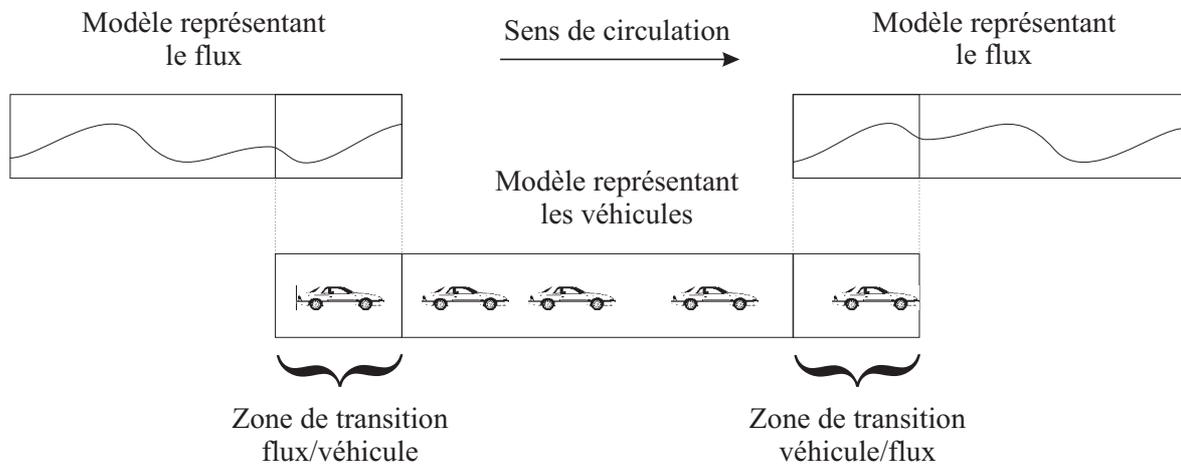


Figure III-3: Zones de transition dans le modèle hybride

Les modèles couplés communiquent au niveau de ces transitions de la façon suivante. Soit  $t$  un instant pour lequel l'état de tout le système est connu par les deux modèles. Le modèle représentant le flux transmet au modèle à représentation véhiculaire les conditions de l'écoulement qui sont valables pour un pas de temps  $\Delta t_F$  (c'est-à-dire le débit en entrée de la zone de transition flux/véhicule et l'état du réseau en aval de la zone de transition véhicule/flux). Le modèle à représentation véhiculaire évolue alors de façon indépendante en utilisant les conditions aux limites fournies par le modèle de flux. A  $t + \Delta t_F$ , l'état des véhicules des zones de transition est connu, ce qui permet de déterminer l'état de ces zones en flux, et ainsi de fournir des conditions aux limites pour le modèle de flux.

Nous allons maintenant présenter plus en détail le fonctionnement des interfaces flux/véhicule et véhicule/flux.

### III.3.2.c Interface flux/véhicule

#### III.3.2.c.(i) Principe de fonctionnement

Au droit de cette interface, le fonctionnement des deux modèles hybrides est relativement similaire. A l'instant  $t$ , le modèle représentant le flux impose le débit d'entrée de la zone de transition flux/véhicule ainsi que la vitesse des véhicules. Les véhicules sont alors générés dans le modèle représentant les véhicules à partir de distributions sur les intervalles et les vitesses. Le modèle de Poschinger se distingue ici par une analyse assez détaillée du processus de création stochastique des véhicules qui s'appuie sur une comparaison avec des données réelles. Dans le modèle MICMAC, un processus de correction de la moyenne est introduit dans la distribution des intervalles afin que le nombre de véhicules créés soit proche du débit.

Quand un véhicule doit être créé à l'interface mais qu'il n'y a physiquement pas de place sur le réseau pour le créer, celui-ci est stocké dans une file d'attente verticale en entrée.

### *III.3.2.c.(ii) Limitations*

Ce type d'interface présente un certain nombre de limitations. Tout d'abord, le caractère non entier du nombre de véhicules à créer n'est pas pris en compte. En effet, le débit imposé par le modèle de flux multiplié par le pas de temps de flux donne un nombre réel de véhicules à créer qui n'a aucune raison d'être un entier. Le problème est alors de savoir comment générer un nombre réel de véhicules. Par exemple, si le débit est de 0,2 véh/s et que  $\Delta t_F = 8 \text{ s}$ , il faut créer 1,6 véhicules.

Combiné à la génération stochastique des véhicules, ceci ne permet pas d'assurer une moyenne du nombre de véhicules créés sur un pas de temps égal au débit (même avec le processus de correction). La propriété de conservation des véhicules n'est donc pas respectée, le débit à droite et à gauche de l'interface pouvant être différents !

En outre, la présence d'une file d'attente verticale introduit des décalages temporels dans la transmission de l'information en régime congestionné. En effet, si un véhicule ne peut être créé sur le réseau, cela signifie que le débit à l'interface est surestimé et que le nombre de véhicules entrant est inférieur à celui imposé par le débit. Or, il n'y a dans ces schémas aucune procédure de correction du débit en fonction des conditions d'écoulement en aval.

Cette file d'attente peut également conduire à des valeurs de concentration non physiques (supérieures à  $K_x$  par exemple) sur les segments de transition.

### *III.3.2.d Interface véhicule/flux*

#### *III.3.2.d.(i) Principe de fonctionnement*

A l'interface véhicule/flux, le débit en sortie de la zone de transition est égal au nombre de véhicules qui sont sortis pendant  $\Delta t_F$ . Afin de transmettre les conditions de trafic aval aux véhicules, il est nécessaire de déterminer la trajectoire du premier véhicule de la zone véhiculaire (pour lequel le modèle de voiture suiveuse ne s'applique pas). Dans le modèle de Poschinger, l'accélération de ce véhicule suit une loi de relaxation vers la vitesse du flot de la zone aval. Les auteurs du modèle MICMAC proposent de créer un véhicule fantôme situé dans la zone du modèle représentant le flux dont la vitesse soit la vitesse du flux ; ce véhicule dont la trajectoire est imposée sert alors de véhicule de tête pour le premier véhicule de la zone véhiculaire.

#### *III.3.2.d.(ii) Limitations*

Le principal défaut de cette interface est que le nombre de véhicules sortant est nécessairement un entier. Ainsi, le débit prend des valeurs discrètes (et non continues), ce qui peut engendrer des oscillations dans l'écoulement qui se propagent en aval (celles-ci sont très nettement visibles dans les résultats du modèle de Poschinger que nous verrons dans la suite).

### III.3.3 Validation

En III.2, nous avons défini une méthode de validation pour les modèles hybrides. Nous proposons ici de voir dans quelle mesure la validation des modèles proposée dans la littérature correspond à cette méthode, et quels sont les résultats obtenus.

#### III.3.3.a Comparaison des deux modèles d'écoulement

Nous avons vu dans la partie précédente qu'une étape de la validation d'un modèle hybride était de comparer les modèles couplés dans le cas homogène. Rappelons que l'objectif est de différencier les effets dus à une différence de comportement entre les deux modèles et ceux introduits par le schéma de couplage.

Cette comparaison des résultats numériques des modèles couplés n'est effectuée par les auteurs que dans le cas du modèle d'Helbing (modèle hybride homogène). Ils étudient les résultats obtenus dans le cas d'une congestion se propageant vers l'amont. La comparaison visuelle des champs de concentration montre que les deux modèles sont très proches. Notamment, la vitesse de propagation de l'information est quasi-identique pour les deux modèles.

#### III.3.3.b Analyse numérique des résultats du modèle hybride

La deuxième étape de la validation consiste à étudier la façon dont se propage l'information à travers les interfaces pour des cas tests permettant de valider différentes situations (fluide/congestionné, information dans le sens amont/aval). Nous présentons dans cette partie la façon dont cette étape de la validation a été réalisée pour les modèles d'Helbing et MICMAC, ce travail n'ayant pas été effectuée pour le modèle de Poschinger (les auteurs se sont concentrés sur la validation de la procédure de génération stochastique). Toutefois, nous présenterons les résultats obtenus avec ce modèle dans le cas d'une génération déterministe des véhicules afin de montrer les limites du schéma de couplage proposé.

##### III.3.3.b.(i) Le modèle d'Helbing

Dans le cas du modèle d'Helbing, les auteurs étudient la propagation de perturbations pour deux situations de trafic. La première (Figure III-4 à gauche) correspond à une perturbation se propageant vers l'aval pour des niveaux de concentration assez faibles. La deuxième (Figure III-4 à droite) correspond à une congestion se propageant vers l'amont pour des niveaux de concentration moyens. Ces résultats montrent que l'information se propage à travers les deux interfaces sans changement significatif sur l'allure et la vitesse de propagation de l'information.

Si ces résultats tendent à montrer la validité de ce modèle, on peut néanmoins regretter certains choix des auteurs : l'analyse de la propagation des perturbations est faite en analysant des concentrations (et non des débits), ce qui a pour effet d'atténuer les éventuels effets indésirables. En outre, les échelles de temps et d'espace utilisées pour représenter les résultats sont relativement grandes (un tronçon de 10km pendant 2h pour la deuxième situation), ce qui ne permet pas de voir s'il existe de faibles perturbations de l'information. Enfin, les résultats ainsi obtenus ne sont comparés à aucune référence.

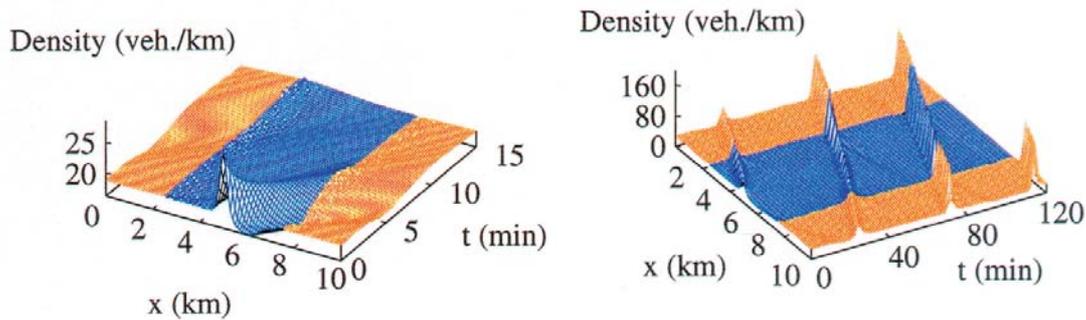


Figure III-4: Résultats de simulation du modèle hybride d'Helbing, le modèle à représentation véhiculaire est en bleu, le modèle représentant le flux en orange, d'après [Hennecke et al., 1999]

### III.3.3.b.(ii) Le modèle MICMAC

Dans le cas du modèle MICMAC, la méthode de validation est fondée sur la comparaison des résultats du modèle hybride avec ceux du modèle représentant le flux utilisé seul. Cette méthode est donc similaire à celle que nous avons proposée.

Les auteurs comparent les profils d'évolution de la vitesse moyenne obtenus avec le modèle MICMAC et le modèle SIMRES pour deux scénarios : une variation du profil de demande en entrée du réseau, permettant d'étudier une remontée vers l'aval de l'information en situation fluide, et un blocage du réseau en sortie, permettant d'étudier la propagation vers l'amont d'une information.

Ils concluent au vu des résultats obtenus que le schéma de couplage est valide. Toutefois, ils notent que ce schéma introduit un certain retard dans la propagation de l'information en congestion. Ceci est lié à la présence de la file d'attente verticale. A l'interface flux/véhicule, les véhicules sont créés même s'il n'y a pas assez d'espace pour les générer (ils sont alors placés dans la file d'attente verticale). Il faut donc attendre un pas de temps de flux pour que la remontée d'une congestion soit prise en compte par le modèle de flux.

En outre, on retrouve dans cette démarche la limite évoquée précédemment qui est de présenter les résultats avec des échelles temporelles ne permettant pas de voir les éventuels effets indésirables introduits par le schéma (le pas de temps de flux utilisé est de 10 minutes).

### III.3.3.b.(iii) Le modèle de Poschinger

Pour conclure sur l'analyse des résultats numériques de ces modèles, intéressons-nous au modèle de Poschinger. Les auteurs présentent les résultats obtenus avec ce modèle dans le cas d'une génération déterministe des véhicules. L'évolution des débits en sortie de cellule est représentée dans le cas où un peloton de véhicules traverse le réseau (cf. Figure III-5). On s'aperçoit alors que de fortes oscillations apparaissent au droit de l'interface véhicule/flux (segment 12 sur la figure). Celles-ci sont dues au caractère discret du débit à l'interface véhicule/flux. Cet effet est d'autant plus visible que dans le cas de ce modèle, les auteurs ont présenté les résultats dans un cas où le pas de temps de flux est petit (5 secondes). En effet, le débit obtenu est un multiple de  $1/\Delta t_F$  ; plus  $\Delta t_F$  est petit, plus l'écart entre deux valeurs de débit est grand. On note également que ces oscillations ont

des répercussions en aval sur le modèle représentant le flux (le débit du segment 15 est perturbé par ces oscillations, et il est probable que les segments 13 et 14 le soient davantage).

Les oscillations introduites par le schéma de couplage ont un effet très négatif car elles ne permettent pas de valider le modèle.

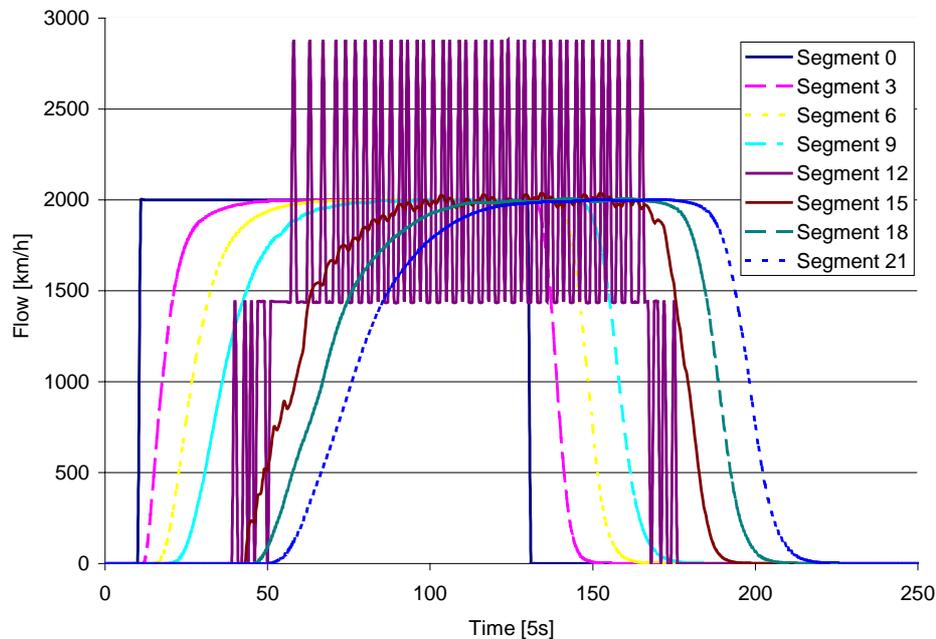


Figure III-5: Débits obtenus avec le modèle de Poschinger dans le cas d'une génération déterministe des véhicules, d'après [Poschinger et al., 2002]

### III.3.4 Conclusion

Parmi ces modèles, aucun n'est réellement satisfaisant. Les schémas de couplage proposés dans les modèles MICMAC et de Poschinger introduisent des effets indésirables dans la propagation de l'information, comme l'introduction d'oscillations dans le débit. Le modèle d'Helbing semble donner des résultats plus convaincants, mais on ne dispose d'aucune information sur la façon dont sont traitées les interfaces. En outre, les pas de discrétisation utilisés pour l'étude des résultats numériques de ces modèles sont très grands, ce qui peut masquer certains défauts des modèles.

### III.4 Conclusion et choix du développement d'un nouveau modèle hybride

Les modèles hybrides apparaissent comme un moyen de combiner au sein d'un même modèle les avantages des différents types de modèle d'écoulement. Ils permettent d'adapter le modèle utilisé à l'élément de réseau considéré et aux phénomènes qui y sont prépondérants. Il s'agit donc d'un type de modélisation qui permet de répondre de façon pertinente aux problèmes d'échelles en trafic.

Dans ce chapitre, nous avons présenté ce type de modèle de façon générale, l'objectif étant de proposer une théorie des modèles hybrides en trafic. Ainsi, après avoir donné une définition des modèles hybrides et identifié un certain nombre de difficultés liées au couplage de deux représentations différentes de l'écoulement, nous avons défini une méthode de validation de ces modèles.

Nous avons alors étudié les modèles hybrides existants dans la littérature au vu de cette approche générale de l'hybridation. La conclusion de cette analyse révèle que ces modèles ne satisfont que partiellement les contraintes que nous avons définies. Soit ils ne répondent pas de façon pleinement satisfaisante aux problèmes de l'hybridation, soit ils sont trop compliqués pour être manipulés.

Nous allons donc nous attacher dans la suite de cette thèse à développer un nouveau modèle hybride qui soit satisfaisant au vu des critères que nous avons définis précédemment.



**Partie II :**

**Vers un modèle hybride fondé sur le**

**modèle LWR**



Dans la première partie de cette thèse, nous avons montré que la modélisation hybride (couplage entre un modèle représentant le flux et un modèle représentant les véhicules) améliore la réponse apportée par les différents types de modèles d'écoulement aux problèmes d'échelles. Elle permet de combiner leurs avantages en adaptant le modèle utilisé aux besoins de modélisation de chaque élément d'un réseau.

Toutefois, les quelques modèles hybrides existants ne sont pas pleinement satisfaisants, soit parce qu'ils ne respectent pas les propriétés fondamentales des modèles hybrides, soit parce qu'ils sont trop compliqués. Dans cette deuxième partie, nous nous proposons de construire un modèle hybride hétérogène qui soit valide au vu des critères que nous avons énoncé dans le chapitre III.

Le couplage de deux modèles dont la loi de comportement et le type de représentation du trafic différent est une tâche difficile, comme en témoigne l'analyse des modèles déjà proposés dans la littérature. C'est la raison pour laquelle nous choisissons de décomposer l'élaboration d'un tel modèle en deux étapes afin de séparer les problèmes liés à la différence de représentation de ceux liés à la différence de loi de comportement. Dans un premier temps, nous nous attacherons à développer un schéma de couplage valide dans le cas homogène, c'est-à-dire lorsque les deux modèles d'écoulement sont fondés sur la même loi de comportement. Dans un deuxième temps, nous modifierons ce schéma afin d'introduire une certaine différence de comportement dans les modèles couplés tout en s'assurant que le schéma de couplage reste valide.

Nous faisons volontairement le choix d'un modèle simple de loi de comportement : le modèle LWR. L'intérêt de ce modèle est qu'il s'agit d'un modèle robuste dont les solutions analytiques sont bien connues. En outre, comme les équations sur lesquelles repose le modèle sont relativement simples, on peut supposer qu'il sera plus facile de développer un schéma de couplage valide. En effet, les trois modèles hybrides proposés dans la littérature sont tous fondés sur un modèle macroscopique d'ordre supérieur, ce qui peut expliquer en partie les difficultés rencontrées par les auteurs. Enfin, le choix de ce modèle va permettre d'étendre les recherches déjà menées par le laboratoire sur celui-ci.

Cette partie se compose de trois chapitres. Dans le chapitre IV, nous construirons un modèle hybride homogène fondé sur le modèle LWR. Dans un premier temps, nous présenterons un modèle fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR. Nous verrons alors que ce modèle hybride homogène est « idéal » au vu des critères définis dans le chapitre III, mais qu'il est impossible de l'étendre en ajoutant des extensions. Nous proposerons donc un autre modèle hybride fondé sur la résolution par discrétisation spatio-

temporelle de LWR. Nous montrerons alors que l'avantage de ce deuxième modèle hybride est qu'il est possible de lui ajouter des extensions.

Dans le chapitre V, nous détaillerons une extension en particulier : il s'agira d'introduire des distributions sur les vitesses désirées et les intervalles entre véhicules dans le modèle à représentation véhiculaire. L'intérêt d'introduire ces distributions dans le modèle représentant les véhicules est de mieux prendre en compte la diversité de comportement des usagers dans la modélisation de certains éléments spécifiques d'un réseau comme les carrefours giratoires, les bretelles autoroutières, les gares de péage, ... Une étude numérique des résultats fournis par le modèle permettra alors de voir quelles sont les conséquences de l'introduction de ces distributions sur le modèle hybride.

Enfin, dans le chapitre VI, nous étudions diverses applications du modèle hybride : une gare de péage à une file, l'intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire et enfin la combinaison entre ce type d'intersection et un carrefour à feux. Il s'agira de montrer en quoi le modèle hybride proposé permet une meilleure description des phénomènes de trafic.



# Chapitre IV : Un modèle hybride homogène fondé sur le modèle LWR

Ce chapitre est composé de deux grandes parties. Dans un premier temps, nous présenterons un modèle hybride homogène fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR. Nous verrons que ce modèle hybride homogène est « idéal » car l'information se propage au droit des interfaces sans aucune déformation, mais qu'il est impossible de l'étendre de façon correcte au cas hétérogène. Ceci nous conduira à proposer un autre modèle hybride fondé sur la résolution par discrétisation spatio-temporelle de LWR. Nous verrons alors que le schéma de couplage proposé n'introduit que très peu d'effets indésirables et qu'il permet d'étendre le modèle hybride homogène obtenu au cas hétérogène.

## IV.1 Un modèle hybride homogène fondé sur la résolution numérique continue en espace-temps du modèle LWR

Dans cette partie, nous allons développer un modèle hybride homogène fondé sur la résolution numérique continue en espace-temps du modèle LWR. Après avoir justifié le choix des modèles à coupler, nous présenterons un schéma de couplage permettant au modèle représentant le flux et au modèle représentant les véhicules de communiquer. Ensuite, nous validerons ce schéma en nous fondant sur la méthode proposée dans le chapitre III. Enfin, nous montrerons les difficultés rencontrées pour introduire des hétérogénéités dans ce modèle hybride.

Les résultats présentés dans cette partie ont été publiés dans [Bourrel et Henn, 2002a ; Bourrel et Henn, 2002b].

### IV.1.1 Les modèles à coupler

#### *IV.1.1.a Choix des modèles*

Nous avons vu dans le chapitre II que la résolution analytique de LWR est relativement complexe, ce qui justifie le développement de résolutions numériques de ce modèle. Nous avons présenté deux de ces résolutions représentant le flux : la résolution continue en espace-temps et la résolution par discrétisation spatio-temporelle. Nous avons également présenté trois modèles à représentation véhiculaire développés dans le but d'obtenir des trajectoires de véhicules identiques à celles de la résolution analytique du modèle LWR : le modèle de Newell, le modèle de Del Castillo et le modèle de propagation modifié.

Il se pose alors la question de savoir quels modèles coupler. En ce qui concerne le modèle à représentation du flux, nous choisissons de retenir dans un premier temps la résolution continue en espace-temps. Celle-ci présente l'avantage d'être proche de la résolution analytique du modèle LWR. De plus, nous avons développé un modèle à représentation véhiculaire dont les trajectoires correspondent exactement aux résultats de ce modèle : le modèle de propagation modifié. Le choix de ces deux modèles permet de se placer dans le cas homogène de la modélisation hybride tout en conservant des méthodes de résolution assez proches de la résolution analytique.

#### ***IV.1.1.b Rappels sur leur fonctionnement***

Avant de présenter le schéma de couplage, faisons un bref rappel sur le fonctionnement des deux modèles couplés.

La résolution continue en espace-temps permet de calculer par évènements discrets l'évolution de zones de concentration constante séparées par des ondes de choc. Les conditions initiales et les conditions aux limites de ce modèle sont nécessairement constantes par morceaux, ce qui garantit que les ondes de choc sont des droites. Le résultat fourni est le champ de concentration dans le plan  $(x, t)$ .

Le modèle de propagation modifié est également résolu par évènements discrets. Toutefois, au lieu de propager des ondes de choc, ce modèle propage des véhicules. Leur trajectoire est linéaire par morceaux. La vitesse d'un véhicule  $i+1$  est identique à la vitesse du véhicule précédent  $i$  avec un certain décalage temporel  $T_r$  qui correspond au temps mis par une perturbation pour se propager entre deux véhicules :

$$\dot{x}_{i+1}(t + T_r) = \dot{x}_i(t)$$

Dans le chapitre II, nous avons présenté en détail la façon dont ce temps est calculé. Nous rappellerons uniquement qu'il est identique à celui obtenu par la résolution continue en espace-temps. Les trajectoires calculées sont donc équivalentes à celles que l'on obtiendrait à partir du champ de concentration.

#### **IV.1.2 Le schéma de couplage**

L'objectif du schéma de couplage entre un modèle représentant le flux et un modèle à représentation véhiculaire est de permettre une transmission des conditions aux limites entre les modèles de façon simultanée. Dans le chapitre III, nous avons montré que ceci engendre un certain nombre de problèmes liés à la nécessaire « traduction » de l'information aux interfaces : une information sur le flux doit être désagrégée au niveau des véhicules, et inversement une information sur les véhicules doit être agrégée au niveau du flux. Dans cette partie, nous allons développer un schéma de couplage qui présente la particularité de s'affranchir de l'ensemble de ces difficultés.

##### ***IV.1.2.a Principe général***

L'information utilisée par les modèles d'écoulement que nous avons choisis est de même nature : il s'agit des ondes de choc. Même si celles-ci ne sont pas directement

présentes dans le modèle à représentation véhiculaire, les variations de vitesse des véhicules correspondent aux lieux des ondes de choc, ce qui permet de les identifier.

Du fait de cette forte proximité entre les deux modèles couplés, le processus de transmission de l'information est assez simple à établir. Son principe est le suivant. Pour transmettre une information du modèle représentant le flux vers le modèle à représentation véhiculaire, il faut transformer aux interfaces une onde de choc en un changement de vitesse. Inversement, pour transmettre une information du modèle à représentation véhiculaire vers le modèle représentant le flux, il faut créer à chaque changement de vitesse du véhicule le plus proche de l'interface une onde de choc. Afin d'assurer cette transmission de l'information, nous introduirons dans la partie suivante la notion de véhicule fantôme.

Comme les deux modèles sont calculés numériquement par événements discrets, cette procédure d'échange de l'information ne pose pas de problème de mise en œuvre.

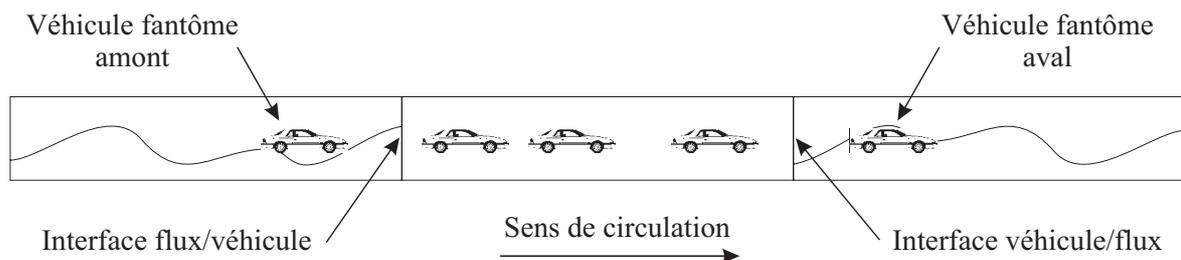
Il reste alors à déterminer la façon dont ces échanges d'information vont être réalisés en pratique.

#### ***IV.1.2.b Transmission de l'information aux interfaces***

##### *IV.1.2.b.(i) La notion de véhicule fantôme*

Nous introduisons ici la notion de véhicule fantôme. Nous proposons d'ajouter aux véhicules déjà présents dans la zone où s'applique le modèle à représentation véhiculaire deux véhicules, comme le montre la Figure IV-1 :

- un en amont de l'interface flux/véhicule (correspondant au prochain véhicule qui doit entrer dans la zone véhiculaire) ;
- l'autre en aval de l'interface véhicule/flux (correspondant au dernier véhicule sorti).



*Figure IV-1: Définition des véhicules fantômes*

Ces véhicules n'existent pas réellement, d'où le nom de véhicules fantômes. Leur seul objectif est de permettre d'échanger de l'information au droit des interfaces. On retrouve ici une méthode similaire à celle utilisée dans le modèle hybride MICMAC.

Afin de faire communiquer les deux modèles, les deux véhicules fantômes ont un fonctionnement mixte : leur trajectoire est à la fois régie par le modèle à représentation véhiculaire (ce qui ne pose pas de problème spécifique) et le modèle représentant le flux (en changeant de vitesse lorsqu'ils rencontrent une onde de choc). Toutefois, leur rôle

diffère en amont et en aval. Nous allons donc détailler leur fonctionnement en fonction de l'interface.

On notera que lorsque le premier véhicule de la zone véhiculaire atteint l'interface véhicule/flux, il devient le nouveau véhicule fantôme aval (l'ancien disparaissant alors). Inversement, lorsque le véhicule fantôme amont entre dans la zone véhiculaire, un nouveau véhicule fantôme est créé en amont. Il se pose alors la question de savoir comment positionner ce véhicule. Pour y répondre, il suffit de remarquer que ce véhicule correspond au prochain véhicule devant entrer dans la zone véhiculaire. Sa position est donc celle qui vérifie que l'intégrale de la concentration entre cette position et l'interface flux/véhicule vaut 1 (en tenant compte des éventuelles différences de la valeur de la concentration).

#### IV.1.2.b.(ii) Interface flux/véhicule

Nous allons présenter la façon dont l'information traverse l'interface flux/véhicule. Il nous faut distinguer deux cas en fonction du sens de propagation de cette information.

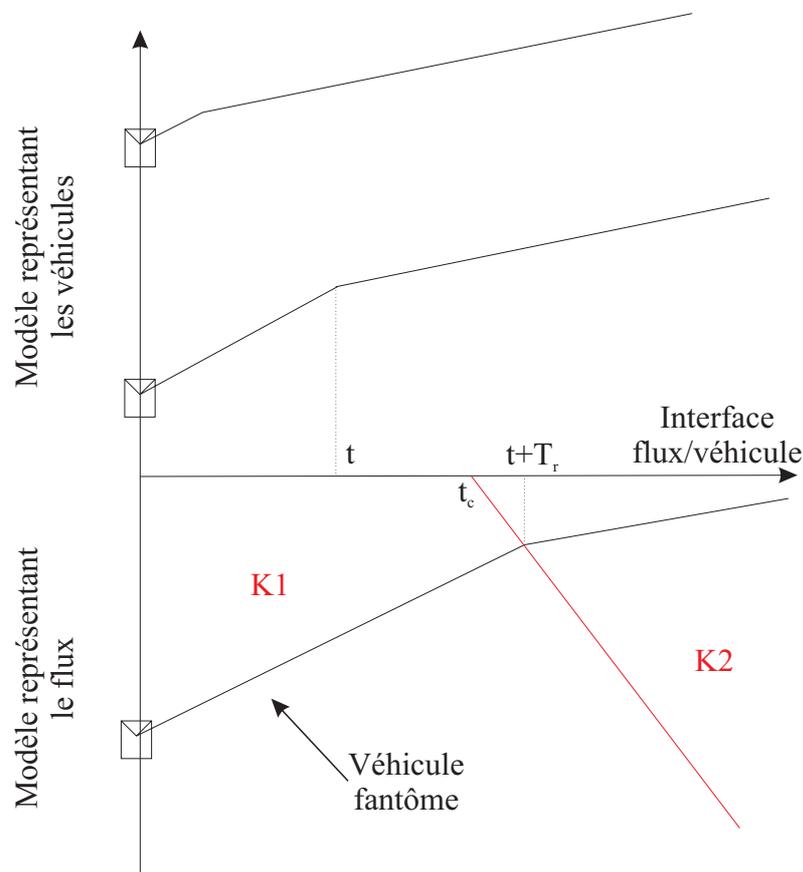


Figure IV-2: Propagation d'une information dans le sens amont à l'interface flux/véhicule

Dans le cas d'une information se propageant du modèle à représentation véhiculaire vers le modèle représentant le flux, le véhicule fantôme permet très facilement de déterminer à quel instant une onde de choc doit être créée dans le modèle représentant le flux. En effet, lorsque le dernier véhicule de la zone véhiculaire change de vitesse à un

instant  $t$ , le véhicule fantôme réagit en prévoyant de changer de vitesse à l'instant  $t+T_r$ , comme le montre la Figure IV-2 (il s'agit là de la simple application du modèle à représentation véhiculaire). Il suffit alors de calculer à  $t$  la position future du véhicule fantôme à  $t+T_r$ . Si, lors de ce changement de vitesse, le véhicule fantôme n'a pas franchi l'interface, une onde de choc doit être créée à l'instant  $t_c$  correspondant à l'intersection entre l'onde de choc à laquelle doit répondre le véhicule fantôme et l'interface. La concentration  $K2$  est alors la concentration correspondant à la nouvelle vitesse d'équilibre du véhicule fantôme.

Si l'information se propage du modèle représentant le flux vers le modèle représentant les véhicules, la transmission de l'information est plus complexe. En effet, il convient de remarquer que ce cas n'est possible que si une onde de choc se situe en aval du véhicule fantôme (les véhicules ayant toujours une vitesse supérieure à celle des ondes de choc), ce qui signifie que cette onde de choc est déjà présente lors de la création du véhicule fantôme amont. Il est donc nécessaire de calculer dès la création du véhicule fantôme à l'instant  $t$  les interactions futures entre ce véhicule et les ondes de choc qui se situent en aval, comme le montre la Figure IV-3. Ainsi, on crée des événements de changement de vitesse du véhicule fantôme qui vont lui permettre de réagir aux ondes de choc provenant du modèle représentant le flux lorsqu'il aura franchi l'interface.

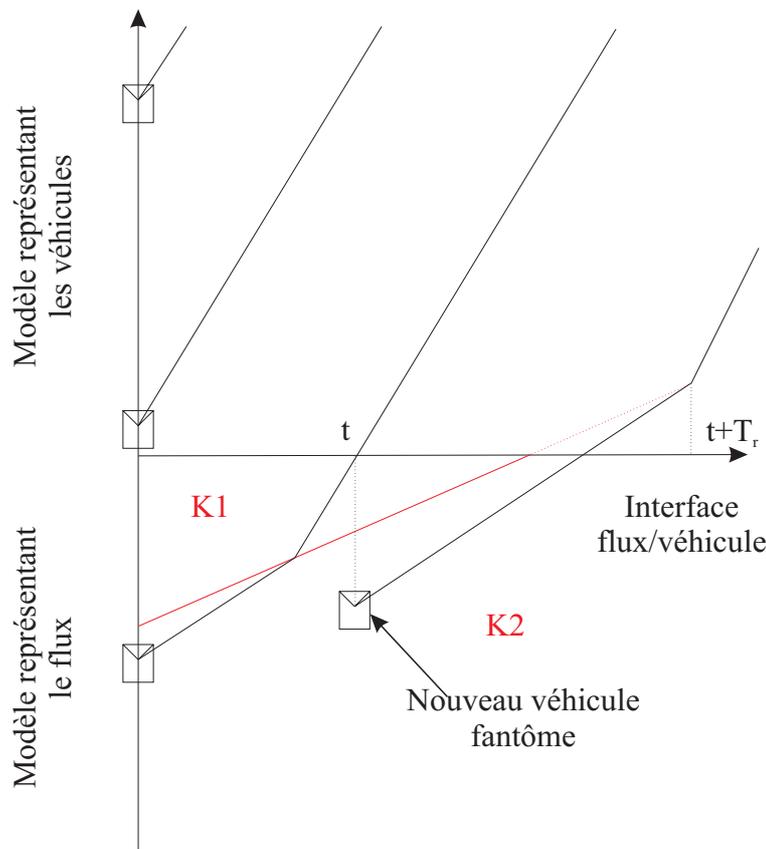


Figure IV-3: Propagation d'une information dans le sens aval à l'interface flux/véhicule

#### IV.1.2.b.(iii) Interface véhicule/flux

Comme précédemment, les méthodes de transmission de l'information à l'interface véhicule/flux dépendent du sens de propagation.

Si une onde de choc se propage du flux vers les véhicules, le véhicule fantôme aval permet de transmettre cette information au premier véhicule de la zone où s'applique le modèle à représentation véhiculaire. En effet, comme le véhicule fantôme change de vitesse en rencontrant l'onde de choc à l'instant  $t$ , le véhicule suivant changera de vitesse à  $t+T_r$ , comme le montre la Figure IV-4.

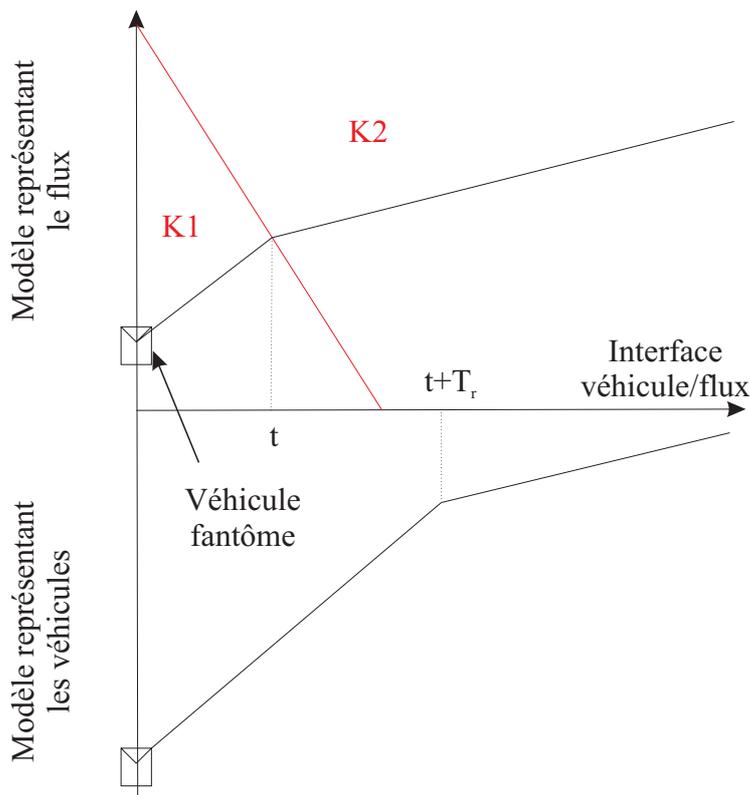


Figure IV-4: Propagation d'une information dans le sens amont à l'interface véhicule/flux

Si l'information se propage vers l'aval, le véhicule fantôme n'intervient pas directement. En effet, comme les véhicules vont plus vite que les ondes de choc, le véhicule fantôme ne peut pas être concerné par une information provenant de l'amont. Ainsi, lorsque le premier véhicule de la zone véhiculaire change de vitesse à  $t$ , il faut vérifier si le changement de vitesse du véhicule suivant à  $t+T_r$  aura lieu avant ou après sa sortie de la zone véhiculaire. Dans ce dernier cas, il est nécessaire de créer une onde de choc dans le modèle représentant le flux à l'instant  $t_c$ , comme le montre la Figure IV-5.

Ces différentes procédures permettent aux modèles couplés d'échanger de l'information quel que soit son sens de propagation et l'état du trafic. Nous les avons volontairement décrites pour des cas très simples où seule une information se propage à la

fois. Toutefois, elles restent valables pour des cas plus complexes où plusieurs informations se propagent aux interfaces.

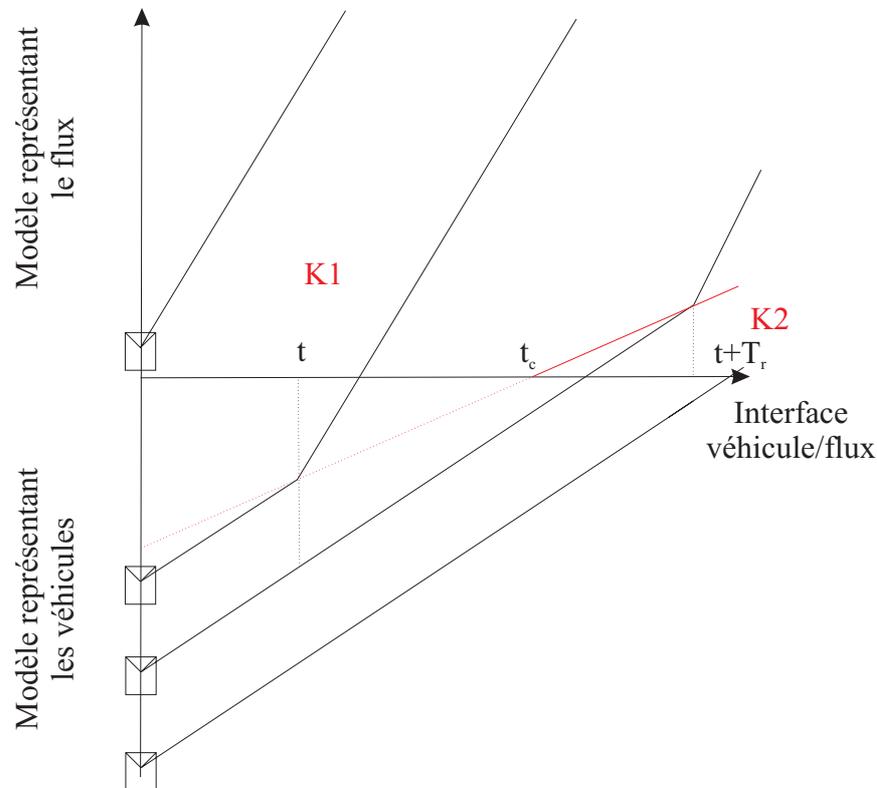


Figure IV-5: Propagation d'une information dans le sens aval à l'interface véhicule/flux

### IV.1.3 Validation

Une fois le schéma de couplage défini, il se pose la question de sa validation. Nous allons appliquer la méthode proposée dans le chapitre III qui se compose de deux étapes :

- la comparaison des modèles couplés ;
- l'analyse des propriétés du schéma de couplage.

L'objectif est de montrer que le schéma de couplage respecte les propriétés fondamentales que nous avons définies, à savoir :

- la conservation des véhicules ;
- la propagation correcte de l'information.

En ce qui concerne la comparaison des modèles couplés, on peut remarquer que les trajectoires de véhicules calculées par le modèle à représentation véhiculaire sont strictement identiques à celles que l'on obtiendrait avec le modèle représentant le flux. L'information se propage donc de façon identique dans les deux modèles. Ainsi, dans l'analyse des résultats du modèle hybride, toute modification de l'information à travers les interfaces ne pourra être due qu'au schéma de couplage.

En ce qui concerne le schéma de couplage, on peut d'ores et déjà noter qu'il vérifie la propriété de conservation des véhicules car les débits en amont et en aval des interfaces sont identiques. Il reste donc à étudier la transmission de l'information dans le cas d'une information se propageant vers l'amont et dans le cas d'une information se propageant vers l'aval.

L'étude des résultats numériques fournis par le modèle dans diverses situations (que nous avons préconisée dans le chapitre III) est toutefois inutile. En effet, il apparaît très clairement que le schéma de couplage permet de transmettre l'information sur les ondes de choc sans la modifier. Il s'agit là d'une conséquence directe de la proximité entre les modèles couplés.

Afin d'illustrer le fonctionnement de ce modèle et de montrer comment se propage une onde de choc, nous avons représenté sur la Figure IV-6 les résultats obtenus dans deux situations classiques. La première correspond à un état stationnaire de concentration  $K1$ . La seconde correspond à une congestion qui se propage vers l'amont. Il apparaît très nettement que l'onde de choc entre les états  $K1$  et  $K2$  se propage à travers les interfaces flux/véhicule et véhicule/flux sans aucune modification. On aurait obtenu le même type de résultat avec une onde de choc se propageant vers l'aval, et ce quel que soit l'état du trafic.

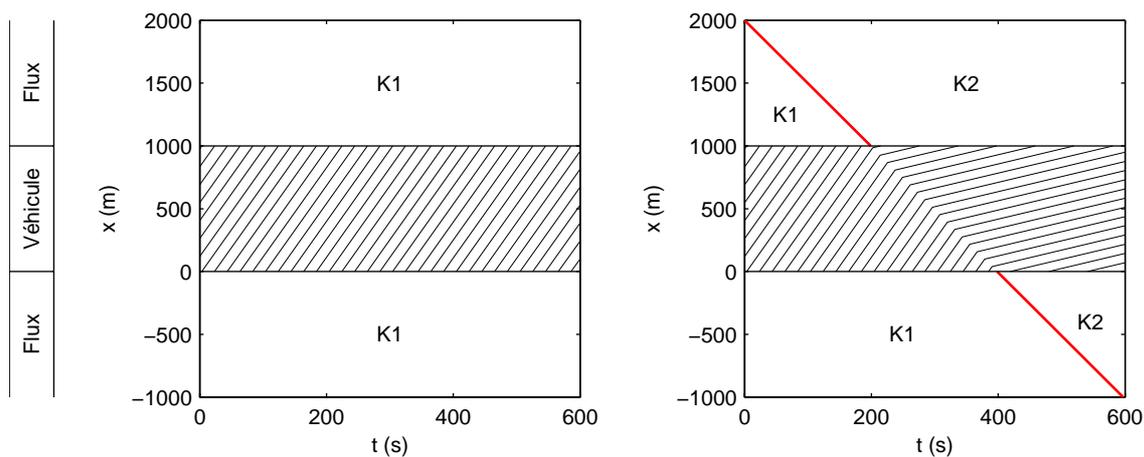


Figure IV-6: Résultats du modèle hybride homogène dans le cas d'une situation stationnaire (figure de gauche) et d'une remontée de congestion (figure de droite) ; un véhicule sur vingt est représenté

Ce modèle hybride est donc idéal dans le sens où l'information se propage à travers les interfaces sans être modifiée.

#### IV.1.4 Difficultés d'extensions

Le schéma de couplage étant validé dans le cas d'un modèle hybride homogène, nous proposons de voir dans quelles mesure il est possible de rendre hétérogène le modèle hybride obtenu. Nous allons explorer deux voies possibles d'extension : l'introduction d'aspects stochastiques dans la zone véhiculaire et la modification de la loi de comportement du modèle représentant les véhicules.

#### *IV.1.4.a Introduction d'aspects stochastiques*

Nous avons montré dans le chapitre II que les modèles représentant les véhicules permettent de prendre en compte l'aspect stochastique du trafic en reproduisant l'aléa qui caractérise certaines variables. C'est une des raisons qui justifie le développement des modèles hybrides, comme nous l'avons souligné dans le chapitre III.

Nous allons donc voir comment il est possible d'introduire des distributions au sein de la zone véhiculaire dans le modèle hybride homogène développé précédemment, et quels en sont les effets sur le schéma de couplage.

##### *IV.1.4.a.(i) Choix des variables à distribuer*

Il se pose tout d'abord la question de savoir quelles variables distribuer. Nous avons vu dans le chapitre II qu'il était classique de distribuer les intervalles entre les arrivées consécutives de véhicules ainsi que leur vitesse libre. Dans le modèle à représentation véhiculaire que nous avons choisi, il est impossible de distribuer les vitesses libres des véhicules. En effet, si pour un même état de trafic, les véhicules adoptent des vitesses différentes, ils risquent de rentrer en collision car ils ne réagissent qu'aux changements de vitesse du véhicule précédent. Il n'y a pas de processus d'adaptation de la vitesse en fonction de l'espacement et du différentiel de vitesse comme dans les modèles de voiture-suiveuse classiques. Nous nous limiterons donc à l'introduction d'une distribution des intervalles entre véhicules dans le processus de génération.

Celle-ci nécessite de modifier le modèle à représentation véhiculaire. En effet, ce modèle est fondé sur le calcul du temps  $T_r$  mis par une perturbation pour se propager entre deux véhicules. En introduisant une distribution des intervalles, les véhicules ne sont plus espacés uniformément. Ainsi, pour que ce temps correspondent toujours au temps mis par une perturbation pour se propager d'un véhicule à l'autre, nous avons modifié son calcul afin de tenir compte de l'espacement réel entre les deux véhicules (qui est dans ce cas différent de l'inverse de la concentration).

Avant de développer la méthode d'introduction de cette distribution dans le schéma de couplage, il est important de remarquer que cette distribution se propagera à travers le réseau sans être modifiée. Nous avons montré dans le chapitre II que les distributions d'intervalle introduites à la génération des véhicules dans un modèle à représentation véhiculaire pouvaient subir de fortes modifications lors de la progression des véhicules sur le réseau. Dans notre cas, comme tous les véhicules ont des trajectoires parallèles les unes aux autres, une distribution introduite en entrée se propagera sans se déformer. L'introduction d'une distribution des vitesses libres n'est donc pas nécessaire pour propager correctement cette distribution.

##### *IV.1.4.a.(ii) Modification du schéma de couplage*

Dans le modèle homogène, les véhicules sont générés à l'interface flux/véhicule de telle sorte que l'intervalle entre deux générations soit égal à l'inverse du débit imposé par le modèle représentant le flux. Pour introduire une distribution des intervalles, il suffit à

chaque génération de véhicule de tirer de façon aléatoire l'intervalle de temps jusqu'à la prochaine génération dans la distribution d'intervalles.

Pour imposer cet intervalle, il est nécessaire de modifier la procédure de création du véhicule fantôme à l'interface flux/véhicule afin que celui-ci atteigne l'interface au bon moment. Sa position est celle qui vérifie que l'intégrale de la concentration entre cette position et l'interface flux/véhicule vaut le débit imposé en amont par le modèle représentant le flux fois la valeur de l'intervalle tirée aléatoirement, et non pas 1 comme précédemment.

On notera que quelle que soit la distribution utilisée, il faut imposer que sa moyenne soit égale à l'inverse du débit afin que le nombre de véhicules créés soit en moyenne égal à l'intégrale du débit amont à l'interface. Il s'agit là du problème de conservation des véhicules que nous allons traiter dans la partie suivante.

#### IV.1.4.a.(iii) Limites de la modélisation

Pour qu'un modèle hybride soit valide, rappelons que les deux propriétés fondamentales sont la conservation des véhicules et la propagation correcte de l'information aux interfaces.

En ce qui concerne la propagation de l'information, celle-ci n'est pas influencée par l'introduction d'une distribution. Le modèle à représentation véhiculaire a été modifié afin que l'information se propage toujours de façon identique dans ce modèle et dans la résolution continue en espace-temps. La distribution des intervalles ne remet donc pas en cause les capacités de transmission de l'information du schéma de couplage.

Si on reprend les exemples précédents en introduisant une distribution d'Erlang sur les intervalles à la génération des véhicules, les résultats fournis par le modèle hybride hétérogène montrent bien que l'introduction d'une distribution sur les intervalles ne modifie pas les propriétés de propagation de l'information aux interfaces : les ondes de choc se propagent toujours sans se déformer (cf. Figure IV-7).

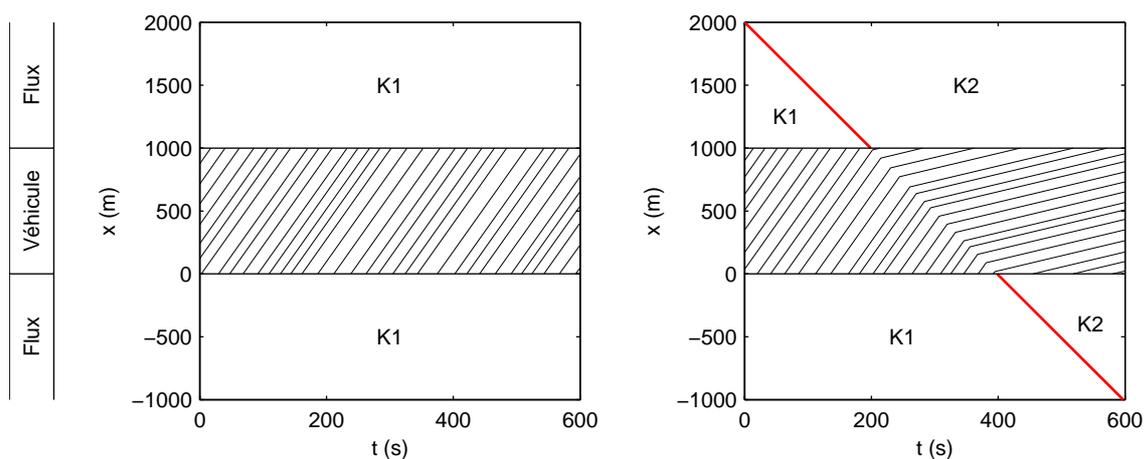


Figure IV-7: Résultats du modèle hybride hétérogène dans le cas d'une situation stationnaire (figure de gauche) et d'une remontée de congestion (figure de droite) ; un véhicule sur vingt est représenté

En revanche, l'introduction d'une distribution des intervalles modifie les propriétés de conservation des véhicules du modèle hybride. Dans le cas homogène, la conservation est vérifiée de fait car les débits en aval et en amont de l'interface sont identiques. Ceci n'est plus vrai dès lors que l'on distribue les intervalles. Dans ce cas, même en imposant que la moyenne de la distribution soit égale à l'inverse du débit, le nombre de véhicules générés pendant une période de temps en aval de l'interface n'a aucune raison d'être égal à l'intégrale du débit en amont. En effet, la moyenne d'un nombre  $n$  de valeurs tirées dans une distribution peut être différente de la moyenne de cette distribution, et ce d'autant plus que  $n$  est petit.

Ainsi, si on peut supposer que pour un temps relativement grand, le nombre de véhicules générés sera proche de l'intégrale du débit (et donc que le modèle peut être considéré conservatif globalement), cette conservation des véhicules n'est plus vraie localement, à des échelles de temps plus réduites.

Il se pose alors la question de savoir comment définir et assurer cette conservation des véhicules au niveau local. Aucune des solutions que nous avons explorées n'a permis d'aboutir à une solution satisfaisante.

Ainsi, s'il est possible de modifier le schéma de couplage afin d'intégrer une distribution des intervalles à la génération des véhicules, le modèle hybride obtenu ne vérifie pas la propriété fondamentale de conservation des véhicules, et il semble très difficile de l'améliorer.

#### ***IV.1.4.b Modification de la loi de comportement du modèle représentant les véhicules***

Une seconde possibilité d'extension du modèle hybride homogène est de modifier la loi de comportement du modèle représentant les véhicules. En effet, le modèle à représentation véhiculaire que nous avons choisi ici est très singulier. Il est donc relativement difficile de l'utiliser en pratique en adaptant les outils existants pour ce type de modèle, comme l'acceptation de créneaux à une intersection par exemple. Afin d'étendre les possibilités d'application du modèle hybride, nous proposons de coupler la résolution continue en espace-temps de LWR avec un modèle de voiture-suiveuse plus classique (type GHR) fondé sur une équation du type :

$$\ddot{x}_{i+1}(t+T_r) = f(x_i(t), x_{i+1}(t), \dot{x}_i(t), \dot{x}_{i+1}(t))$$

On se heurte alors à une difficulté liée à la spécificité du schéma de couplage proposé. Celui-ci repose sur l'échange d'une information commune aux deux modèles couplés, à savoir les ondes de choc. Or, une telle information est absente dans les modèles de voiture-suiveuse classiques. Il est donc impossible d'utiliser le schéma de couplage présenté précédemment.

En outre, il apparaît relativement difficile de construire un nouveau schéma permettant de coupler la résolution continue en espace-temps et un modèle de voiture-suiveuse classique. En effet, le modèle représentant le flux impose des changements instantanés de l'état du trafic, tandis que dans le modèle à représentation véhiculaire, les véhicules changent de vitesse de façon progressive. Nous avons tenté d'illustrer cette différence sur la Figure IV-8 dans le cas d'une congestion se propageant vers l'amont.

Comment peut-on transmettre à l'interface véhicule/flux une onde de choc à un véhicule ? Inversement, comment une modification progressive de la vitesse du dernier véhicule à l'interface flux/véhicule peut-elle donner naissance à une onde de choc ?

Les tentatives que nous avons entreprises pour répondre à ces questions ne nous ont pas permis de déboucher sur des solutions satisfaisantes. Il semble donc relativement difficile de coupler ces deux types de modèle.

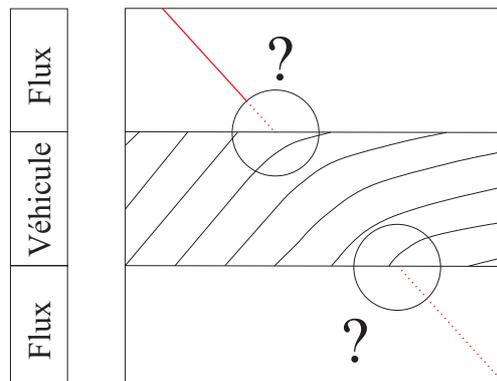


Figure IV-8 : Difficultés de couplage entre la résolution continue en espace-temps du modèle LWR et un modèle classique de voiture-suiveuse

#### IV.1.4.c Conclusion

Il apparaît dans cette partie que les possibilités d'extension du modèle hybride homogène présenté sont assez limitées. D'une part, l'introduction des aspects stochastiques engendre des difficultés dans la vérification de la propriété de conservation des véhicules. D'autre part, il semble impossible de coupler le modèle de résolution continue en espace-temps de LWR avec un modèle à représentation véhiculaire classique.

#### IV.1.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté un modèle hybride homogène idéal dans le sens où l'information se propage à travers les interfaces sans se déformer. La raison principale est que nous avons choisi de coupler des modèles qui sont très proches l'un de l'autre, fondés sur une information du même type. Ce modèle est très intéressant d'un point de vue théorique car il montre que dans le cas où seule la représentation du trafic est différente, il est possible de construire un modèle hybride répondant parfaitement aux propriétés fondamentales que nous avons définies dans le chapitre III.

Toutefois, ce modèle ne présente pas un grand intérêt applicatif. Que l'on utilise le modèle représentant le flux ou celui représentant les véhicules, l'écoulement sera modélisé de façon identique car les deux modèles sont fondés sur la même loi de comportement. Seule la façon de représenter l'écoulement diffère. Afin d'accroître le potentiel applicatif de ce modèle hybride, il est nécessaire de l'étendre à des cas hétérogènes permettant de modéliser différemment certains éléments singuliers d'un réseau. Or, ceci semble très difficile : les deux tentatives que nous avons décrites montrent que la spécificité des

modèles couplés pose problème pour introduire des distributions ou pour modifier la loi de comportement du modèle représentant les véhicules.

Il est donc nécessaire d'adopter une approche plus pragmatique en construisant un modèle hybride « moins idéal » sous sa forme homogène mais offrant davantage de possibilités d'extensions.

## **IV.2 Un modèle hybride homogène fondé sur une discrétisation spatio-temporelle de LWR**

Dans la partie précédente, nous avons montré que le choix de la résolution continue en espace-temps du modèle LWR restreint les possibilités d'extension du modèle hybride homogène obtenu. Dans cette partie, nous proposons de construire un nouveau modèle hybride fondé sur une autre résolution du modèle LWR : la discrétisation spatio-temporelle. Notre objectif est d'obtenir un modèle hybride homogène offrant davantage de possibilités d'extensions que celui que nous avons développé précédemment.

Après avoir choisi les modèles à coupler, nous décrirons le schéma de couplage proposé. Ensuite, nous le validerons à partir des critères que nous avons défini dans le chapitre III. Enfin, nous présenterons différentes possibilités d'extension de ce modèle.

Le schéma de couplage proposé dans cette partie a été publié dans [Bourrel et Lesort, 2003].

### **IV.2.1 Les modèles à coupler**

#### *IV.2.1.a Choix des modèles*

Pour le modèle représentant le flux, nous choisissons le modèle STRADA, discrétisation spatio-temporelle de LWR présentée dans le chapitre II. Il reste alors à choisir le modèle à représentation véhiculaire.

Notre objectif étant de réaliser un modèle hybride homogène, il nous faut choisir un modèle fondé sur la même loi de comportement que le modèle représentant le flux. Dans le chapitre II, nous avons présenté trois modèles à représentation véhiculaire fondés sur le modèle LWR : le modèle à vitesse optimale (ou modèle de Newell), le modèle de Del Castillo et le modèle de propagation modifié. Nous avons montré dans la partie précédente que le modèle de propagation modifié est très particulier, ce qui limite les possibilités applicatives du modèle hybride obtenu. Le modèle de Del Castillo présente un certain nombre de défauts ; notamment, la vitesse des véhicules peut être négative. Nous choisissons donc le modèle à vitesse optimale.

#### *IV.2.1.b Rappels sur leur fonctionnement*

Avant de présenter le schéma de couplage entre le modèle représentant le flux et le modèle à représentation véhiculaire, nous allons faire un bref rappel sur le fonctionnement de ces deux modèles.

La discrétisation spatio-temporelle de LWR est fondée sur le découpage d'un tronçon de route en cellules de longueur  $\Delta x$ . De la même façon, le temps est discrétisé en

utilisant un pas de temps noté  $\Delta t$ . La concentration est supposée homogène sur chaque cellule, et sa valeur est calculée par pas de temps successifs en supposant le débit aux interfaces entre cellules constant pour un pas de temps. Ce débit est calculé à partir des fonctions d'offre et de demande qui représentent respectivement le nombre de véhicules qui peuvent entrer dans une cellule et le nombre de véhicules qui veulent en sortir.

Le modèle à vitesse optimale est un modèle de voiture-suiveuse fondé sur une équation du type :

$$\dot{x}_{i+1}(t + \Delta t) = V_e \left( \frac{1}{x_i(t) - x_{i+1}(t)} \right)$$

$V_e$  étant le diagramme fondamental du modèle,  $\Delta t$  le pas de temps.

Pour différencier le pas de temps du modèle de flux de celui du modèle à représentation véhiculaire, nous noterons  $\Delta t_F$  le premier,  $\Delta t_V$  le second.

Rappelons que, pour se placer dans le cas homogène, il faut que les deux modèles aient le même diagramme fondamental.

### IV.2.2 Le schéma de couplage

Bien que les modèles à coupler aient la même loi de comportement, l'information qui circule dans chaque modèle n'est pas de même nature. Il est donc nécessaire, contrairement au cas précédent, que le schéma de couplage traduise l'information aux interfaces, ce qui peut être source d'erreur : l'information sur le flux doit être désagrégée au niveau des véhicules, et inversement l'information sur les véhicules doit être agrégée au niveau du flux.

Nous proposons de construire un schéma de couplage en ayant comme objectif de minimiser ces erreurs. Dans un premier temps, nous allons décrire les principales notions sur lesquelles le schéma est fondé ainsi que son principe général de transmission de l'information que nous décomposerons en quatre étapes. Dans un deuxième temps, nous détaillerons son fonctionnement au droit des interfaces pour chacune de ces étapes.

#### IV.2.2.a Fonctionnement général du schéma de couplage

##### IV.2.2.a.(i) La différence de pas de temps

Dans les deux modèles à coupler, le temps est discrétisé. L'objectif étant de décrire l'écoulement de façon plus précise avec le modèle à représentation véhiculaire, les pas de temps vérifient :  $\Delta t_V < \Delta t_F$ . Il se pose alors un problème identique à celui que nous avons présenté dans le chapitre III : l'échange d'information entre les modèles n'est possible que s'il existe des instants pour lesquels les deux modèles connaissent l'état du système de façon simultanée. Nous choisissons d'adopter la même solution que celle proposée dans [Magne et al., 2000] et dans [Poschinger et al., 2002] qui est d'imposer :  $\Delta t_F = N \Delta t_V$ ,  $N \in \mathbb{N}$ . Ceci permet aux deux modèles d'échanger de l'information au niveau des interfaces à chaque pas de temps du modèle de flux, comme le montre la Figure IV-9.

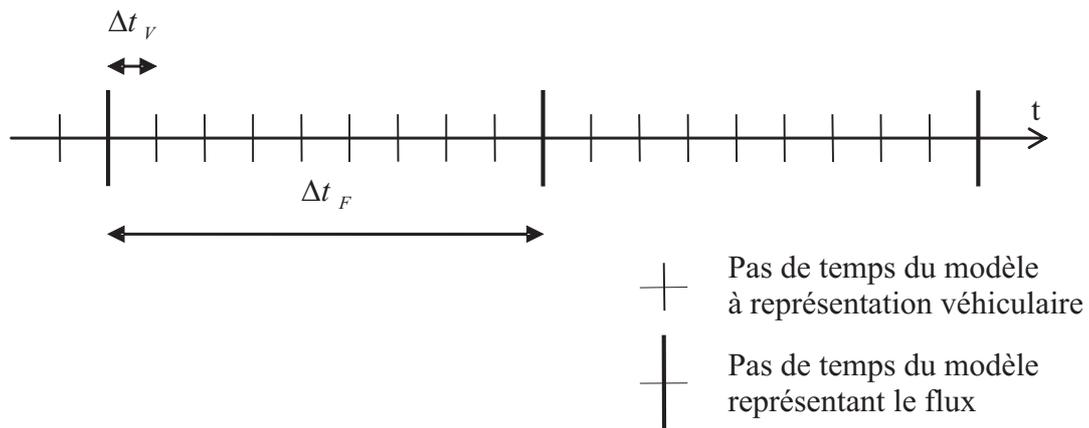


Figure IV-9: Découpage en pas de temps suivant le type de représentation du modèle

#### IV.2.2.a.(ii) Introduction des cellules de transition

Au droit des interfaces, les deux modèles doivent échanger de l'information, l'objectif étant que chaque modèle dispose de conditions aux limites satisfaisantes. Ainsi, le modèle à représentation véhiculaire doit fournir au modèle représentant le flux :

- l'offre en aval de l'interface flux/véhicule ;
- la demande en amont de l'interface véhicule/flux.

Inversement, le modèle représentant le flux doit fournir au modèle à représentation véhiculaire :

- les instants de génération des véhicules à l'interface flux/véhicule ;
- la trajectoire du premier véhicule en amont de l'interface véhicule/flux.

Dans le cas relativement particulier du modèle hybride développé dans la première partie de ce chapitre, cet échange d'information s'effectue de façon ponctuelle au droit des interfaces. Les raisons pour lesquelles cet échange ponctuel de l'information est possible sont : la résolution par évènements discrets (qui permet de traiter l'information dès son arrivée à une interface) et la proximité entre les deux modèles couplés (l'information qui se propage dans les modèles est de même nature).

Dans le cas présent, il est relativement difficile d'établir un schéma de couplage ponctuel. Aucune tentative menée dans ce sens n'a permis de déboucher sur un schéma de couplage satisfaisant. Les difficultés rencontrées sont multiples : estimation du débit aux interfaces à partir des trajectoires des véhicules, définition de l'offre à l'interface flux/véhicule, ... Nous nous sommes donc orientés vers un schéma de couplage plus « progressif » en introduisant une cellule de transition à chaque interface, comme le montre la Figure IV-10. La spécificité de ces cellules est que les deux modèles d'écoulement co-existent : le trafic est à la fois représenté sous la forme de véhicules individuels et sous la forme d'un flux, ce dernier étant obtenu par agrégation des données véhiculaires. L'objectif de cette double représentation est de permettre une transmission progressive de l'information d'un modèle vers l'autre. Ce type d'interface est également proposé dans le modèle MICMAC et le modèle de Poschinger.

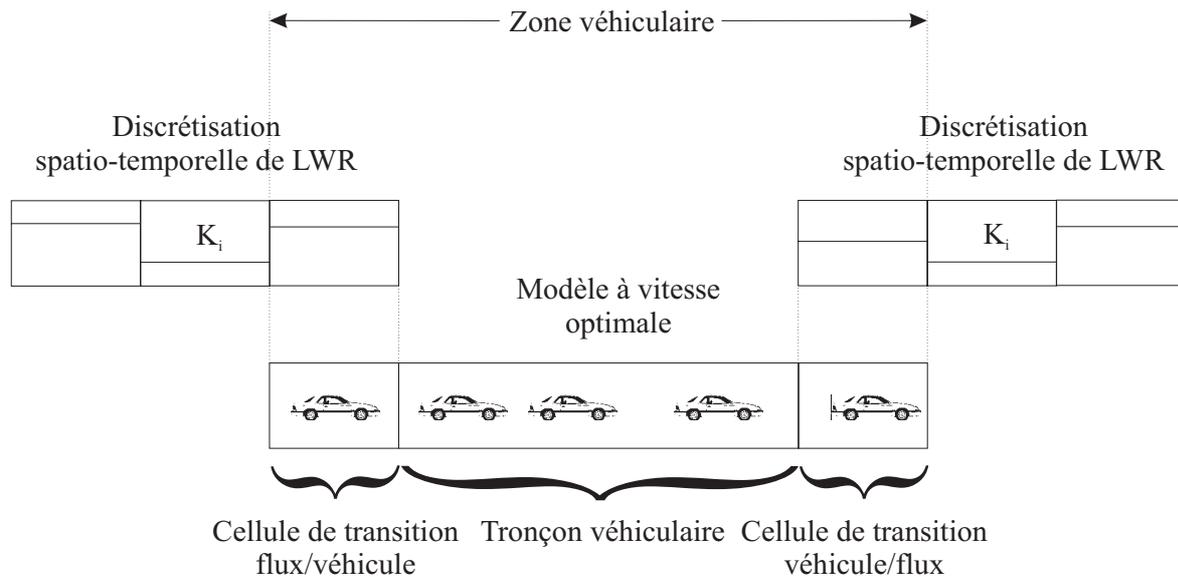


Figure IV-10: Emplacement des zones de transition

Dans ces cellules de transition, on pourra si nécessaire donner aux véhicules des trajectoires ne respectant pas le modèle à vitesse optimale, voire créer des particules de flux ou pseudo-véhicules dont la « taille » (en termes de flux) est inférieure à un véhicule (une définition plus précise de la « taille » des véhicules sera donnée dans la suite de ce chapitre). La seule contrainte à respecter est d'avoir sur le tronçon où s'applique le modèle à représentation véhiculaire (noté tronçon véhiculaire sur la Figure IV-10) des trajectoires de véhicules entiers qui obéissent à ce modèle. Les véhicules présents sur les cellules de transition ne sont là que dans un but de transmission de conditions aux limites, et non de modélisation par le modèle à représentation véhiculaire de cette zone du réseau.

On peut alors s'interroger sur la façon d'interpréter les résultats fournis par ces cellules. En effet, on dispose de deux indications différentes concernant le même écoulement : une vision individualisée sous forme de trajectoires et une vision agrégée sous forme de flux. Toutefois, aucune ne correspond exactement aux modèles couplés : les trajectoires sur les cellules de transition risquent d'être modifiées par le schéma de couplage et les variables agrégées sont issues d'une agrégation des données véhiculaires. Nous faisons le choix de prendre comme variables décrivant l'écoulement sur ces cellules les variables de flux (concentration, débit) car elles permettent d'agréger les modifications imposées par le schéma de couplage au niveau des trajectoires.

On ne détaillera pas davantage le fonctionnement de ces cellules de transition : celui-ci sera abordé dans la suite de ce chapitre. On retiendra uniquement qu'elles permettent de fournir à chaque modèle des conditions aux limites satisfaisantes, et qu'en ce sens elles constituent le cœur du schéma de couplage.

Il est intéressant de noter que l'on retrouve ici des similitudes assez fortes avec les modèles hybrides développés en mécanique des fluides que nous avons présentés dans le chapitre I. En effet, le modèle hybride proposé dans [Hadjiconstantinou et Patera, 1997] permet de coupler ponctuellement les modèles, mais au prix d'une certaine rigidité qui en

restreint les possibilités applicatives, comme c'est le cas pour le modèle hybride développé dans la première partie de ce chapitre. Les autres modèles hybrides proposés dans cette discipline reposent sur l'utilisation de zones de transition car elles autorisent davantage de souplesse dans la transmission de l'information.

*IV.2.2.a.(iii) Principe général d'échange des conditions aux limites aux interfaces*

Soit  $t$  un instant pour lequel l'état du système (concentration des cellules où s'applique le modèle représentant le flux, position et vitesse des véhicules sur la zone véhiculaire<sup>40</sup>) est connu. Les modèles à coupler étant discrets en temps, le problème est de déterminer l'état du système à  $t + \Delta t_F$  (car  $\Delta t_F = N\Delta t_V$ ,  $N \in \mathbb{N}$ ).

Nous allons développer deux méthodes de couplage. La première sera présentée rapidement car elle conduit à des incohérences dans le modèle ; seule la seconde sera retenue par la suite.

Nous avons représenté sur la Figure IV-11 les différents éléments qui interviennent dans le fonctionnement de ces schémas de couplage afin de mieux les situer.

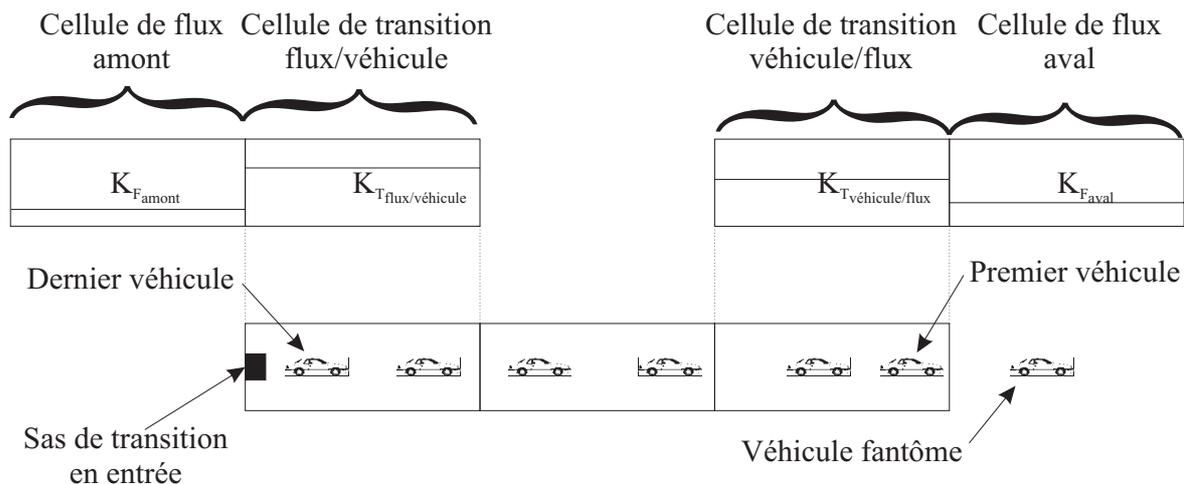


Figure IV-11: Eléments introduits par le schéma de couplage

**Débits imposés par le modèle représentant le flux**

La solution qui semble la plus évidente est d'utiliser la concentration des cellules de transition à l'instant  $t$  pour calculer l'offre de la cellule de transition flux/véhicule et la demande de la cellule de transition véhicule/flux de  $t$  à  $t + \Delta t_F$ . Ceci résout le problème des conditions aux limites pour le modèle représentant le flux et permet de calculer les débits aux interfaces entre les cellules de transition et les cellules adjacentes où s'applique le modèle de flux.

<sup>40</sup> On appelle zone véhiculaire l'ensemble de la zone représentée par le modèle à représentation véhiculaire et des deux cellules de transition, comme le montre la Figure IV-10.

Une fois ces débits calculés, il faut les imposer à la zone véhiculaire pour résoudre le problème inverse (transmission des conditions aux limites au modèle à représentation véhiculaire), comme le montre la Figure IV-12.

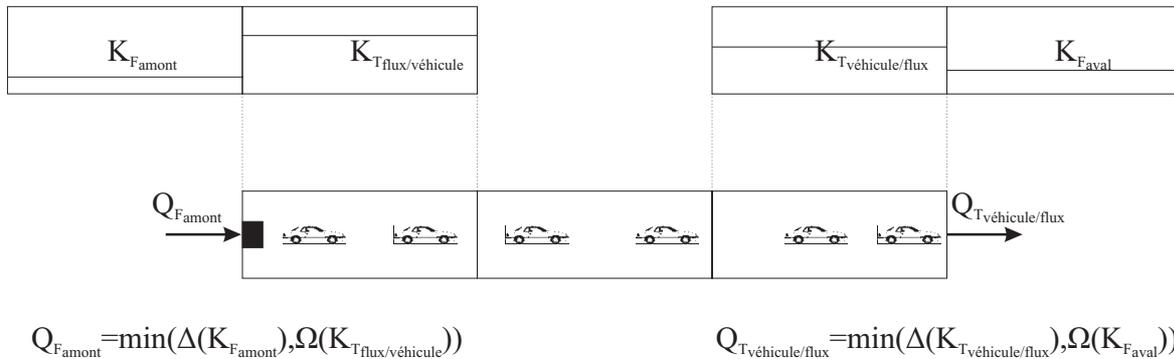


Figure IV-12: Le modèle de flux impose les débits en entrée et en sortie de la zone véhiculaire

Toutefois, cette solution n'est pas satisfaisante car elle peut être la source de nombreuses erreurs. En particulier, si les véhicules ne sont pas répartis de manière uniforme sur les cellules de transition (et il n'y a aucune raison pour que ce soit le cas), l'offre et la demande ainsi calculées seront différentes de l'offre et de la demande réelle de la zone véhiculaire. Prenons l'exemple de la Figure IV-13 : le nombre de véhicules qui vont sortir de la cellule pendant un pas de temps de flux dépend de leur position sur celle-ci. Dans le cas où ces véhicules sont uniformément répartis (ce qui correspond à l'hypothèse d'une concentration homogène sur la cellule) ce nombre correspond à la demande calculée par le modèle représentant le flux. En revanche, dans le cas où les véhicules sont positionnés en sortie de cellule (la concentration moyenne de la cellule étant inchangée), si la vitesse du premier véhicule est identique, le nombre de véhicules qui vont sortir pendant un pas de temps de flux va être supérieur à la demande calculée.

On risque donc de surestimer ou de sous-estimer l'offre et la demande ; le débit effectivement réalisé par génération ou sortie des véhicules de la zone véhiculaire sera différent de celui initialement prévu par calcul du minimum de l'offre et de la demande du modèle représentant le flux.

Ce problème est d'autant plus gênant qu'il conduit à un fonctionnement non symétrique du modèle. Par exemple, à l'interface flux/véhicule, si l'offre est surestimée, on ne pourra pas créer autant de véhicules que prévu ; le débit réalisé sera alors inférieur au débit prévu initialement. En revanche, si l'offre est sous-estimée et qu'elle contraint le débit, le débit réalisé ne sera pas supérieur au débit prévu. Il en est de même à l'interface véhicule/flux pour la demande.

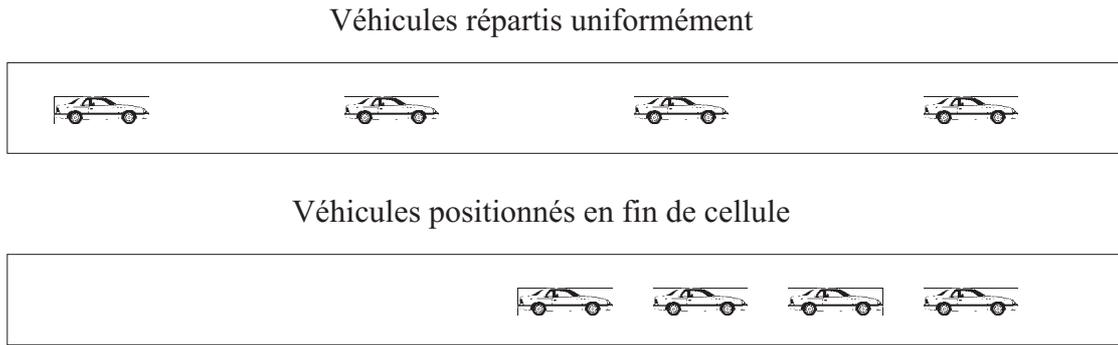


Figure IV-13: Influence de la position des véhicules sur le calcul de la demande

### Offre et demande imposées par le modèle représentant le flux

La deuxième solution est la suivante : au lieu d'imposer à la zone véhiculaire des débits calculés par le modèle représentant le flux à l'instant  $t$ , on lui impose comme conditions aux limites la demande et l'offre du modèle représentant le flux aux extrémités de la zone véhiculaire, comme le montre la Figure IV-14. Les débits seront calculés a posteriori : c'est la progression des véhicules de  $t$  à  $t + \Delta t_F$  avec les contraintes de demande et d'offre du modèle représentant le flux qui donnera l'offre et la demande des cellules de transition. Le principe du schéma de couplage que nous proposons s'articule en quatre temps.

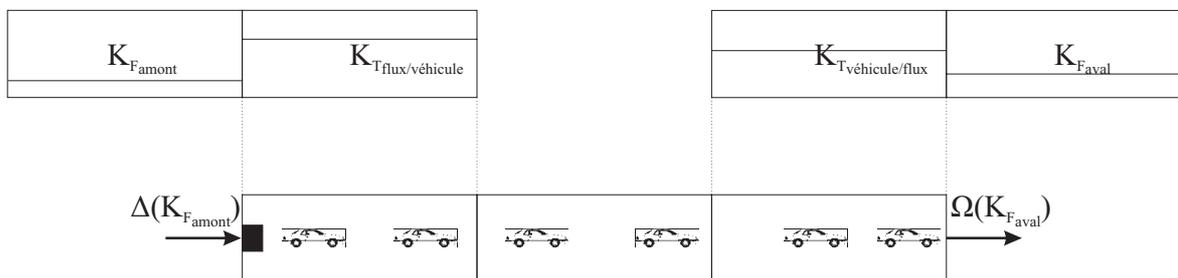


Figure IV-14: Le modèle de flux impose l'offre et la demande en entrée et en sortie de la zone véhiculaire

Etape 1 : dans un premier temps, il s'agit de calculer pour le modèle de flux la demande en amont de la zone véhiculaire (c'est-à-dire le nombre de véhicules qui souhaitent entrer dans la cellule de transition flux/véhicule pendant un pas de temps) et l'offre en aval (c'est-à-dire le nombre de véhicules qui peuvent sortir de cette zone). Il convient de noter qu'il s'agit là de valeurs maximales, et que le débit qui sera finalement réalisé pendant le pas de temps doit être inférieur ou égal à ces valeurs, faute de quoi le comportement du modèle de flux ne serait pas respecté.

Etape 2 : ensuite, on traduit ces contraintes de flux en contraintes véhiculaires pour les cellules de transition à travers la génération des véhicules à l'interface flux/véhicule et la détermination de la trajectoire du premier véhicule à l'interface véhicule/flux<sup>41</sup>. On a

<sup>41</sup> Dans la suite de cette thèse, nous parlerons de « premier véhicule » pour désigner ce véhicule.

ainsi une zone véhiculaire avec des conditions initiales et des conditions aux limites bien définies pour un pas de temps de flux  $\Delta t_F$ .

Etape 3 : l'étape suivante est de faire évoluer toute la zone véhiculaire de  $t$  à  $t + \Delta t_F$  par pas de temps  $\Delta t_V$  successifs, en tenant compte des contraintes aux interfaces. On obtient ainsi la trajectoire de l'ensemble des véhicules de la zone véhiculaire de  $t$  à  $t + \Delta t_F$ .

Etape 4 : dans un dernier temps, on déduit de ces trajectoires la concentration des cellules de transition à  $t + \Delta t_F$  ainsi que les débits réalisés aux interfaces de ces cellules de  $t$  à  $t + \Delta t_F$ . Ces débits servent alors de condition aux limites pour le modèle représentant le flux, ce qui permet de calculer son état à  $t + \Delta t_F$ .

Certaines étapes de cette méthode de couplage méritent d'être détaillées. C'est l'objet des parties IV.2.2.c à IV.2.2.e dans lesquelles nous verrons en particulier comment l'offre et la demande du modèle représentant le flux sont converties en conditions aux limites pour la zone véhiculaire et comment la concentration et les débits sont calculés à partir de la trajectoire des véhicules.

Avant de décrire ces étapes, il nous faut introduire deux notions essentielles qui nous permettront par la suite de répondre au problème du passage d'un flux continu à une vision discrète de ce flux (les véhicules), et inversement : il s'agit de la taille des véhicules et du sas de transition en entrée de la zone véhiculaire.

#### *IV.2.2.a.(iv) La notion de taille des véhicules*

L'introduction des cellules de transition va permettre de résoudre le problème de la transmission des conditions aux limites d'un modèle à l'autre de façon relativement simple. Toutefois, il reste à déterminer comment l'information sur le flux va être « traduite » en une information sur les véhicules, et inversement. Nous avons vu à travers l'étude du modèle de Poschinger que le caractère discret du débit à une interface introduit des oscillations dans le modèle hybride.

C'est la raison pour laquelle nous proposons d'introduire dans le schéma de couplage des tailles non entières de véhicule. L'objectif est d'atténuer les effets du passage d'un flux continu à une vision discrète de ce flux (et inversement) en considérant des véhicules dont la taille est inférieure à un.

On propose ici de reprendre les considérations d'extension spatiale des véhicules introduites dans le calcul de la concentration dans le chapitre III. On suppose qu'un véhicule est porteur d'une certaine concentration dont la valeur est égale à l'inverse de l'espacement entre ce véhicule et le précédent :

$$K(x) = \frac{1}{x_{i-1} - x_i}$$

$x_i$  étant la position du véhicule  $i$  qui vérifie :  $x_i \leq x < x_{i-1}$ .

On définit alors les particules de flux, ou pseudo-véhicules, comme un découpage de l'espacement entre deux véhicules. Ces pseudo-véhicules ont pour taille l'intégrale de la concentration entre deux particules.

Illustrons cette notion sur un exemple simple. Soit deux véhicules notés  $i$  et  $i-1$  espacés de  $s_i = x_{i-1} - x_i$ . Décomposons le véhicule  $i$  en deux particules : une située à la même position que le véhicule, l'autre à une distance  $s$  en aval, comme le montre la Figure IV-15. La taille de la première particule est  $s/s_i$ . La seconde a pour taille :  $1 - s/s_i$ .

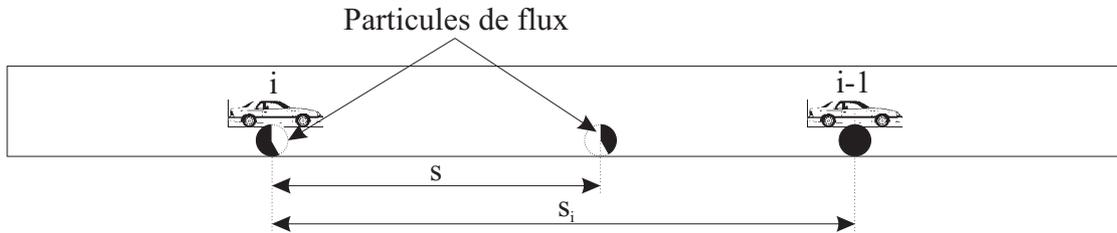


Figure IV-15 : Définition des particules de flux

Il est important de noter que cette décomposition des véhicules en particules de flux est uniquement une représentation symbolique des calculs qui seront menés : aucun véhicule ne sera effectivement décomposé en particules de flux. Cette notion nous permettra uniquement de mieux comprendre la façon de calculer la taille d'un véhicule pour une cellule donnée, c'est à dire la portion de flux qu'il représente sur cette cellule. Tous les véhicules présents dans la zone véhiculaire seront de « vrais » véhicules, et les notions de pseudo-véhicules ne seront utilisées qu'au niveau des cellules de transition afin de mieux estimer les variables agrégées à partir des variables individuelles.

#### IV.2.2.a.(v) Introduction d'un sas de transition

Afin de permettre la génération d'un nombre non-entier de véhicules, nous introduisons un sas de transition en entrée de la cellule de transition flux/véhicule (cf. la Figure IV-11). Ce sas a pour objectif de matérialiser à la fin d'un pas de temps de flux la présence d'une portion de véhicule qui est entrée dans la cellule de transition, mais qui n'est pas suffisante pour générer un véhicule (sa taille étant inférieure à 1). Le fonctionnement de ce sas sera détaillé dans la suite de ce chapitre ; nous retiendrons pour l'instant qu'il existe un sas en entrée permettant de stocker des portions de véhicule.

#### IV.2.2.b Etape 1 : calcul de l'offre et de la demande du modèle représentant le flux

Dans la partie précédente, nous avons défini de façon très générale le schéma de couplage proposé. Dans les parties suivantes, nous allons détailler chacune des étapes de ce schéma.

La première étape consiste à calculer pour le modèle de flux la demande en amont et l'offre en aval de la zone véhiculaire. Comme la concentration des cellules de flux amont et aval est connue à l'instant  $t$ , ce calcul ne pose aucun problème particulier. Cette demande et cette offre sont alors imposées par le modèle représentant le flux à la zone véhiculaire.

### ***IV.2.2.c Etape 2 : traduction de l'offre et de la demande du modèle représentant le flux en conditions aux limites pour la zone véhiculaire***

Dans cette partie, nous allons décrire de façon plus détaillée la façon dont la demande et l'offre imposées par le modèle représentant le flux sont traduites en conditions aux limites pour la zone véhiculaire. Dans cette présentation, nous distinguerons le fonctionnement de l'interface flux/véhicule de celui de l'interface véhicule/flux car les problèmes qui se présentent sont relativement différents selon l'interface considérée.

#### ***IV.2.2.c.(i) Interface flux/véhicule***

A l'interface flux/véhicule, la génération des véhicules doit respecter à la fois la demande imposée par le modèle représentant le flux et les conditions de trafic en aval.

La solution proposée pour imposer la demande calculée par le modèle de flux (notée  $\Delta_{F_{amont}}$ ) est de fixer au début de chaque pas de temps de flux tous les instants de génération de véhicules pour le pas de temps de telle sorte que ces instants correspondent à une réalisation uniforme de cette demande. Ces instants de génération ne sont toutefois que des instants prévus : la génération d'un véhicule doit également dépendre des conditions de trafic en aval.

Dans la suite de cette partie, nous allons détailler le calcul des instants prévus de génération et la procédure de génération des véhicules.

On note  $\tau_i^c$  l'instant de création prévu du véhicule  $i$ ,  $t_i^c$  son instant réel de création (on a évidemment  $t_i^c \geq \tau_i^c$ ).

#### **Prévision des temps de génération des véhicules**

On répartit de façon uniforme les instants prévus de génération  $\tau_i^c$  en définissant un créneau d'injection (intervalle de temps séparant deux générations) égal à l'inverse de la demande :  $CI = 1/\Delta_{F_{amont}}$ .

Rappelons qu'en entrée de cette cellule de transition, il existe un sas de transition qui contient une portion non entière de véhicule qui est entrée dans la cellule au pas de temps précédent (nous verrons en IV.2.2.e.(iii) comment cette portion est calculée). Notons  $N_{sas}$  la taille de cette portion ( $N_{sas} < 1$ ). Le nombre de véhicules qui souhaitent entrer dans la cellule de transition flux/véhicule pendant le pas de temps de flux est :  $N_E = \Delta_{F_{amont}} \times \Delta t_F$ .

Le premier instant de génération est fixé afin de compléter la portion de véhicule déjà entrée dans la cellule. Comme il manque  $1 - N_{sas}$  véhicule, le premier instant de génération est égal à  $(1 - N_{sas}) \times CI$ . Les instants de génération suivants sont espacés de  $CI$ . Le dernier intervalle correspond à la portion non entière de véhicule restant à sortir, notée  $R$  ( $R = N_E - (1 - N_{sas}) - E(N_E - (1 - N_{sas}))$ ),  $E$  étant la fonction partie entière).

Ces différents instants de génération sont illustrés sur la Figure IV-16 (on notera que nous sommes passés à une représentation des trajectoires des véhicules dans le plan  $(x, t)$  pour un pas de temps de flux).

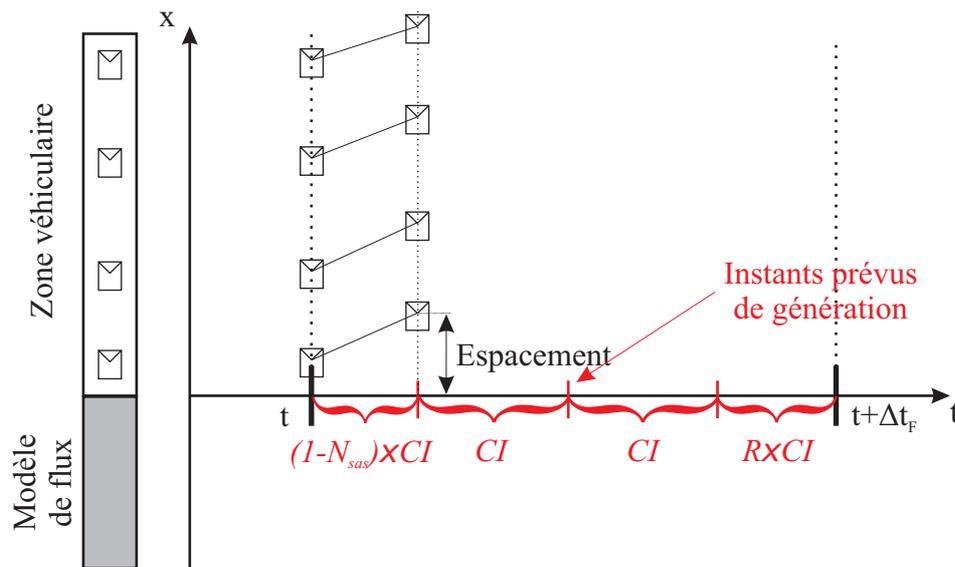


Figure IV-16: Génération des véhicules à l'interface flux/véhicule

### Procédure de génération des véhicules

Il reste alors à déterminer la façon dont vont effectivement être créés les véhicules. En effet, au moment où la génération d'un véhicule est prévue, il n'est pas certain qu'il y ait une place suffisante en entrée de la cellule de transition pour qu'un véhicule soit réellement créé. Il s'agit ici de définir une offre locale de génération des véhicules.

Plusieurs possibilités peuvent être envisagées. Une solution pourrait être de créer un véhicule si l'espacement avec le dernier véhicule (représenté sur la Figure IV-16) est supérieur ou égal à l'espacement minimum (l'espacement en situation saturée), la vitesse du véhicule à sa création étant alors la vitesse d'équilibre correspondant à l'espacement avec le véhicule précédent. Si l'espacement à  $\tau_i^c$  n'est pas suffisant, la création est reportée jusqu'à ce que l'espacement soit égal à l'espacement minimum. L'inconvénient de cette solution est qu'en situation congestionnée, tous les véhicules sont créés à l'interface avec une vitesse nulle (ils accélèrent ensuite).

La solution qui a été retenue est de prendre l'état du dernier véhicule comme une approximation de l'état du véhicule à créer (en supposant qu'il est à l'équilibre). Ainsi, un véhicule sera créé si l'espacement est supérieur ou égal à l'espacement d'équilibre correspondant à la vitesse du dernier véhicule (bornée par la vitesse d'équilibre correspondant à la demande). La vitesse du véhicule à sa création est alors la vitesse du dernier véhicule (ou celle de la demande). Si l'espacement n'est pas suffisant, la création est reportée jusqu'à ce qu'il le soit.

### Procédure de correction spatio-temporelle à la génération

Le processus de génération tel que nous l'avons défini est continu en temps. Or, le modèle à représentation véhiculaire est résolu de façon discrète. Il faut donc intégrer dans le modèle une procédure permettant de corriger les écarts que peut introduire la discrétisation du temps dans le processus de génération.

La création effective d'un véhicule (c'est-à-dire à un pas de temps véhiculaire) étant, du fait de la discrétisation temporelle, postérieure à son instant de création  $t_i^c$ , la position du véhicule à sa création est calculée afin de tenir compte de la distance qu'aurait parcouru le véhicule depuis sa génération, comme le montre la Figure IV-17.

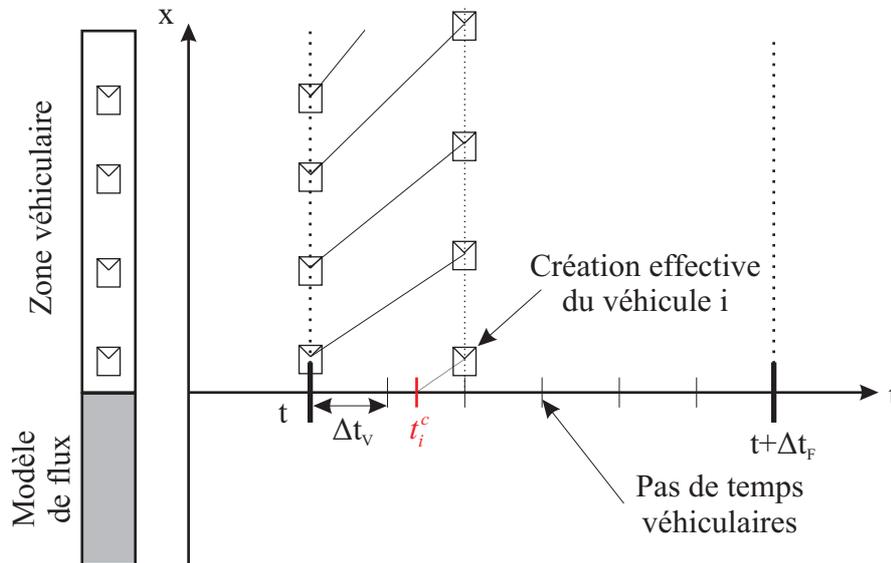


Figure IV-17: Processus de correction spatio-temporelle à la génération

#### IV.2.2.c.(ii) Interface véhicule/flux

Au niveau de la cellule de transition véhicule/flux, il faut donner au premier véhicule de la cellule une trajectoire qui soit en accord avec les conditions de trafic en aval. En effet, ce véhicule doit réagir au flux qui se situe devant lui afin que les informations se propageant de l'aval vers l'amont puissent franchir l'interface. De plus, sa trajectoire doit garantir que le débit en sortie de cette cellule soit inférieur ou égal à la contrainte d'offre imposée par le modèle de flux.

#### Véhicule fantôme

Une première solution consiste à créer un véhicule fantôme en aval de la cellule de transition véhicule/flux (cf. la Figure IV-11) ayant comme vitesse la vitesse d'équilibre correspondant à la concentration de la cellule de flux aval. Ceci permet au premier véhicule de la cellule de transition d'adapter sa trajectoire en fonction des conditions de trafic en aval.

En pratique, dès qu'un véhicule sort de la cellule de transition véhicule/flux, il devient le nouveau véhicule fantôme et adopte la vitesse d'équilibre correspondant à la concentration de la cellule de flux aval.

Toutefois, une telle solution ne permet pas d'imposer à la zone véhiculaire la contrainte sur l'offre : le débit résultant peut être supérieur à l'offre imposée par le modèle

représentant le flux du fait de l'inadéquation entre la position du véhicule fantôme et cette contrainte (cf. Annexe 3).

Il est donc nécessaire d'ajouter une procédure permettant de respecter la contrainte sur l'offre. Une solution relativement évidente serait de déplacer le véhicule fantôme à chaque pas de temps afin que sa position soit en accord avec la contrainte d'offre. Toutefois, cette solution introduit une discontinuité dans la trajectoire du véhicule fantôme qui n'est pas compatible avec le calcul de la concentration tel que nous le verrons en IV.2.2.e.(i). Sans rentrer dans le détail des calculs, nous retiendrons qu'en modifiant la position du véhicule fantôme, on modifie également la concentration de la cellule de transition, ce qui n'est évidemment pas admissible.

La solution que nous proposons est inspirée du fonctionnement de l'interface flux/véhicules : il s'agit d'imposer l'offre, notée  $\Omega_{F_{aval}}$ , en déterminant au début du pas de temps de flux des instants minimums de sortie des véhicules. Le principe est le suivant : au début d'un pas de temps, on détermine l'ensemble des instants minimums de sortie des véhicules conduisant à une réalisation uniforme de l'offre. Etant donné que l'offre est une contrainte maximale à ne pas dépasser, aucune sortie ne doit être possible avant les instants ainsi calculés. On impose alors qu'aucun véhicule ne sorte tant que son instant de sortie n'est pas atteint. Si un véhicule doit sortir avant l'instant minimum prévu, on modifie sa trajectoire afin de retarder son instant de sortie, et ainsi respecter la contrainte d'offre.

Dans la suite de cette partie, nous allons détailler les principales étapes de cette solution.

### **Prévision des temps minimums de sortie des véhicules**

On définit le créneau de sortie, noté  $CS$ , comme l'inverse de l'offre  $\Omega_{F_{aval}}$ . Ce créneau de sortie permet de définir l'ensemble des instants minimums de sortie correspondant à la réalisation de l'offre. On notera  $\tau_i^s$  l'instant minimum de sortie du véhicule  $i$ ,  $t_i^s$  son instant réel de sortie. Le calcul des  $\tau_i^s$  est identique à celui effectué en entrée. La seule différence est que dans ce cas, le premier véhicule de la cellule de transition véhicule/flux joue le rôle du sas de transition en entrée : il est porteur de la portion de véhicule qui n'est pas encore sortie du segment.

### **Procédure de sortie des véhicules**

Une fois ces instants calculés au début du pas de temps de flux, il faut introduire une procédure permettant de s'assurer que les véhicules ne sortent pas avant leur instant minimum prévu de sortie.

Plusieurs solutions existent. La plus simple consiste à stopper les véhicules au droit de l'interface si leur instant de sortie est antérieur à l'instant minimum. Le principal défaut de cette procédure est qu'elle introduit artificiellement des arrêts dans la trajectoire des véhicules, ce qui engendre des oscillations dans ces trajectoires.

Une autre solution, qui est celle que nous retiendrons, est de tester les instants de sortie de chaque premier véhicule. Dès qu'un véhicule sort (et qu'il devient le nouveau véhicule fantôme de la cellule de flux aval), le véhicule précédent devient le premier véhicule de la zone véhiculaire. On teste alors son instant de sortie : on fait une prévision de cet instant en calculant sa trajectoire future (on peut le faire car on connaît la trajectoire du véhicule fantôme). Si son instant de sortie est supérieur à l'instant de sortie  $\tau_i^s$  calculé au début du pas de temps, on le laisse évoluer librement, et son instant de sortie sera  $t_i^s > \tau_i^s$ . En revanche, dans le cas contraire, on modifie sa trajectoire afin de retarder sa sortie en lui affectant une vitesse telle que :  $t_i^s = \tau_i^s$ , comme le montre la Figure IV-18. Ce véhicule n'est alors plus modélisé par le modèle à représentation véhiculaire et conserve cette vitesse jusqu'à sa sortie de la cellule.

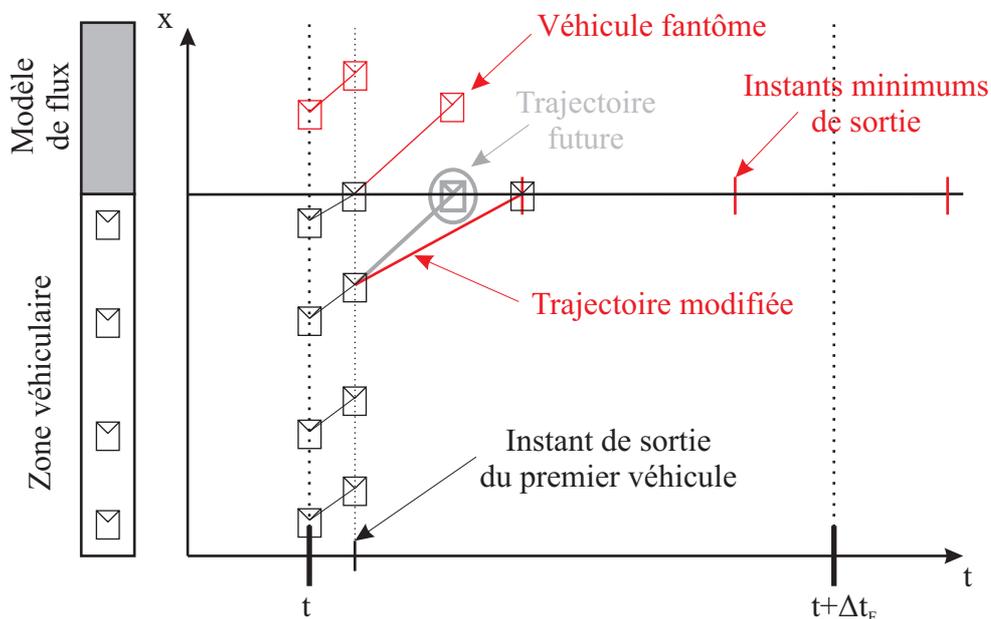


Figure IV-18: Procédure de correction de la trajectoire du premier véhicule

Cette procédure ne peut bien sûr s'appliquer qu'à l'intérieur de la cellule de transition puisque les vitesses ainsi calculées ne sont plus en accord avec le modèle à représentation véhiculaire. Une conséquence est que si le premier véhicule est sur le tronçon modélisé par le modèle à représentation véhiculaire, il faudra attendre son entrée dans la cellule de transition pour retarder sa sortie.

#### IV.2.2.d Etape 3 : calcul des trajectoires de la zone véhiculaire

Dans notre schéma de couplage, une fois l'offre et la demande du modèle représentant le flux converties en conditions aux limites pour la zone véhiculaire, la troisième étape est le calcul des trajectoires des véhicules de cette zone entre  $t$  et  $t + \Delta t_F$ .

Ce calcul ne pose aucun problème particulier. En effet, on dispose des conditions initiales à  $t$  et des conditions aux limites de  $t$  à  $t + \Delta t_F$  pour l'ensemble de la zone véhiculaire.

***IV.2.2.e Etape 4 : transmission des conditions aux limites au modèle représentant le flux***

Dans cette dernière étape, il s'agit de calculer les débits aux interfaces des cellules de transition ainsi que la concentration de ces cellules à  $t + \Delta t_F$  à partir des trajectoires de véhicules calculées à l'étape 3. Une fois l'état des cellules de transition connue (en termes de flux), il est alors possible de calculer l'état des cellules de flux à  $t + \Delta t_F$ .

*IV.2.2.e.(i) Calcul de la concentration des cellules de transition*

La notion de taille de véhicules définie précédemment permet de calculer très simplement la concentration des cellules de transition.

A partir de la position des véhicules dans la zone véhiculaire, on déduit la taille de l'ensemble des véhicules se situant sur ces cellules. Tous les véhicules sur la cellule ont une taille égale à 1 sauf ceux dont le précédent ne se situe pas sur la cellule (auquel cas on les divise en deux particules afin de ne compter que la portion de l'espacement qui est dans la cellule considérée).

Sur la Figure IV-19 (figure du haut), nous avons représenté la cellule de transition flux/véhicule afin d'illustrer ce calcul sur un exemple. Le véhicule dont le véhicule précédent ne se situe pas sur la cellule est divisé en deux particules de taille  $P_1$  et  $P_2$ . La concentration est alors égale à :  $K_{T_{flux/véhicule}} = (N_{sas} + 2 + P_1) / \Delta x$ .

Le calcul est identique pour la cellule de transition véhicule/flux, comme le montre la Figure IV-19 (figure du bas).

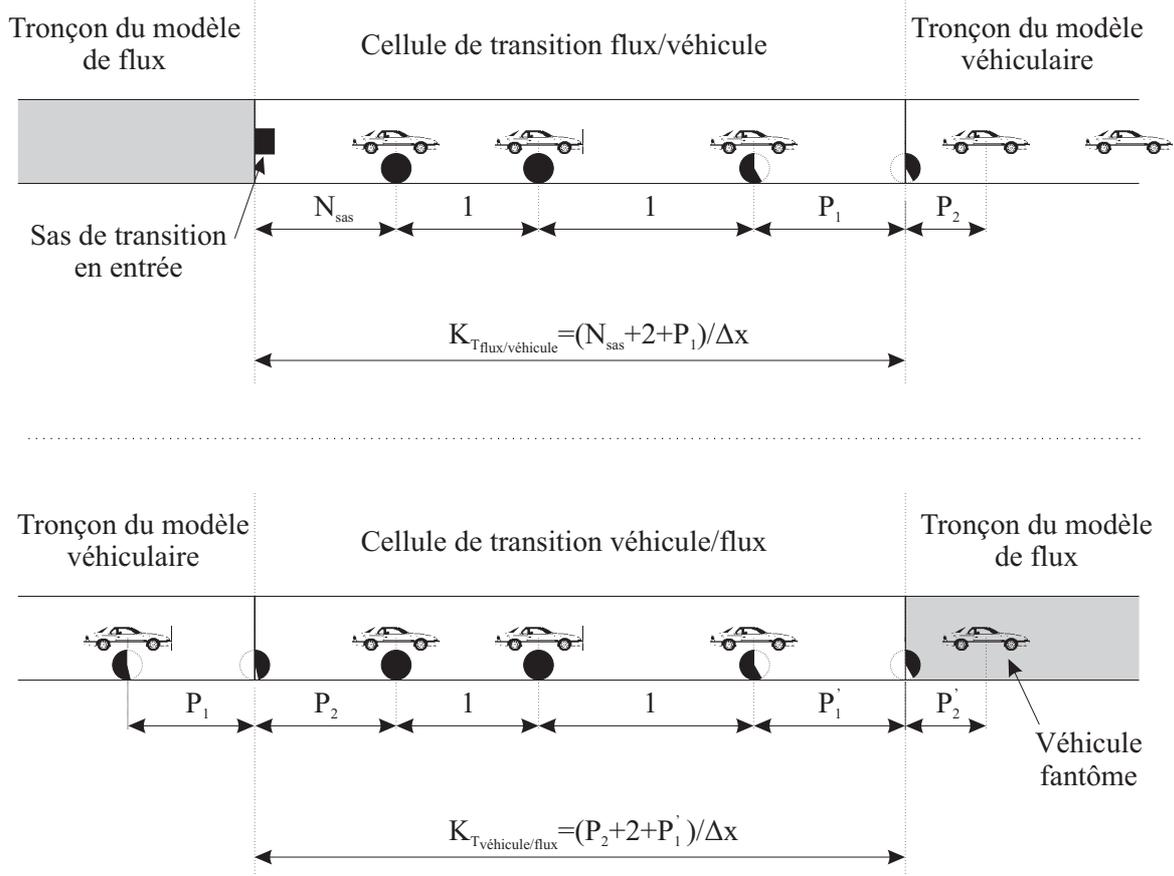


Figure IV-19: Calcul de la concentration sur les cellules de transition

IV.2.2.e.(ii) Calcul des débits aux interfaces des cellules de transition

Le débit en entrée de la cellule de transition flux/véhicule et celui en sortie de la cellule de transition véhicule/flux sont calculés en comptant les véhicules entrés (ou sortis) de  $t$  à  $t + \Delta t_F$ , comme le montre la Figure IV-20. Dans ce calcul, il faut tenir compte des portions non entières de véhicules. Ainsi, il est nécessaire d'intégrer dans le calcul du débit en entrée de la cellule de transition flux/véhicule la portion de véhicule présente dans le sas de transition au début et à la fin du pas de temps. De façon symétrique, le débit en sortie de la cellule de transition véhicule/flux doit tenir compte de la taille du premier véhicule de la cellule au début et à la fin du pas de temps.

Le débit en sortie de la cellule de transition flux/véhicule et celui en entrée de la cellule de transition véhicule/flux sont alors tout simplement calculés en appliquant le principe de conservation des véhicules. Connaissant la concentration des cellules aux instants  $t$  et  $t + \Delta t_F$  ainsi que le débit à une interface de  $t$  à  $t + \Delta t_F$ , l'autre est obtenu en appliquant l'équation de conservation discrétisée :

$$K_i^{t+\Delta t_F} = K_i^t + \frac{\Delta t_F}{\Delta x} (Q_{i-1}^{t \rightarrow t+\Delta t_F} - Q_i^{t \rightarrow t+\Delta t_F})$$

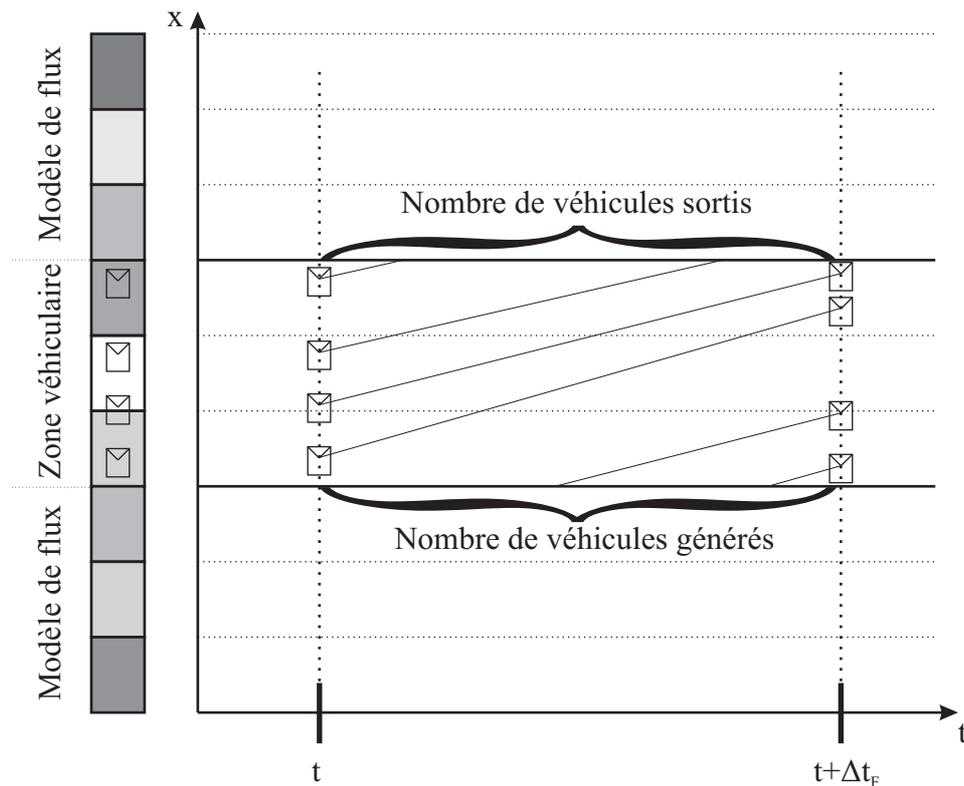


Figure IV-20: Calcul du débit aux interfaces de la zone véhiculaire

Rappelons que dans le schéma de couplage, les débits ainsi calculés servent de condition aux limites pour le modèle représentant le flux, ce qui permet de calculer son état à  $t + \Delta t_F$ .

#### IV.2.2.e.(iii) Calcul du nombre de véhicules dans le sas de transition

Un dernier point reste encore à préciser : il s'agit de la détermination de la portion de véhicule présente dans le sas de transition en entrée de la cellule de transition flux/véhicule à la fin d'un pas de temps de flux. En effet, dès qu'un véhicule est créé au début du pas de temps de flux, le sas se vide, et il ne se remplit qu'à la fin du pas de temps afin d'assurer la transition entre deux pas de temps de flux.

Le problème est le suivant : à l'instant  $t + \Delta t_F$ , on connaît l'état du dernier véhicule, le temps qui nous sépare de la dernière création de véhicule, noté  $\Delta t_{\text{création}}$ , et le créneau d'injection  $CI$ . On note  $l$  la distance entre l'entrée de la cellule et le dernier véhicule créé. On veut alors calculer la portion de véhicule  $N_{\text{sas}}$  présente derrière le dernier véhicule. Evidemment, il nous manque une information essentielle qui est la position du véhicule porteur de cette portion (puisque'il est théoriquement sur la cellule de flux amont). Il nous faut donc trouver une méthode d'estimation de cette portion de véhicule.

Une première idée est de supposer que cette portion est proportionnelle à  $\Delta t_{\text{création}}$  en posant :  $N_{\text{sas}} = \frac{\Delta t_{\text{création}}}{CI}$ . Toutefois, cette définition n'est valable que dans le cas où

l'offre locale de la cellule de transition flux/véhicule est suffisante, et donc où la demande conditionne la création des véhicules. Si l'offre est limitante, cette définition donne des résultats aberrants. Ainsi, si  $\Delta t_{\text{création}} > CI$ , on a  $N_{\text{sas}} > 1$ , ce qui est contraire au fait qu'aucun véhicule n'ait été créé (et donc que la portion de véhicule réellement présente est inférieure à 1).

Une autre idée est d'utiliser l'état du dernier véhicule comme une approximation de l'état de cette portion de véhicule. Ainsi, on suppose que la vitesse du véhicule porteur de cette portion (qui se situerait sur la cellule de flux amont) est identique à celle du dernier véhicule, notée  $\dot{x}_i$ , et que son espacement est l'espacement d'équilibre correspondant à cette vitesse (on suppose donc le véhicule à l'équilibre). En appliquant la définition de la taille du véhicule, on obtient :  $N_{\text{sas}} = l \times K_{\text{eq}}(\dot{x}_i)$  (dans le cas particulier où aucun véhicule n'a été créé pendant le pas de temps de flux, il faut vérifier que cette portion est croissante). On tient ainsi explicitement compte de l'offre locale de la cellule de transition. En revanche, cette estimation ne tient pas compte de la demande. Il est alors possible que le nombre de véhicules entrés soit supérieur à la demande. En effet, dans le cas où tous les véhicules accélèrent lors de leur génération, cette portion de véhicule peut être supérieure à 1.

On choisit donc de combiner les deux définitions précédentes, l'une liée à la demande, l'autre à l'offre. On définit  $N_{\text{sas}}$  comme le minimum des deux valeurs ainsi obtenues :

$$N_{\text{sas}} = \min\left(\frac{\Delta t_{\text{création}}}{CI}, l \times K_{\text{eq}}(\dot{x}_i)\right)$$

### IV.2.3 Validation

Dans cette partie, nous allons valider ce schéma de couplage en utilisant la méthode décrite dans le chapitre III. Cette validation se décompose en deux étapes : la comparaison entre les modèles couplés (afin de différencier les effets du schéma de couplage de ceux issus de la différence entre les modèles couplés) et l'analyse des propriétés du schéma de couplage à travers l'étude des deux propriétés fondamentales. Rappelons que ces propriétés sont la conservation des véhicules et la propagation correcte de l'information aux interfaces.

#### IV.2.3.a Comparaison entre les modèles

Dans un premier temps, nous allons comparer les modèles couplés. D'un point de vue théorique, ces deux modèles ont une base commune : le modèle LWR. Le modèle à représentation véhiculaire fournit des trajectoires relativement proches de celles obtenues à partir du champ de vitesse de la résolution analytique du modèle LWR. Le modèle représentant le flux fournit une solution numérique qui tend vers la solution analytique du modèle LWR quand  $(\Delta x, \Delta t) \rightarrow (0, 0)$ . On peut alors se demander dans quelle mesure les résultats obtenus par chacun des modèles sont proches l'un de l'autre.

On retrouve ici les problèmes de comparaison de modèles que nous avons évoqués dans le chapitre III. Nous proposons d'étudier les résultats numériques fournis par les deux modèles en utilisant les deux indicateurs suivants : les débits cumulés et la concentration. Nous allons comparer de façon qualitative ces résultats dans trois situations différentes : la montée en charge du réseau, une congestion qui se propage vers l'amont et une variation de la demande en entrée du réseau engendrant une perturbation qui se propage vers l'aval.

Nous choisissons de prendre le diagramme fondamental de Greenshields avec les paramètres suivants :  $V_l = 25 \text{ m/s}$  et  $K_x = 0,1 \text{ véh/m}$ . On fixe la demande en entrée à  $0,5 \text{ véh/s}$ . Dans un premier temps, on fixe les pas de discrétisation du modèle représentant le flux aux valeurs suivantes :  $\Delta x = 100 \text{ m}$  et  $\Delta t_F = 4 \text{ s}$ . Le pas de temps du modèle à représentation véhiculaire est fixé à  $\Delta t_V = 0,1 \text{ s}$ . On compare alors l'évolution des indicateurs que nous avons choisi sur la cellule qui se situe entre  $900 \text{ m}$  et  $1000 \text{ m}$  de l'entrée du réseau. Les résultats obtenus auraient été similaires en choisissant une autre cellule.

La Figure IV-21 représente les débits cumulés (notés  $N(t)$ ) dans le cas d'une montée en charge du réseau. Sur la figure de droite, ces débits ont été corrigés (on représente  $N(t) - Q_0 t$ ,  $Q_0$  étant égal à  $0,5 \text{ véh/s}$ ) afin de mieux faire apparaître les différences. On observe que le débit du modèle à vitesse optimale a un certain retard au début de la montée en charge par rapport à celui du modèle STRADA, puis rattrape ce retard jusqu'à ce que les débits des deux modèles soient similaires une fois l'équilibre atteint. On notera que les débits cumulés du modèle à vitesse optimale étant une fonction en escalier, ils ne peuvent être parfaitement identiques à ceux du modèle STRADA.

La Figure IV-22 représente l'évolution de la concentration de cette cellule dans le temps. Pour le modèle à vitesse optimale, la concentration est calculée en appliquant la méthode présentée dans le chapitre III dans laquelle on considère que la concentration entre deux véhicules est égale à l'inverse de l'espacement. Comme pour les débits cumulés, la concentration estimée par le modèle à vitesse optimale est au début en retard par rapport à celle du modèle représentant le flux, puis en avance. On note également des instabilités dans la courbe de concentration du modèle à vitesse optimale pour les premiers pas de temps. Il s'agit là d'une conséquence de l'hypothèse d'homogénéité de la concentration entre deux véhicules : plus le gradient de concentration est fort, plus cette hypothèse est fautive et engendre des erreurs dans l'estimation de la concentration.

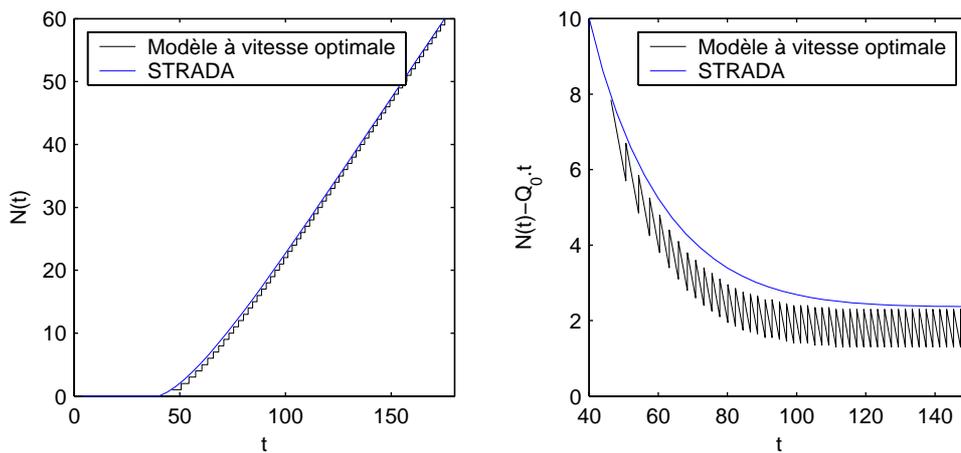


Figure IV-21: Débits cumulés dans le cas d'une montée en charge du réseau

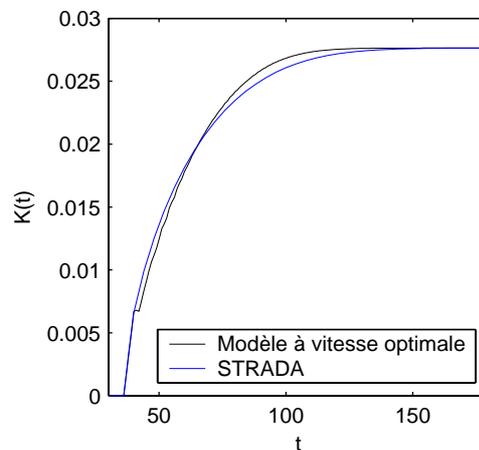


Figure IV-22: Concentration dans le cas d'une montée en charge du réseau

La Figure IV-23 représente l'évolution des débits cumulés et de la concentration dans le cas où une congestion se propage de l'aval vers l'amont. Nous avons choisi de bloquer la sortie du tronçon de route afin de créer une forte perturbation<sup>42</sup> (le trafic passe d'un état fluide où  $K = 0,0276 \text{ véh}/m$  à un état congestionné où  $K = 0,1 \text{ véh}/m$ ). Le débit et la concentration des deux modèles sont ici très proches. On observe un léger décalage dans la courbe de concentration (de l'ordre de  $0,3 \text{ s}$ ) principalement lié à des difficultés de modélisation : dans ce cas, il y a un décalage d'environ  $0,3 \text{ s}$  entre le moment où l'offre en sortie du tronçon est nulle dans le modèle représentant le flux et le moment où un véhicule s'arrête à cette sortie dans le modèle à représentation véhiculaire.

<sup>42</sup> On aurait obtenu des résultats similaires avec une contrainte moins forte sur l'écoulement en aval.

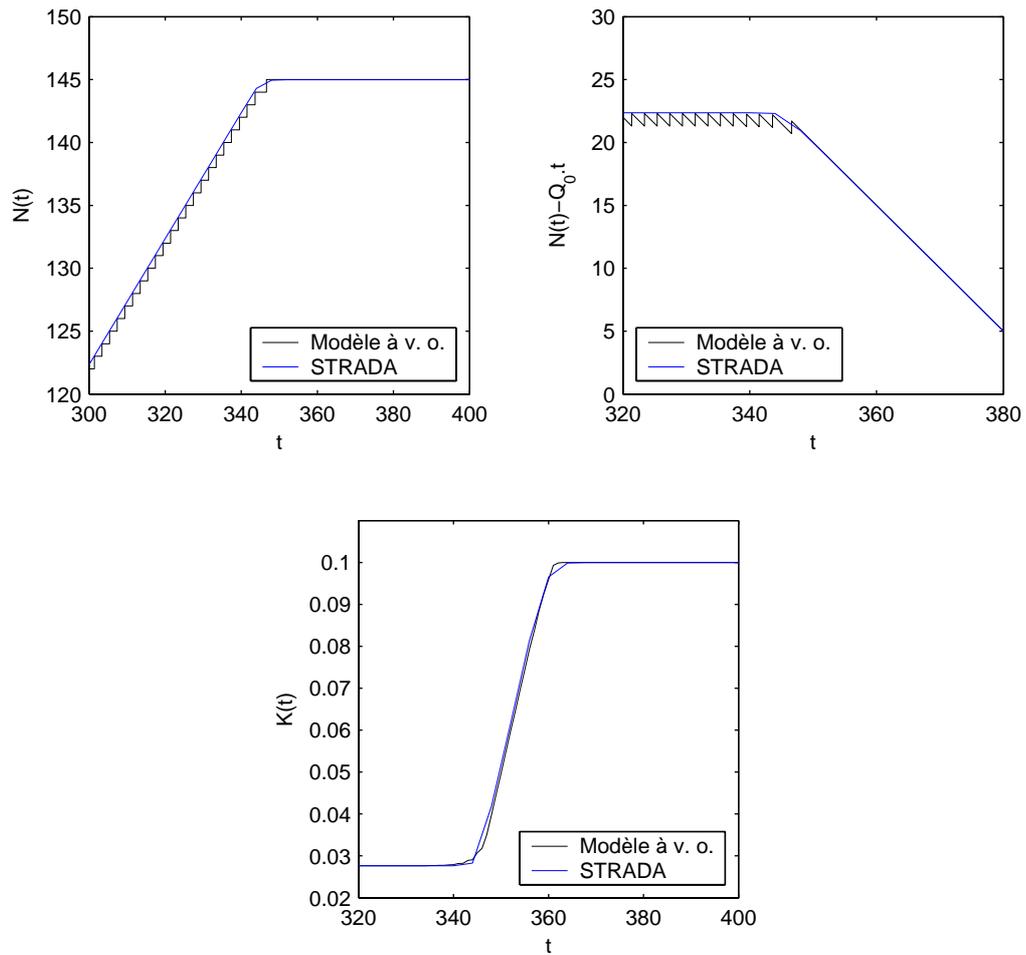


Figure IV-23: Débits cumulés et concentration dans le cas d'une remontée de congestion

De façon similaire, nous avons représenté l'évolution des débits cumulés et de la concentration dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval sur la Figure IV-24. En entrée du réseau, on modifie la demande qui passe de  $0,5 \text{ véh/s}$  à  $0,55 \text{ véh/s}$ . Cette situation est identique à celle de la montée en charge du réseau (qui correspond à une variation de la demande de  $0 \text{ véh/s}$  à  $0,5 \text{ véh/s}$ ). On retrouve des résultats tout à fait similaires.

Pour compléter cette comparaison entre les deux modèles, nous proposons de faire varier les pas de discrétisation du modèle STRADA dans ce dernier cas. Notre objectif est de voir dans quelle mesure la taille de la discrétisation influence les différences observées.

Nous avons ainsi représenté sur la Figure IV-25 l'évolution de la concentration pour différentes valeurs du pas de temps  $\Delta t_F$  du modèle représentant le flux. On notera que la valeur du pas d'espace  $\Delta x$  est prise de telle sorte que la condition de Courant-Friedrichs-Lewy soit vérifiée. La cellule pour laquelle on étudie l'évolution de la concentration est donc différente dans chaque cas. Nous avons toujours choisi celle dont la

sortie se situe à  $1000\text{ m}$  de l'entrée du réseau, de sorte que pour  $\Delta t_F = 2\text{ s}$ , cette cellule est comprise entre  $950\text{ m}$  et  $1000\text{ m}$ , pour  $\Delta t_F = 4\text{ s}$ , elle est comprise entre  $900\text{ m}$  et  $1000\text{ m}$ , et ainsi de suite.

Les résultats obtenus montrent très nettement que la proximité des résultats entre les deux modèles est fortement liée à la taille de la discrétisation du modèle STRADA. Plus le pas de temps  $\Delta t_F$  est grand, moins les résultats sont proches.

L'ensemble de ces résultats nous montre que certaines différences existent en situation transitoire entre les modèles couplés (notamment lorsque l'information se propage vers l'aval), et qu'elles sont directement liées à la taille de la discrétisation du modèle STRADA. Or, l'objectif de la modélisation hybride est de représenter le trafic avec des échelles très différentes en prenant des valeurs de  $\Delta t_F$  nettement supérieures à celles de  $\Delta t_V$ . Il faudra donc intégrer ces différences de résultat entre les deux modèles dans l'étude du schéma de couplage.

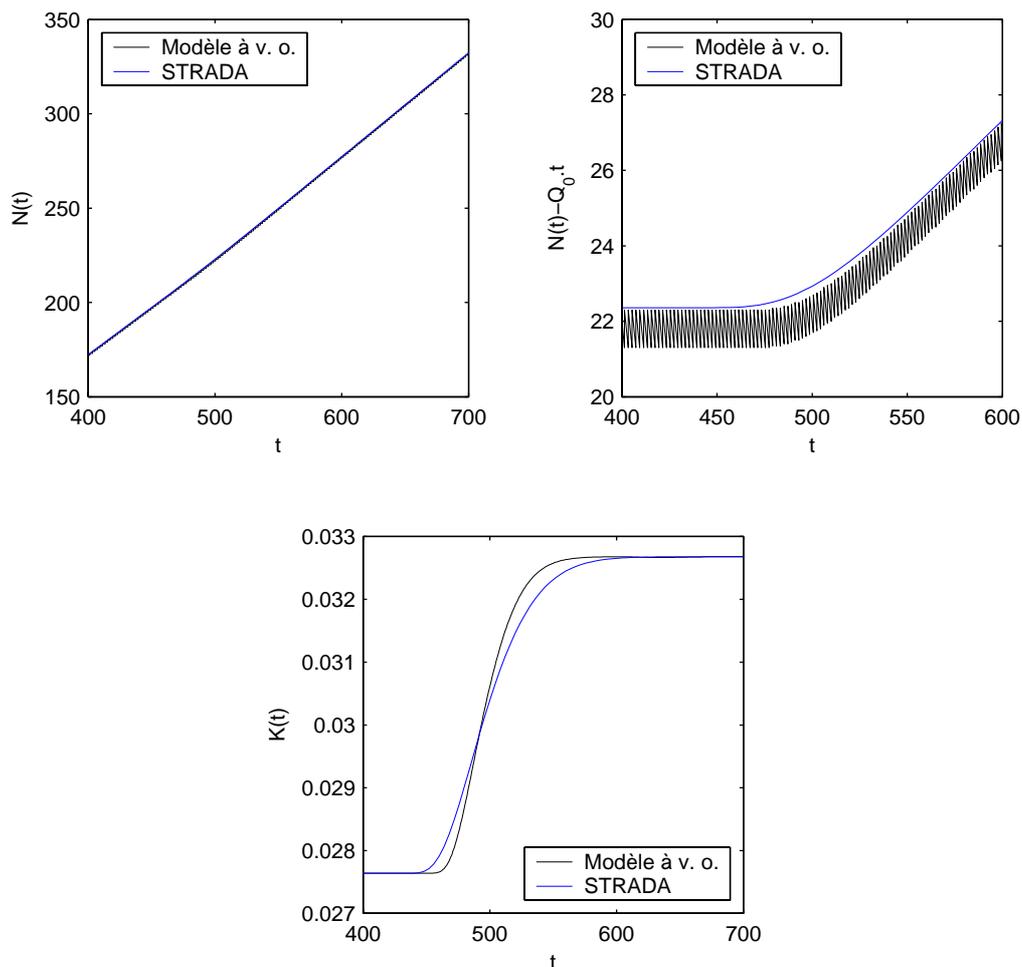


Figure IV-24: Débits cumulés et concentration dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval

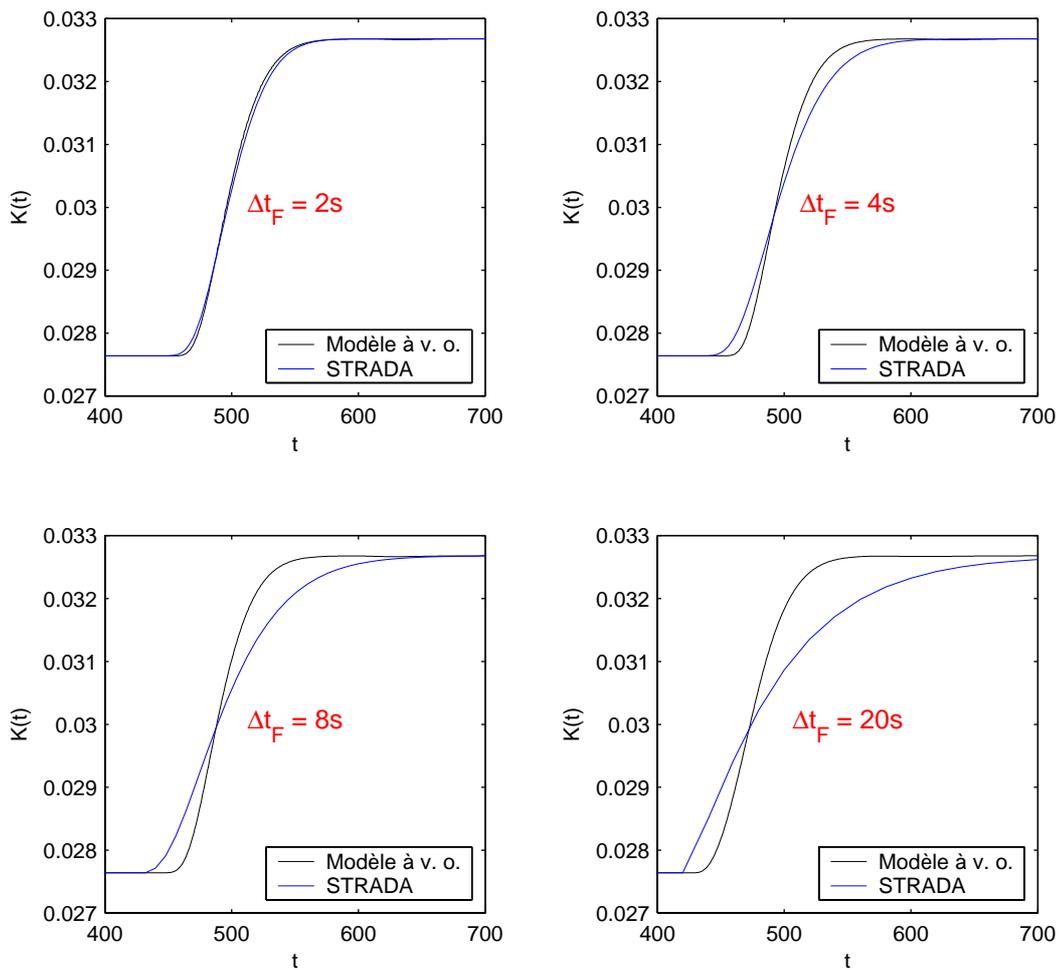


Figure IV-25: Concentration dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval pour différents pas de temps du modèle représentant le flux

### IV.2.3.b Propriétés fondamentales

Nous allons maintenant passer à la deuxième étape de validation du schéma de couplage. Il s'agit d'étudier ses propriétés concernant la conservation des véhicules et la propagation de l'information aux interfaces.

#### IV.2.3.b.(i) Conservation des véhicules

En ce qui concerne la conservation des véhicules, nous avons vu dans l'établissement du schéma de couplage que le débit imposé au modèle représentant le flux aux interfaces est calculé à partir de la trajectoire des véhicules dans la zone véhiculaire. Le débit est donc identique en amont et en aval des interfaces, ce qui garantit la conservation des véhicules.

#### IV.2.3.b.(ii) Etude de la propagation de l'information

Dans cette partie, nous allons étudier la façon dont l'information se propage à travers le modèle hybride et quelle est l'influence du schéma de couplage sur cette information. Pour ce faire, nous allons étudier différents scénarios permettant d'étudier la

propagation d'une information vers l'amont, vers l'aval, et ce en fonction de différents paramètres.

Nous reprenons les mêmes données que précédemment. Nous choisissons dans un premier temps de fixer  $\Delta t_F = 4 \text{ s}$  car les modèles couplés sont relativement proches dans ce cas. Nous étudierons l'influence de la taille de la discrétisation par la suite.

Soit un tronçon de route constitué de 11 cellules de longueur  $\Delta x = V_l \times \Delta t_F = 100 \text{ m}$ . On numérote les cellules dans l'ordre croissant de l'amont vers l'aval. La cellule du milieu (numéro 6) est représentée par le modèle à vitesse optimale. Les cellules numéro 5 et 7 sont respectivement la cellule de transition flux/véhicule et la cellule de transition véhicule/flux.

### **Scénario 1 : propagation d'une congestion vers l'amont**

Le premier scénario que nous proposons d'étudier est la propagation d'une congestion vers l'amont. On se place dans une situation d'équilibre où la demande en entrée du réseau est de  $0,4 \text{ véh/s}$ , et on bloque la sortie du tronçon. On observe alors une congestion qui se propage vers l'amont, comme le montre la Figure IV-26 sur laquelle nous avons représenté l'évolution de ce tronçon de route dans le plan  $(x, t)$ . Afin de représenter l'évolution de la concentration des cellules où s'applique le modèle représentant le flux, nous utilisons un code couleur allant de  $K = 0 \text{ véh/m}$  à  $K = K_x = 0,1 \text{ véh/m}$ .

Visuellement, cette congestion semble se propager à travers le modèle hybride sans se déformer. On observe également que la trajectoire des véhicules est correcte et qu'ils réagissent comme si le flux qui se situe devant eux était des véhicules.

Ce résultat est conforté lorsque l'on compare les résultats ainsi obtenus avec ceux que l'on aurait obtenu en utilisant le modèle STRADA seul, comme le montre la Figure IV-27.

Les concentrations sont quasiment identiques, et les écarts observés sont de l'ordre de grandeur de ceux qui existent lorsque l'on compare les deux modèles couplés dans la même situation.

Concernant le débit, les seules différences entre ces résultats concernent les débits aux interfaces des cellules de transition. Les instabilités observées dans les courbes de débit du modèle hybride sont liées au mode de calcul. Rappelons que nous nous sommes fondés sur la notion de « taille » de véhicule. Nous avons alors fait l'hypothèse que le trafic est à l'équilibre afin d'estimer concentration et débit, ce qui est évidemment faux dans le cas d'un tel gradient !

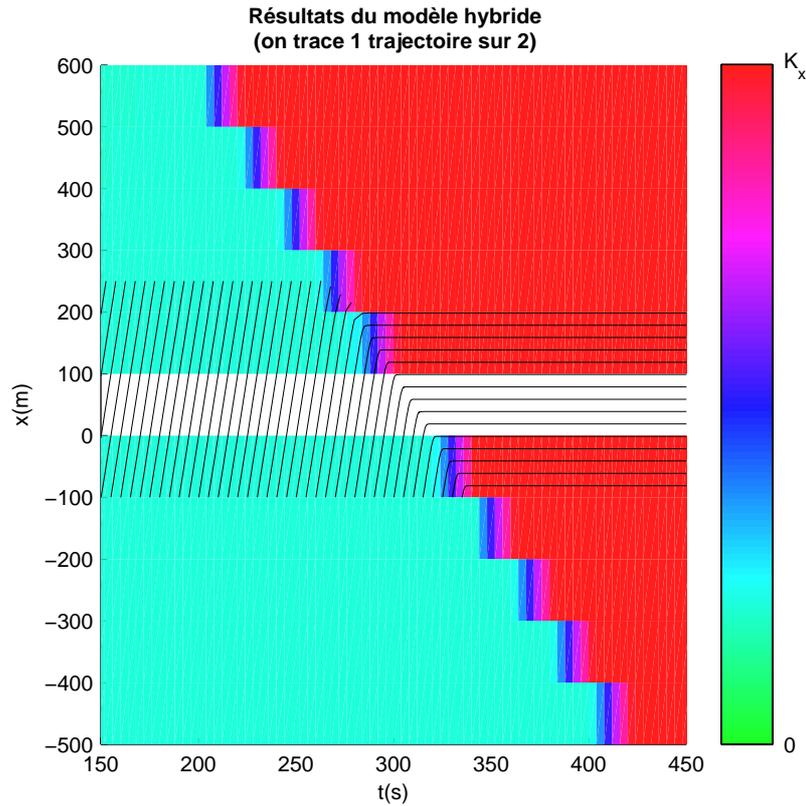


Figure IV-26: Propagation d'une congestion dans le modèle hybride

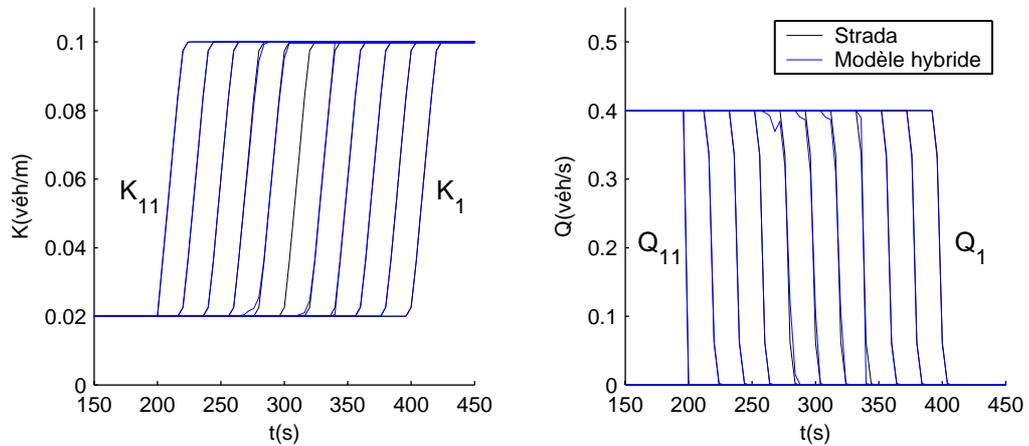


Figure IV-27: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas d'une congestion

On notera dans ce cas qu'une fois la congestion établie, la concentration sur la cellule de transition véhicule/flux n'est pas exactement égale à  $K_x$  mais légèrement inférieure (dans ce cas, elle vaut 0,099652 véh/m). Il s'agit là d'une conséquence du calcul de la taille du premier véhicule et du « gel » du véhicule fantôme et du premier véhicule.

En effet, lorsque la concentration sur la cellule de flux aval devient égale à  $K_x$ , le véhicule fantôme s'arrête, et ce quelle que soit sa position (c'est la raison pour laquelle

nous parlons de « gel » du véhicule). Par ailleurs, l'offre de la cellule de flux aval devient nulle ; le créneau de sortie du premier véhicule de la cellule de transition est donc infini, ce qui impose une vitesse nulle à ce véhicule. Or, pour que le calcul de la taille de ce véhicule soit cohérent avec la concentration, il faut que la distance entre ce véhicule et le véhicule fantôme soit égale à  $1/Kx$ . Comme ces deux véhicules sont gelés quelle que soit leur position, rien ne garantit cette distance.

Cet effet dépend des conditions de trafic, mais les différences observées restent toujours très faibles. Par ailleurs, plus la cellule de transition est grande, plus l'écart entre la concentration et  $K_x$  diminue (l'erreur étant proportionnelle à  $1/\Delta x$ ). Enfin, il ne se produit que dans le cas où la congestion qui se propage impose une concentration égale à  $K_x$ . Si l'état imposé par la congestion correspond à une concentration inférieure à  $K_x$ , la concentration sur la cellule de transition véhicule/flux est identique à celle observée dans Strada car il n'y a plus ce phénomène de gel du véhicule fantôme et du premier véhicule.

### **Scénario 2 : résorption d'une congestion**

Le second scénario est le prolongement du précédent. Une fois le tronçon totalement saturé, nous proposons d'ouvrir à nouveau la sortie afin de libérer les véhicules. On observe alors la formation d'un éventail qui, comme le montre la Figure IV-28, semble à nouveau se propager à travers le modèle hybride sans se déformer. Ce résultat est à nouveau confirmé en comparant les résultats ainsi obtenus avec ceux du modèle STRADA utilisé seul, comme le montre la Figure IV-29.

### **Scénario 3 : propagation d'une perturbation vers l'aval**

Nous proposons d'étudier un dernier scénario correspondant à une modification de la demande en entrée du tronçon engendrant une perturbation qui se propage vers l'aval. En entrée du réseau, on modifie la demande qui passe de  $0,5 \text{ véh/s}$  à  $0,55 \text{ véh/s}$ . Cette situation est identique à celle étudiée précédemment afin de comparer les modèles couplés. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux que l'on obtient en utilisant STRADA seul sur la Figure IV-30 (dans ce cas, nous ne représenterons pas les résultats dans le plan  $(x, t)$  car ils ne permettent pas de visualiser de façon claire la propagation de l'information). Les différences que l'on observe sur le débit et la concentration sont de même nature que celles observées lors de la comparaison entre les modèles couplés.

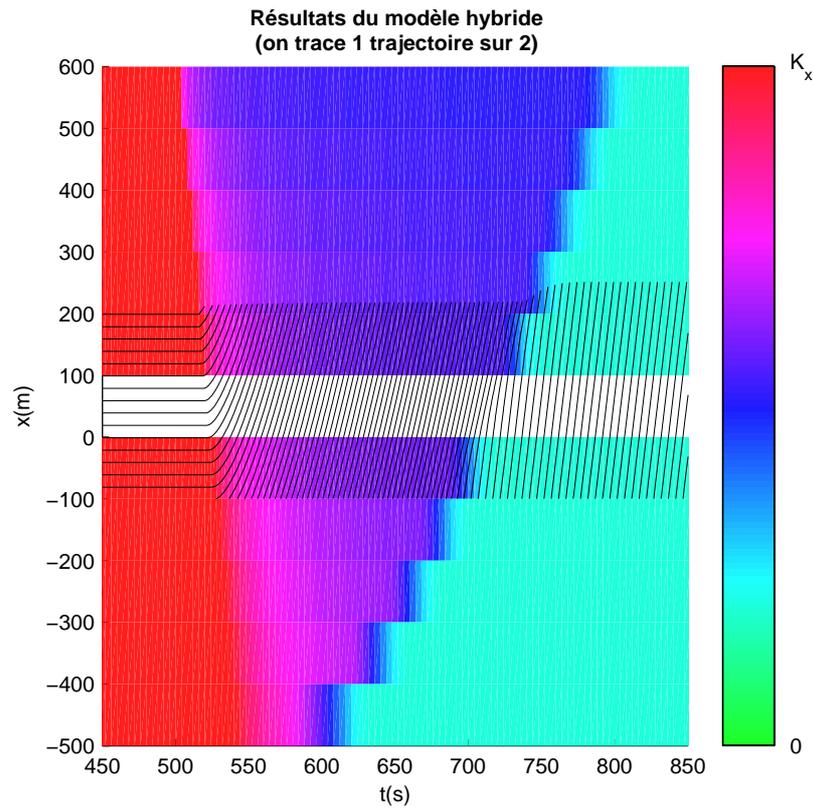


Figure IV-28: Résorption d'une congestion dans le modèle hybride

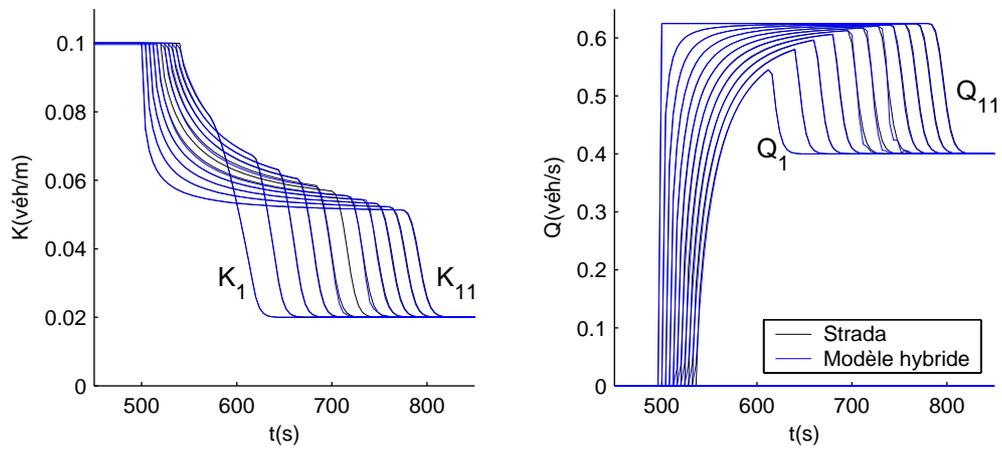


Figure IV-29: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas de la résorption d'une congestion

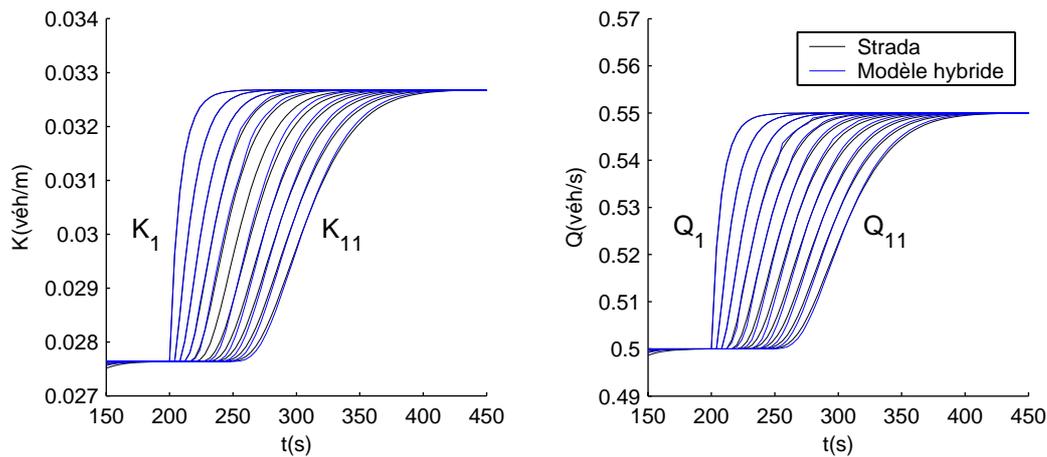


Figure IV-30: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval

### Influence du pas de temps

Nous allons tenter d'analyser l'influence de la taille de la discrétisation du modèle STRADA sur ces résultats. Nous proposons de comparer les résultats entre le modèle hybride et le modèle STRADA dans le cas d'une congestion qui se propage vers l'amont, puis qui se résorbe (il s'agit des scénarios 1 et 2 étudiés précédemment).

Nous proposons d'étudier trois pas de temps de flux différents : 4 s, 10 s et 20 s. Avec les données que nous avons défini précédemment, les pas d'espace correspondant sont respectivement : 100 m, 250 m et 500 m (on se place dans le cas de l'égalité de la condition de Courant-Friedrichs-Lewy). Afin de rester dans des situations comparables, nous étudierons un tronçon de route de 3 500 m dont le segment allant de  $x = 1 500 m$  à  $x = 2 000 m$  est représenté par le modèle à vitesse optimale.

Les différences entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul sont davantage visibles aux interfaces des cellules de transition. Nous nous contenterons donc de représenter les débits à ces interfaces ainsi que la concentration des cellules de transition et des cellules de flux adjacentes. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure IV-31. Ils montrent que l'écart entre les résultats du modèle hybride et ceux du modèle STRADA ne dépendent pas du pas de temps lorsque l'information se propage vers l'amont (à la remontée de la congestion). Lorsque la congestion se résorbe, on observe un écart entre les résultats qui augmente avec le pas de temps. Toutefois, cet écart est identique à celui que l'on a observé lors de la comparaison entre les modèles couplés dans le cas d'une information qui se propage vers l'aval. Il est principalement dû à la viscosité numérique du modèle STRADA qui augmente avec le pas de temps.

Au vu de ces résultats, la taille de la discrétisation ne semble pas avoir d'influence sur le schéma de couplage proposé : les écarts observés sont dus à la différence de comportement des deux modèles couplés.

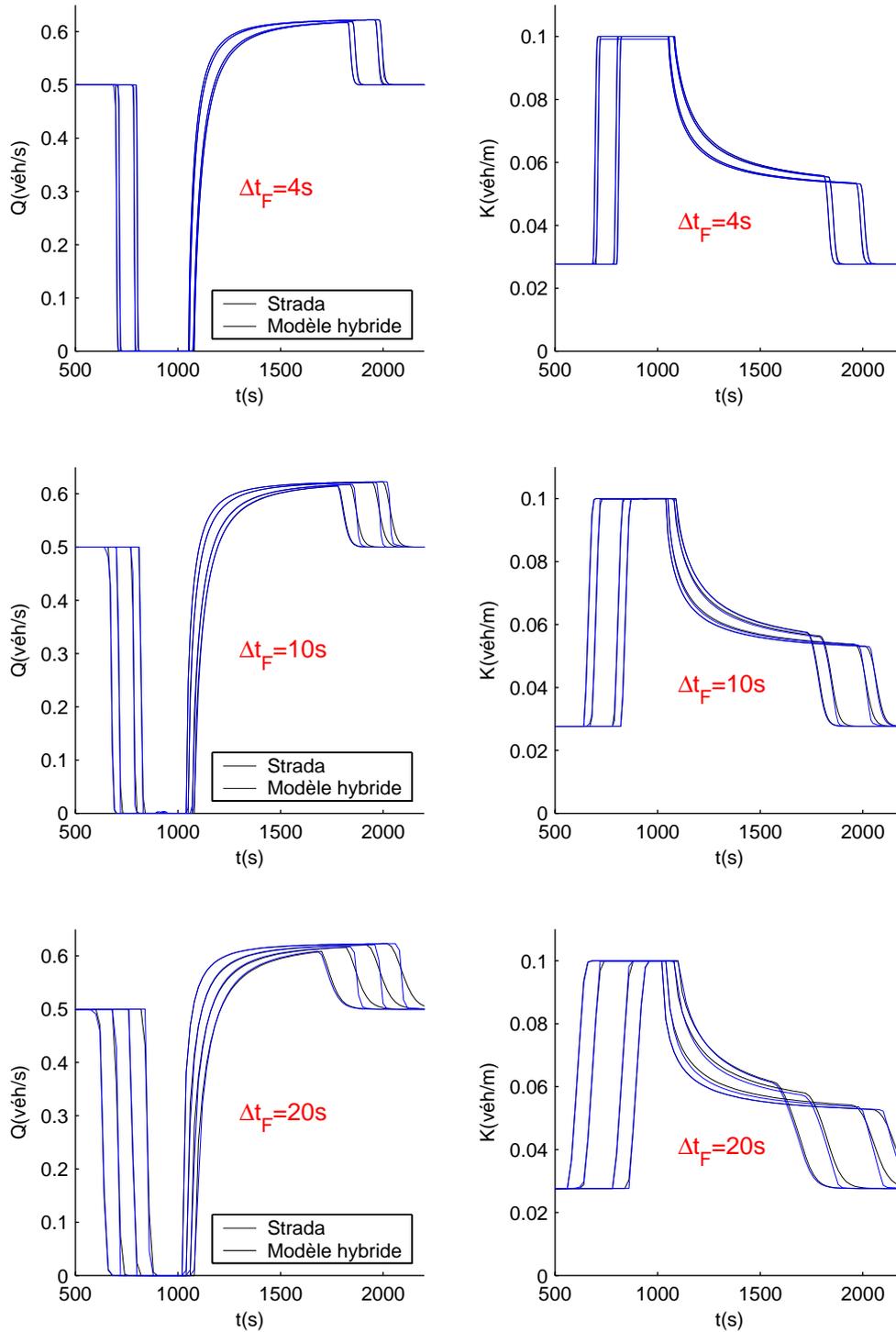


Figure IV-31: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul pour différentes valeurs du pas de temps

### IV.2.3.c Conclusion

Les différents scénarios étudiés précédemment montrent que le schéma de couplage proposé introduit très peu de perturbations dans la propagation de l'information. Quelques instabilités (dont l'amplitude est relativement faible) apparaissent lorsque le gradient de

débit est très fort lors d'une remontée de congestion, et les écarts observés entre les résultats du modèle hybride et ceux du modèle STRADA utilisé seul sont identiques à ceux que l'on observe en comparant les deux modèles couplés.

Nous en concluons que le modèle hybride homogène proposé est valide.

#### **IV.2.4 Possibilités d'extensions**

Nous avons déjà souligné précédemment que l'intérêt d'un modèle hybride homogène est assez limité. Il s'agit d'une étape dans la réalisation et la validation d'un modèle hybride hétérogène ; il est nécessaire d'introduire des extensions dans ce modèle afin d'accroître ses possibilités applicatives.

Contrairement au modèle développé dans la première partie, le modèle hybride homogène fondé sur la discrétisation spatio-temporelle présente diverses possibilités d'extension. Nous les aborderons de façon très générale, sans entrer dans le détail technique de leur mise en œuvre. Nous exposerons leur intérêt et montrerons dans quelle mesure il est possible de les introduire dans le modèle hybride.

Nous en présenterons plusieurs : l'introduction d'aspects stochastiques<sup>43</sup>, la modification de la loi de comportement du modèle à représentation véhiculaire et la modélisation de plusieurs classes de véhicules.

##### ***IV.2.4.a Aspects stochastiques***

L'introduction des aspects stochastiques du trafic est une des raisons qui nous a conduit à développer un modèle hybride. L'idée est de distribuer certaines variables dans le modèle à représentation véhiculaire afin d'améliorer la prise en compte de la diversité de comportement des usagers dans la modélisation d'un élément particulier d'un réseau où cette diversité joue un rôle important dans l'écoulement.

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre qu'il était possible d'introduire des distributions dans le modèle hybride homogène fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR sans modifier le fonctionnement général du schéma de couplage. Toutefois, nous avons montré que le modèle hybride obtenu ne vérifie pas la propriété de conservation des véhicules, la principale difficulté étant de savoir comment définir cette conservation.

Dans le cas du modèle hybride homogène fondé sur la discrétisation spatio-temporelle du modèle LWR, nous verrons dans le chapitre V qu'il est possible d'introduire des distributions sur les intervalles et les vitesses libres des véhicules à leur génération en modifiant le processus de génération des véhicules. Comme le temps est discrétisé dans ce modèle, on dispose de périodes pendant lesquelles on suppose le débit constant. Il sera alors possible de définir une contrainte permettant de vérifier la propriété de conservation pour chaque pas de temps de flux.

---

<sup>43</sup> L'introduction des aspects stochastiques sera présentée en détail dans le chapitre suivant.

#### ***IV.2.4.b Modification de la loi de comportement du modèle à représentation véhiculaire***

Une autre possibilité d'extension du modèle hybride homogène est de modifier la loi de comportement du modèle à représentation véhiculaire. En effet, nous avons choisi un modèle qui soit le plus proche possible du modèle LWR afin de se placer dans le cas homogène de la modélisation hybride. Il est alors intéressant de voir dans quelle mesure le schéma de couplage développé précédemment permet de coupler le modèle STRADA avec un modèle à représentation véhiculaire fondé sur une loi de comportement individuel. Rappelons qu'une des raisons qui nous a conduit à développer un modèle hybride est de permettre de modéliser chaque élément d'un réseau avec le modèle le mieux adapté aux phénomènes qui régissent son fonctionnement.

Il convient alors de remarquer que le schéma de couplage que nous avons construit ne fait aucune hypothèse sur le fonctionnement du modèle à représentation véhiculaire. Ainsi, si on modifie ce modèle, il n'est pas nécessaire de modifier le schéma de couplage pour permettre la transmission de l'information entre les modèles couplés. On peut donc imaginer de coupler le modèle STRADA avec tout modèle classique de voiture-suiveuse.

La principale difficulté dans ce cas consistera à analyser les effets de la différence de comportement entre les modèles couplés sur les résultats du modèle hybride et la façon dont le schéma de couplage va modifier l'information au droit des interfaces.

#### ***IV.2.4.c Multi-classes***

Une autre possibilité d'extension de ce modèle hybride homogène est d'introduire différentes classes de véhicules. Pour l'instant, nous avons supposé que tous les véhicules qui composent le trafic sont identiques. Pour certaines applications, il peut néanmoins être intéressant de les différencier en fonction de leur type : véhicules légers, poids lourds, autobus, ... L'intérêt de modéliser différentes classes de véhicules est de prendre en compte l'impact de chaque classe sur l'écoulement. Par exemple, il est important en milieu urbain de tenir compte de l'impact des bus sur la circulation. Ces véhicules ont des propriétés mécaniques différentes (leur accélération et leur vitesse sont plus faibles) et s'arrêtent fréquemment. De façon identique, en interurbain, la présence de poids lourds influence fortement l'écoulement (il s'agit de véhicules plus longs dont la vitesse est plus faible que celle des véhicules légers).

Il existe deux voies possibles pour introduire plusieurs classes de véhicules dans le modèle hybride :

- soit on conserve une représentation uniforme du trafic dans le modèle représentant le flux et on différencie les véhicules selon leur type lors de leur génération dans la zone véhiculaire en affectant des proportions pour chaque classe (on créera un poids lourd tous les cinq véhicules par exemple) ;
- soit on modifie le modèle représentant le flux afin de différencier le trafic par classes, et on adapte le schéma de couplage afin que les véhicules créés à l'interface flux/véhicule correspondent à la composition du trafic entrant.

Cette deuxième solution est le prolongement de recherches menées au LICIT qui consistent à introduire dans le modèle STRADA différentes classes de véhicules. Dans [Lebacque, et al., 1998 ; Giorgi, 2002], les bus sont considérés comme ponctuels (ils sont donc individualisés) et leur influence sur l'écoulement des autres véhicules est modélisée sous la forme d'une restriction de capacité mobile. Dans [Chanut et Buisson, 2003], les auteurs décomposent le flux en deux classes de véhicules (poids lourds et véhicules légers) en tenant explicitement compte de leur différence en termes de longueur et de vitesse, ce qui transforme l'équation scalaire du modèle LWR en un système de deux équations. Il est alors possible, en appliquant le schéma de Godunov, de développer une discrétisation spatio-temporelle de ce nouveau modèle similaire à celle que nous avons présenté dans le chapitre II.

Les problèmes posés par ces deux solutions concernant le schéma de couplage sont de même nature. Dans les deux cas, il se pose la question de savoir comment individualiser des proportions de véhicules et comment définir un principe de conservation de ces proportions. Prenons l'exemple simple suivant : si, à l'interface flux/véhicule, le débit pour un pas de temps de flux est tel que 4 véhicules doivent être créés, et que le flux se compose à 80% de véhicules légers et 20% de poids lourds, comment peut-on créer 4/5 de poids lourds et 16/5 de véhicules légers ?

Les solutions à ce genre de questions sont loin d'être triviales et nous laissent penser que ce type d'extension nécessite des modifications du schéma de couplage relativement importantes. Par exemple, on pourrait introduire à l'entrée de la cellule de transition flux/véhicule un sas de transition par type de véhicule, ce qui permet d'agréger des portions de véhicule sur plusieurs pas de temps et d'attendre que la somme de ces portions soit supérieure à 1 pour générer un véhicule. Le principal défaut de cette solution est qu'elle introduit un décalage temporel dans la transmission de l'information !

### **IV.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons développé deux modèles hybrides homogènes fondés sur le modèle LWR. Nous nous sommes assurés de la validité de ces deux modèles en appliquant la méthode proposée dans le chapitre III. Enfin, nous avons analysé les capacités d'extension de chacun.

Il est ainsi apparu que le modèle hybride homogène fondé sur la résolution continue en espace-temps est un modèle idéal dans le sens où il respecte parfaitement les propriétés fondamentales que nous avons définies dans le chapitre III. En revanche, il est apparu de nombreuses difficultés pour ajouter des extensions à ce modèle.

Le modèle hybride homogène fondé sur la discrétisation spatio-temporelle est moins idéal car il introduit des erreurs (qui restent cependant très localisées) dans la propagation de l'information aux interfaces. En revanche, il présente diverses possibilités d'extension. La principale raison est la « souplesse » de son schéma de couplage qui permet d'adapter le modèle hybride aux différents besoins.



# Chapitre V : Extension du modèle hybride : introduction des aspects stochastiques

Dans ce chapitre, nous allons développer une des extensions du modèle hybride homogène proposée dans le chapitre précédent : il s'agit de l'introduction d'aspects stochastiques. Les raisons de ce choix sont les suivantes. Tout d'abord, et il s'agit là de la principale raison, ce type d'extension est un des arguments qui a été avancé dans le chapitre III en faveur du développement d'un modèle hybride. Par ailleurs, dans l'analyse des différentes extensions que nous avons menée dans le chapitre précédent, il est apparu que cette extension du modèle hybride homogène est facilement réalisable.

Rappelons que l'intérêt d'introduire des distributions dans le modèle représentant les véhicules est de mieux prendre en compte la diversité de comportement des usagers dans la modélisation de certains éléments spécifiques d'un réseau comme les carrefours giratoires, les bretelles autoroutières, les gares de péage, ... Nous avons vu dans le chapitre II que les aspects stochastiques du trafic peuvent conditionner le fonctionnement global de ces éléments, et qu'il est relativement difficile d'introduire leurs effets dans les modèles représentant le flux. Un modèle hybride stochastique apparaît alors comme un moyen d'accroître les possibilités applicatives du modèle représentant le flux en rendant possible une meilleure représentation de ces éléments singuliers de réseau par l'intermédiaire du modèle à représentation véhiculaire.

Ce chapitre se compose de deux parties. Dans la première, nous présenterons une méthode d'introduction des aspects stochastiques dans le modèle hybride et nous montrerons quelles sont les conséquences des modifications apportées au schéma de couplage sur ses propriétés fondamentales. Dans la seconde partie, nous étudierons les résultats numériques du modèle hybride stochastique ainsi obtenu afin de voir quelle est l'influence des distributions introduites sur les résultats du modèle hybride.

## V.1 Méthode d'introduction des aspects stochastiques dans le modèle hybride homogène

### V.1.1 Choix des variables à distribuer

La première étape dans l'introduction de distributions est le choix des variables à distribuer. Ce choix est intimement lié à la façon dont ces distributions vont se propager dans le réseau. Par exemple, nous avons montré dans le chapitre II qu'une distribution sur

les intervalles se propage assez mal dans le réseau : dès que l'on s'éloigne de l'entrée où cette distribution est introduite, les véhicules tendent à s'espacer uniformément.

Dans le processus de génération des véhicules, différents paramètres peuvent être distribués : l'intervalle de temps entre deux générations, la vitesse du véhicule à sa création et le comportement individuel du véhicule. Afin de créer en tout point du réseau une distribution d'arrivée des véhicules qui soit proche de celle observée en réalité, nous choisissons de distribuer les intervalles et la vitesse désirée des véhicules<sup>44</sup>.

Dans le modèle de Poschinger [Poschinger et al., 2002], les auteurs introduisent également une distribution des vitesses des véhicules à la génération. L'introduction d'une telle distribution pose néanmoins un certain nombre de problèmes. Notamment, il est relativement difficile de définir et de s'assurer de la conservation de ces vitesses. Dans leur article, les auteurs développent un algorithme permettant de s'assurer que la moyenne des vitesses des véhicules créés est égale à la vitesse du flot pour chaque pas de temps de flux, mais cet algorithme est relativement complexe. Comme il y a une corrélation évidente entre la vitesse du véhicule et l'intervalle qui le sépare du précédent, il est nécessaire de corriger les vitesses à la génération afin qu'elles soient en accord avec la distribution des intervalles.

Dans le cadre de cette thèse, nous choisissons de ne pas distribuer les vitesses des véhicules à la génération. En effet, une telle distribution complexifie le processus de génération des véhicules sans pour autant avoir de réelles justifications. Dans le modèle hybride que nous avons développé, la présence d'une zone de transition permet aux véhicules d'adapter leur vitesse à l'espacement : si le véhicule est assez éloigné du véhicule devant lui, il va accélérer (inversement, il va décélérer si le véhicule est assez proche), ce qui va générer une distribution des vitesses à l'entrée du tronçon où s'applique le modèle à représentation véhiculaire. Par ailleurs, le modèle à représentation véhiculaire que nous avons choisi est relativement spécifique. La vitesse de chaque véhicule ne dépend que de l'espacement (et non de la valeur de la vitesse au pas de temps véhiculaire précédent), ce qui rend inutile toute distribution des vitesses des véhicules à leur génération car celle-ci ne s'appliquerait qu'au premier pas de temps après la génération.

Dans la suite de cette partie, nous allons montrer comment sont introduites les distributions de la vitesse désirée et des intervalles dans le schéma de couplage du modèle hybride homogène et quels sont les effets de ces distributions sur la modélisation.

### **V.1.2 Introduction d'une distribution des vitesses désirées**

Dans le chapitre II, nous avons vu que la loi normale est généralement utilisée pour décrire la distribution des vitesses désirées. Rappelons que la probabilité qu'un véhicule ait une vitesse désirée égale à  $v$  est :

---

<sup>44</sup> Nous avons montré dans le chapitre II qu'en fonction du type de distribution et des conditions de trafic, la combinaison de ces deux distributions permet de propager dans le réseau une distribution des intervalles qui reste assez proche de celle introduite en entrée.

$$P(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2\sigma^2}}$$

$\bar{v}$  étant la vitesse désirée moyenne et  $\sigma^2$  la variance.

### ***V.1.2.a Méthode d'introduction de la distribution***

Afin de distribuer la vitesse désirée des véhicules, il suffit de tirer à chaque génération de véhicule une valeur dans cette distribution et de l'affecter au véhicule créé en modifiant sa fonction  $V_e$ . Ainsi, cette distribution des vitesses désirées génère des véhicules plus ou moins rapides.

Il est intéressant de noter que dans ce cas, il n'est pas nécessaire de modifier le reste du schéma de couplage. Notamment, il ne se pose pas de problème de conservation comme nous en avons rencontré dans le chapitre précédent. La distribution des vitesses désirées étant supposée constante pour toute la durée de la simulation, il n'est pas nécessaire d'imposer que la moyenne des vitesses libres sur un pas de temps de flux soit égale à la moyenne de la distribution. Plus le nombre de véhicules créés augmente, plus la moyenne des vitesses désirées est proche de la moyenne de la distribution.

Afin que les vitesses désirées ainsi obtenues restent physiquement acceptables, nous proposons de borner la distribution normale. D'après [Gerlough et Huber, 1975], les vitesses désirées mesurées expérimentalement sont généralement comprises entre 0,5 et 1,5 fois la moyenne de la distribution. Dans la suite de cette thèse, nous utiliserons ces valeurs pour borner la distribution des vitesses désirées.

### ***V.1.2.b Effets de cette distribution sur la modélisation***

Si l'introduction d'une distribution des vitesses désirées dans le modèle hybride homogène ne modifie pas le schéma de couplage, ses effets sur la modélisation sont relativement importants car elle introduit une différence de comportement assez forte entre les deux modèles couplés.

L'effet principal de cette distribution est la génération de pelotons de véhicules. Pour un même niveau de débit, les véhicules vont rouler plus ou moins vite en fonction de leur vitesse désirée. De ce fait, les véhicules lents vont gêner les véhicules rapides, et ainsi créer des pelotons de véhicules.

Pour illustrer ce phénomène, nous avons représenté sur la Figure V-1 les trajectoires fournies par le modèle hybride stochastique en prenant  $\bar{v} = 25 \text{ m/s}$  et  $\sigma = 0,17 \times \bar{v}$ , l'interface de génération des véhicules se situant à  $x = 0 \text{ m}$ .

Cet effet est directement lié à la distance à laquelle on observe les véhicules depuis leur génération et a déjà été étudié dans le chapitre II.

Par ailleurs, en situation stationnaire, le débit en sortie de la zone véhiculaire ne va plus être constant comme dans le cas homogène. En effet, le nombre de véhicules qui sortent de la zone véhiculaire pendant un pas de temps dépend de la formation de ces pelotons. Le débit va donc varier très fortement selon qu'un peloton s'est formé ou non. De

même, les valeurs de concentration dans les cellules de transition vont dépendre de ce phénomène.

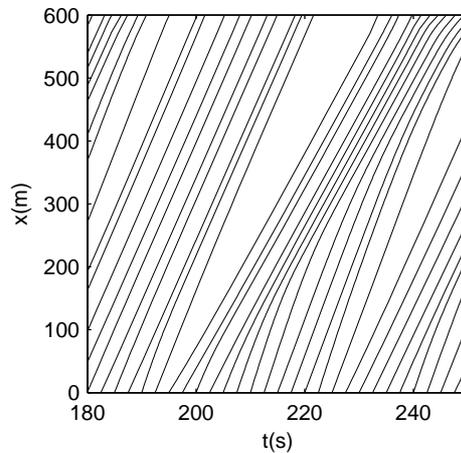


Figure V-1: Trajectoire des véhicules dans le modèle hybride avec une distribution des vitesses désirées

Un autre effet de cette distribution est la modification du comportement global de la zone véhiculaire. En effet, bien qu'il y ait autant de véhicules rapides que de véhicules lents (la distribution normale est symétrique), la gêne occasionnée par un véhicule lent est supérieure au gain apporté par un véhicule rapide. Ainsi, pour un même niveau de débit, le trafic est davantage congestionné dans le tronçon où s'applique le modèle à représentation véhiculaire. Nous étudierons cet effet plus en détail en V.1.3.b.

### V.1.3 Introduction d'une distribution des intervalles

Dans le chapitre II, nous avons vu que le type de distribution statistique adapté pour décrire la distribution des intervalles dépend des conditions de trafic : la distribution exponentielle négative décalée convient pour un trafic faible, la distribution d'Erlang pour un trafic dense.

Toutefois, dans la suite de cette thèse, par souci de simplicité, nous distribuerons les intervalles en utilisant une distribution exponentielle négative décalée quel que soit le niveau de débit. En effet, différencier le type de distribution en fonction des conditions de circulation complexifie le problème de l'introduction des distributions dans le modèle hybride sans pour autant modifier les conclusions auxquelles on aboutit.

#### V.1.3.a Méthode d'introduction de la distribution

##### V.1.3.a.(i) Distribution des instants prévus de génération

Afin d'introduire ce type de distribution dans le schéma de couplage du modèle hybride homogène, il est nécessaire de modifier le calcul des  $\tau_i^c$  (instants prévus de génération des véhicules pour un pas de temps de flux). Dans le cas homogène, ces instants sont calculés en fixant l'intervalle entre deux créations de véhicules (noté  $h_i$ ) comme l'inverse de la demande. Pour introduire une distribution, nous proposons tout simplement

de modifier ce calcul et de tirer au début de chaque pas de temps les intervalles  $h_i$  dans la distribution choisie (en fixant la moyenne de la distribution  $\bar{h}$  égale à l'inverse de la demande). Ainsi, les instants de génération ne sont plus répartis de façon homogène pour le pas de temps mais sont au contraire issus de la distribution d'intervalles, comme le montre la Figure V-2.

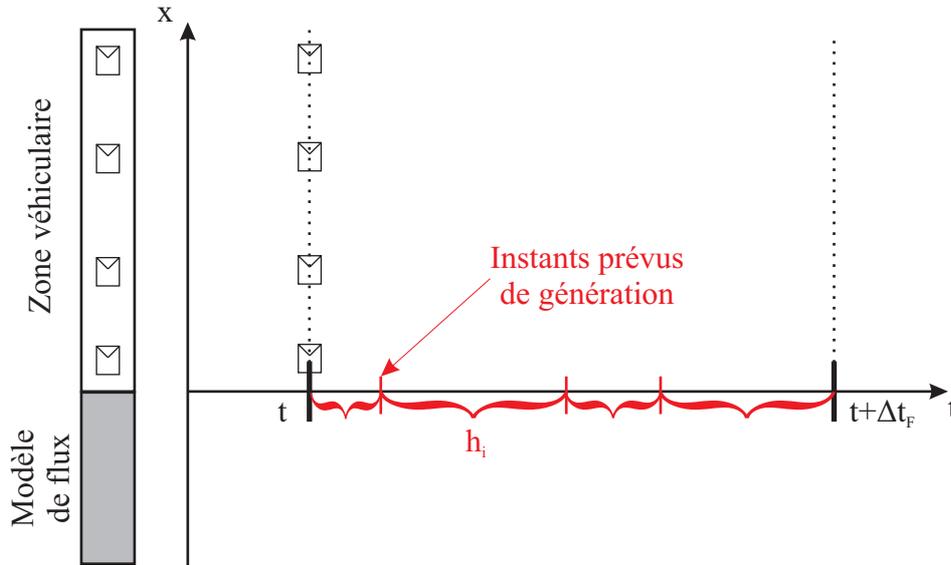


Figure V-2: Distribution des instants prévus de génération des véhicules

#### V.1.3.a.(ii) Modification de la procédure de génération des véhicules

Toutefois, cette modification n'est pas sans conséquences sur la procédure de génération des véhicules. Rappelons que les instants  $\tau_i^c$  sont des instants prévus de génération, et que la création réelle d'un véhicule dépend également des conditions de trafic en aval. Dans le cas homogène, nous avons défini l'offre locale en aval en imposant comme contrainte pour la génération d'un véhicule que l'espacement entre l'entrée et le dernier véhicule de la zone véhiculaire (noté  $s_i$ ) soit supérieur ou égal à l'espacement d'équilibre correspondant à la vitesse du dernier véhicule (noté  $s_e(\dot{x}_{i-1})$ ).

En distribuant les intervalles, il n'est plus possible d'imposer directement cette contrainte. L'hypothèse que nous avons faite dans le cas homogène (qui consiste à supposer que le véhicule à générer est à l'équilibre et dans le même état que le dernier véhicule) ne tient plus lorsque les instants de génération sont distribués. En effet, si les générations sont stochastiques, il doit être possible de générer des véhicules qui ne sont pas à l'équilibre. Or, la définition de l'offre locale issue du modèle homogène empêche la génération des véhicules lorsque les intervalles sont inférieurs à l'intervalle moyen, ce qui tronque la distribution des intervalles et limite artificiellement le débit.

Il est donc nécessaire de redéfinir la notion d'offre locale afin de l'adapter au cas du modèle hybride stochastique. Etant donnée la nature aléatoire de la génération, il est relativement difficile de donner une définition qui soit parfaitement satisfaisante.

Nous allons présenter trois possibilités de définition de cette offre. Pour chacune d'entre elles, nous étudierons l'effet de la modification de la procédure de génération des véhicules sur la propagation de l'information dans le modèle hybride. Afin de caractériser cet effet, nous proposons d'étudier les résultats fournis par le modèle hybride stochastique dans le cas homogène<sup>45</sup>. Nous choisissons le scénario déjà présenté dans le chapitre précédent dans lequel un tronçon de route est bloqué en sortie pendant un certain temps. L'intérêt de ce scénario est qu'il permet d'étudier à la fois une remontée de congestion vers l'amont ainsi que la propagation d'une information vers l'aval.

### **Définition minimale de l'offre**

La première solution que nous proposons d'étudier consiste à imposer une contrainte minimale sur l'espacement à la génération des véhicules afin de ne pas perturber le processus stochastique de génération des véhicules. On se contente d'imposer que le processus de génération des véhicules n'engendre aucune collision : pour qu'un véhicule soit créé, l'espacement  $s_i$  qui se trouve devant lui doit être suffisant pour qu'il ait le temps de réagir en cas d'arrêt soudain du véhicule précédent. Dans le cas du modèle à vitesse optimale, il suffit d'imposer à l'espacement qu'il soit supérieur à l'espacement minimum  $s_{\min} = 1/K_x$ .

Nous avons déjà vu dans le chapitre précédent que cette définition de l'offre locale n'est pas réellement satisfaisante car elle conduit à générer des véhicules à vitesse nulle lorsque le trafic est congestionné. Par ailleurs, en intégrant cette définition de l'offre dans le modèle hybride, les débits observés lorsque l'information se propage vers l'aval oscillent, comme le montre la Figure V-3 (sur cette figure, nous avons représenté l'évolution du débit en entrée et en sortie des deux cellules de transition).

### **Couplage de la définition minimale et de la définition dans le cas homogène**

Afin de résoudre ces problèmes, nous proposons de coupler les deux solutions précédentes dans le but d'adapter au mieux la définition de l'offre locale aux conditions de trafic. Il s'agit de distinguer les cas où l'espacement est faible du fait d'une congestion de ceux issus de la distribution des intervalles. Nous proposons la définition de l'offre locale suivante : si  $t = \tau_i^c$ , la contrainte sur l'espacement est  $s_{\min}$ . Si  $t > \tau_i^c$ , le véhicule n'a pas pu être créé : on suppose alors que le véhicule est contraint par les conditions de trafic en aval, et que l'hypothèse que nous avons formulée dans le cas homogène est valide. Ainsi, le véhicule sera créé à l'équilibre dès que l'espacement  $s_i$  sera supérieur ou égal à  $s_e(\dot{x}_{i-1})$  (il s'agit là de la même contrainte que dans le cas homogène).

---

<sup>45</sup> Par « modèle hybride stochastique dans le cas homogène », on entend l'utilisation du schéma de couplage modifié pour intégrer les aspects stochastiques mais sans intégration des distributions statistiques à la génération des véhicules. Les intervalles entre véhicules et les vitesses désirées restent dans ce cas déterministes.

Il apparaît nettement sur la Figure V-4 que cette définition de l'offre locale de génération des véhicules ne convient pas car elle introduit davantage d'oscillations dans le débit lorsque l'information se propage vers l'aval.

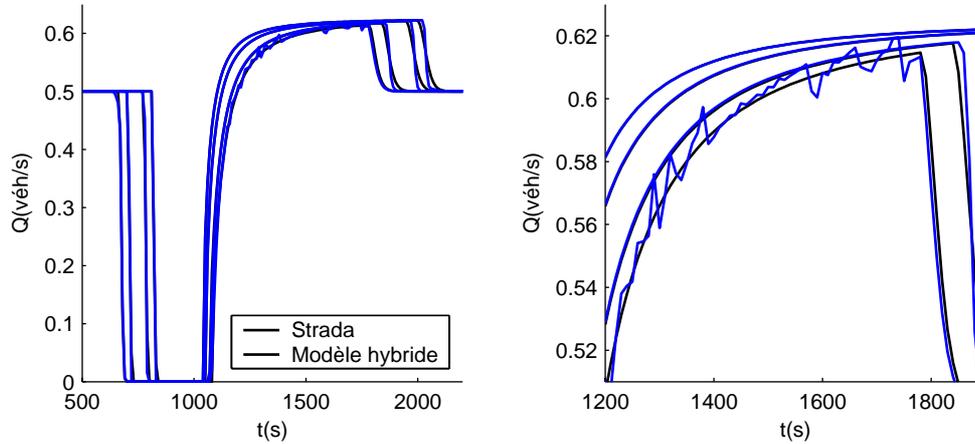


Figure V-3: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition minimale de l'offre locale de génération des véhicules

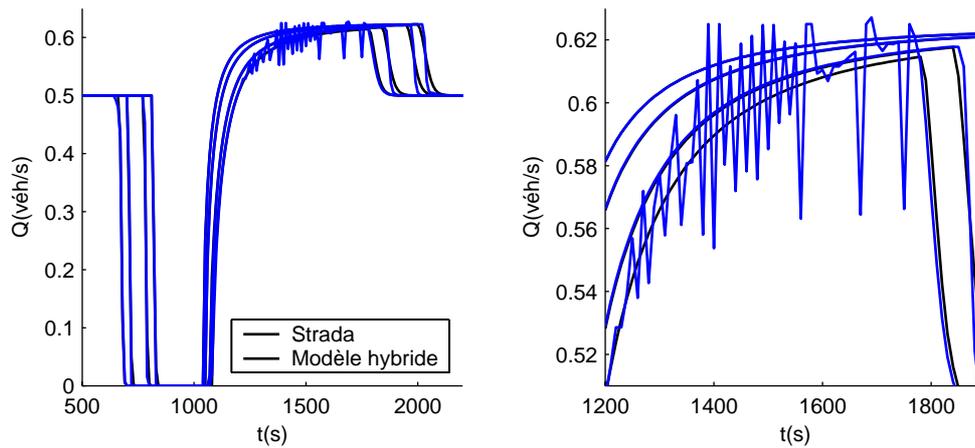


Figure V-4: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition couplée de l'offre locale de génération des véhicules

### Adaptation de la contrainte sur l'espacement à la distribution des intervalles

Une autre définition possible de l'offre locale de génération des véhicules est d'adapter la contrainte sur l'espacement à la distribution des intervalles. Dans le cas homogène, pour tout  $i$ ,  $h_i = \bar{h}$ , et un véhicule est créé dès que  $t \geq \tau_i^c$  et  $s_i \geq s_e(\dot{x}_{i-1})$ . Lorsque les intervalles sont distribués, nous avons vu précédemment que la contrainte  $s_i \geq s_e(\dot{x}_{i-1})$  ne convient plus car elle revient à tronquer la distribution des intervalles : si  $h_i < \bar{h}$ , en supposant que le véhicule  $i-1$  soit à l'équilibre, à  $t = \tau_i^c$ , on a nécessairement  $s_i < s_e(\dot{x}_{i-1})$ .

Nous proposons d'adapter la contrainte sur l'espacement au comportement stochastique des véhicules. Si l'intervalle entre deux véhicules est relativement court (c'est-à-dire plus petit que la moyenne,  $h_i < \bar{h}$ ), on peut supposer que le véhicule de queue accepte de rouler avec un espacement plus faible que la moyenne, et inversement. C'est la raison pour laquelle nous proposons que la contrainte sur l'espacement soit proportionnelle au rapport  $r_i = h_i / \bar{h}$  en définissant l'offre locale de génération des véhicules de la façon suivante : pour qu'un véhicule soit créé, il doit vérifier  $t \geq \tau_i^c$  et  $s_i \geq r_i \times s_e(\dot{x}_{i-1})$ .

Le principal avantage de cette définition est que la contrainte sur l'espacement dépend de la distribution des intervalles et ainsi prend en compte le comportement aléatoire des véhicules. Par ailleurs, elle reste continue avec la définition proposée dans le cas homogène. En effet, si  $h_i = \bar{h}$ , on retrouve la même contrainte. C'est la raison pour laquelle les résultats obtenus avec cette définition de l'offre locale sont identiques à ceux obtenus avec le modèle hybride homogène, comme le montre la Figure V-5.

Nous choisissons donc de retenir cette dernière définition de l'offre locale afin de modifier la procédure de génération des véhicules.

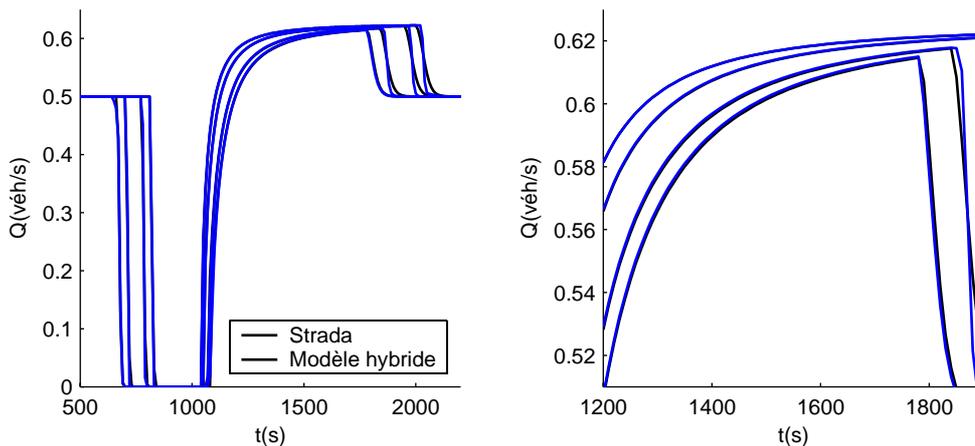


Figure V-5: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition de l'offre locale adaptée à la distribution des intervalles

### V.1.3.a.(iii) Modification de la distribution des temps prévus de génération

Introduire une distribution des intervalles dans la génération des véhicules pose un autre problème qui est celui du respect des conditions aux limites du modèle de flux. En effet, le modèle de flux impose en entrée de la zone véhiculaire une certaine demande qui correspond au nombre de véhicules qui veulent entrer dans cette zone pendant le pas de temps de flux. En distribuant les instants de génération, le nombre moyen de véhicules générés peut être supérieur ou inférieur à cette demande.

Il est alors nécessaire d'imposer que le nombre de véhicules que l'on prévoit de générer pendant un pas de temps de flux soit égal à celui imposé par le modèle de flux. Pour vérifier cette contrainte, il faut modifier le calcul des temps prévus de génération. Une

fois les intervalles  $h_i$  déterminés aléatoirement pour le pas de temps de flux, nous proposons de normer ces intervalles afin que leur somme soit égale au pas de temps de flux. On obtient ainsi les intervalles corrigés  $h'_i$  :

$$h'_i = h_i \times \frac{\Delta t_F}{\sum_{i=1}^n h_i}$$

C'est à partir de ces intervalles que sont calculés les instants prévus de génération.

Le fait de normer les intervalles introduit une modification de la distribution dont l'effet dépend directement de  $\Delta t_F$  et de la demande. Plus le nombre de véhicules générés par pas de temps est faible, plus la moyenne des intervalles tirés aléatoirement sur un pas de temps risque d'être éloignée de la valeur du pas de temps, et donc plus les  $h_i$  seront modifiés. Ces effets seront étudiés en V.2.5.

### V.1.3.b Effets de cette distribution sur la modélisation

Nous avons déjà montré dans le chapitre II qu'une distribution sur les intervalles se propage mal à travers le réseau car les véhicules ont tendance à revenir à l'équilibre. Ainsi, dès qu'on s'éloigne de l'entrée, les intervalles entre véhicules sont tous identiques, comme le montre la Figure V-6 de gauche (cette figure représente les trajectoires calculées par le modèle hybride stochastique avec une distribution exponentielle négative décalée).

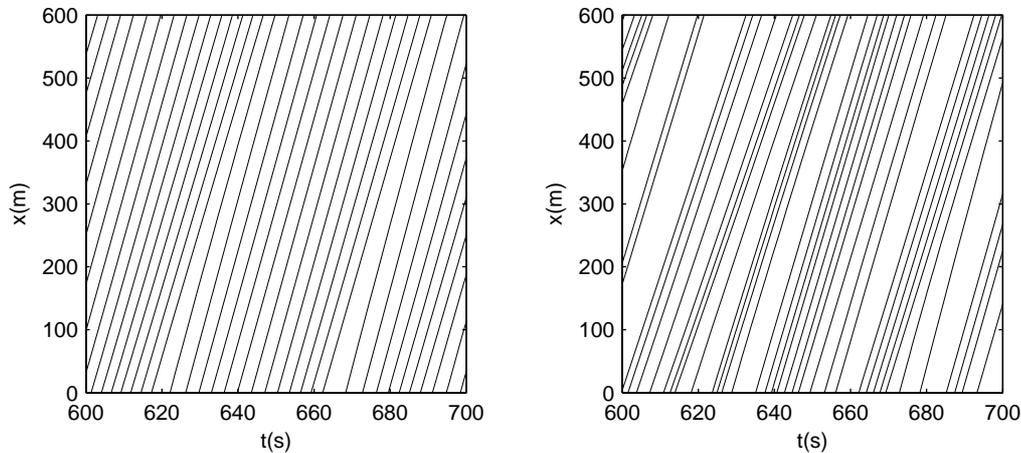


Figure V-6: Trajectoire des véhicules dans le modèle hybride : distribution des intervalles (figure de gauche), distribution des intervalles et des vitesses désirées (figure de droite)

Dans le chapitre II, nous avons montré que pour propager correctement cette distribution des intervalles, il est nécessaire de coupler distribution des intervalles et distribution des vitesses désirées, comme le montre la Figure V-6 de droite qui représente les trajectoires calculées par le modèle hybride stochastique avec une distribution des intervalles et une distribution des vitesses désirées.

### **V.1.4 Conclusion**

Dans cette partie, nous avons modifié le schéma de couplage proposé dans le chapitre précédent afin d'introduire une distribution sur les vitesses désirées et sur les intervalles entre véhicules à l'interface flux/véhicule. A chaque étape de la modification du schéma, nous avons tenté de réduire les effets de ses modifications sur ses propriétés fondamentales. Notamment, nous nous sommes assurés que la modification de la procédure de génération des véhicules n'avait pas d'effet sur la façon dont l'information se propage dans le modèle hybride dans le cas homogène.

## **V.2 Etude numérique du modèle hybride stochastique**

Dans cette deuxième partie, nous allons étudier les effets des distributions introduites sur le fonctionnement général du modèle hybride. Dans un premier temps, nous traiterons le problème du nombre de réplifications nécessaire pour déterminer le comportement moyen du modèle. Ensuite, nous étudierons les effets des distributions sur les résultats du modèle à représentation véhiculaire et sur ceux du modèle de flux. Enfin, nous verrons dans quelle mesure l'introduction de distributions modifie la façon dont l'information se propage à travers la zone hybride.

Nous étudierons également l'effet de la taille de la discrétisation du modèle représentant le flux sur la distribution d'intervalles.

### **V.2.1 Le problème du nombre de réplifications**

Dans le chapitre II, nous avons déjà présenté un certain nombre de difficultés liées à l'introduction de distributions dans un modèle à représentation véhiculaire. Nous avons notamment abordé le problème de la représentativité des résultats. Si on effectue plusieurs calculs numériques d'une même situation (c'est-à-dire avec des conditions initiales et des conditions aux limites identiques), les résultats fournis par le modèle hybride stochastique seront chaque fois différents du fait de la nature aléatoire de certaines variables<sup>46</sup>.

Chaque réplification correspond à une réalisation possible. Toute la difficulté est alors de savoir quel est le nombre de réplifications minimum permettant de s'assurer que les résultats obtenus sont représentatifs du fonctionnement moyen de l'infrastructure étudiée. A priori, une analyse statistique permet de déterminer ce nombre en fonction de la précision que l'on souhaite obtenir sur l'estimation de certaines variables et du niveau de confiance attendu. Ce type d'analyse est très rare dans le domaine de la modélisation du trafic. Le lecteur pourra se référer à [Ben-Akiva et al., 2000] pour en trouver un exemple.

Dans le cadre de cette thèse, nous ne nous lancerons pas dans une étude statistique détaillée du problème du nombre de réplifications. Une étude de ce type dépasse très largement le sujet de cette thèse et représente en soi un travail de recherche important (le caractère dynamique des sorties du modèle rend relativement complexe une telle étude). Nous aborderons donc ce problème de façon qualitative en observant pour une situation donnée le nombre de réplifications qui semble nécessaire.

---

<sup>46</sup> A condition bien évidemment que l'on ait pris la précaution de faire varier la racine du générateur aléatoire.

Afin d'observer les effets du nombre de réplifications sur les résultats moyens fournis par le modèle hybride stochastique, nous proposons de moyenniser les résultats obtenus pour un nombre  $n$  croissant de réplifications.

Le scénario que nous proposons d'étudier est celui d'une perturbation qui se propage vers l'aval. Les paramètres des distributions introduites sont les suivants. Pour la distribution des vitesses désirées, on fixe  $\sigma = 0,17 \times V_l$ , comme il est suggéré dans [Gerlough et Huber, 1975]. La distribution des intervalles est une distribution exponentielle négative décalée avec comme intervalle minimum  $\tau = 1 s$ . Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure V-7.

On souhaite alors observer à partir de quel nombre de réplifications l'évolution de la moyenne des concentrations fournit un comportement moyen de l'infrastructure. Pour  $n = 1$ , la concentration varie très fortement. Pour  $n = 10$  et  $n = 20$ , on s'aperçoit que la moyenne des concentrations reste assez fortement fluctuante. A partir de  $n > 40$ , ces fluctuations s'atténuent, sans toutefois disparaître totalement. Par ailleurs, passé ce seuil, l'influence du nombre de réplifications semble beaucoup moins importante. La courbe de concentration moyenne pour  $n = 60$  est très proche de celle pour  $n = 100$ .

A partir de cette analyse, il nous semble qu'un nombre d'environ 50 réplifications soit suffisant pour obtenir des résultats moyens qui soient significatifs du fonctionnement de l'infrastructure.

Cette étude qualitative est évidemment insuffisante pour tirer des conclusions définitives sur le nombre de réplifications à effectuer. Toutefois, elle permet de donner un ordre de grandeur de ce nombre. Dans la suite de cette thèse, nous considérerons qu'un nombre de 50 réplifications est suffisant pour déterminer le comportement moyen de l'infrastructure dans diverses situations, en gardant néanmoins à l'esprit qu'il ne s'agit là que d'une première approximation.

### **V.2.2 Effets des aspects stochastiques sur le comportement global de la zone véhiculaire**

Comme nous l'avons déjà signalé dans la première partie de ce chapitre, l'introduction d'une distribution sur les vitesses désirées et sur les intervalles modifie le comportement global de la zone véhiculaire. Les résultats de la Figure V-7 montrent nettement que pour un niveau de débit donné, la concentration moyenne sur les deux cellules de transition est supérieure à la concentration d'équilibre correspondant à ce débit.

Afin de caractériser cette modification du comportement global de la zone véhiculaire, nous proposons de tracer le diagramme fondamental associé au modèle à représentation véhiculaire dans le cas stochastique. Il s'agit de déterminer la concentration moyenne pour différents niveaux de débit et de comparer le diagramme ainsi obtenu avec le diagramme fondamental introduit initialement dans le modèle à représentation véhiculaire (qui est par ailleurs identique à celui du modèle représentant le flux).

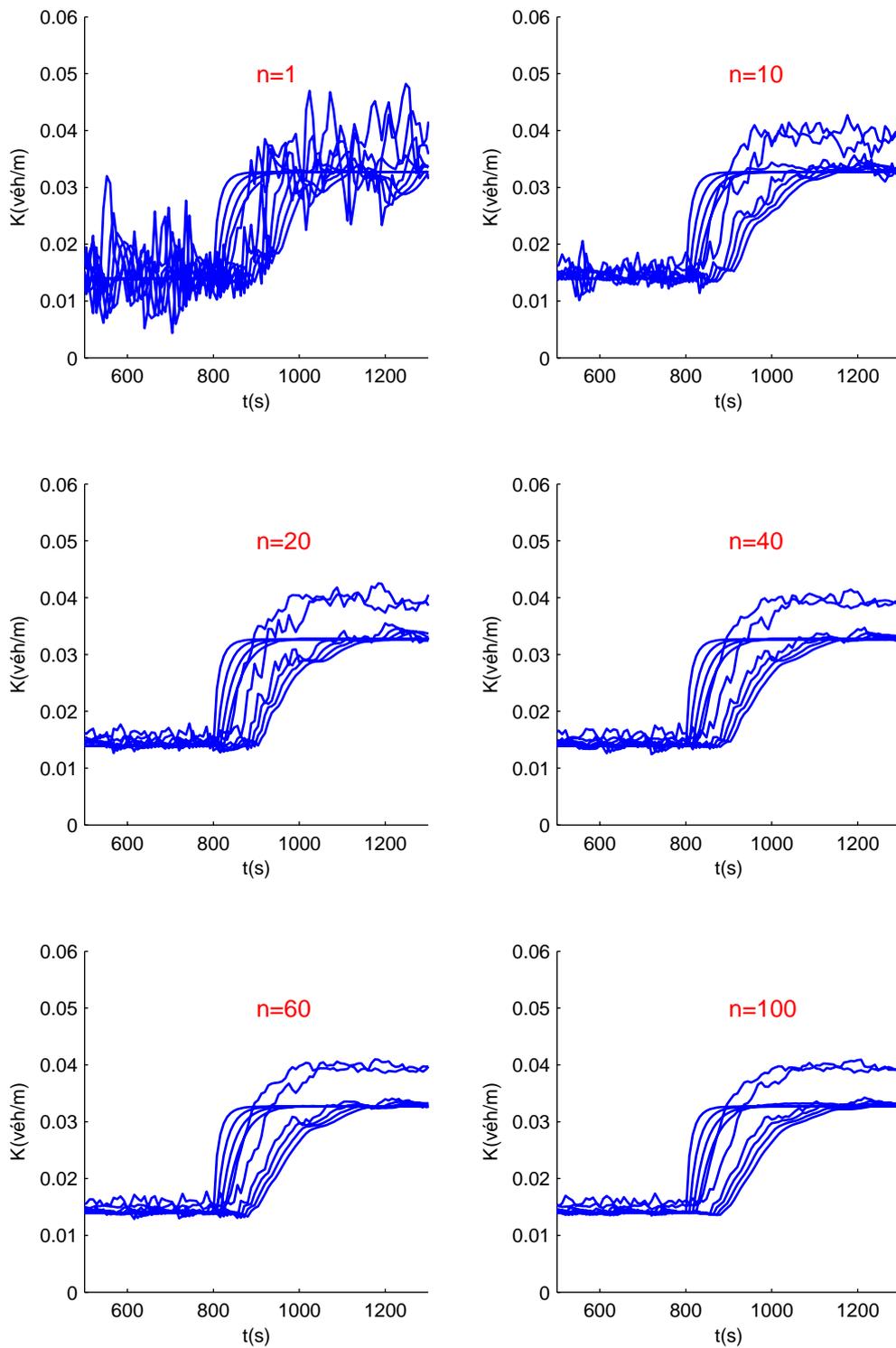


Figure V-7: Résultats du modèle hybride stochastique dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval moyennés pour différents nombres de répliques

Afin de déterminer la concentration moyenne liée à un certain niveau de débit, nous proposons la méthode suivante. On charge le réseau avec une demande constante en entrée. On suppose qu'au bout d'un certain temps, le réseau est chargé. On considère la

concentration sur la cellule de transition flux/véhicule. Afin de déterminer la valeur de la concentration moyenne, il est nécessaire de calculer la moyenne de la concentration sur plusieurs pas de temps. Il se pose alors à nouveau la question de savoir quel est le nombre de pas de temps nécessaires pour que la moyenne ainsi estimée soit correcte. Nous adoptons à nouveau une approche qualitative en représentant l'évolution de cette moyenne avec le nombre de pas de temps. Sur la Figure V-8, nous avons représenté la moyenne de la concentration en fonction du nombre de pas de temps utilisés pour calculer cette moyenne. On représente donc :  $k(j) = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j k_i$ .

Il apparaît que pour un nombre supérieur à 1500 pas de temps, la concentration moyenne varie très peu. On retrouve ce résultat quel que soit le niveau de débit. Les valeurs de concentration moyenne seront donc calculées pour un nombre de pas de temps égal à 1500.

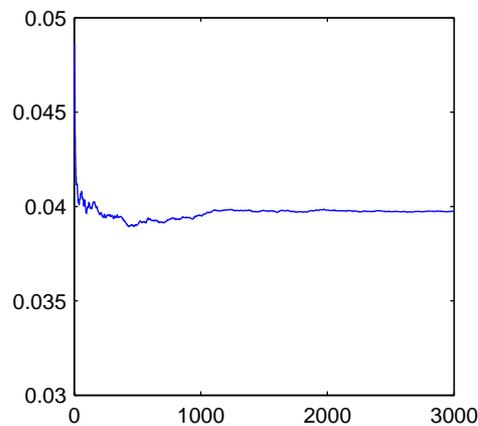


Figure V-8: Evolution de la concentration moyenne en fonction du nombre de pas de temps

En effectuant le calcul précédent pour différents niveaux de la demande en entrée, on obtient la courbe en situation fluide du diagramme fondamental. Pour déterminer la concentration moyenne pour les états congestionnés, nous faisons varier l'offre en aval. Le diagramme fondamental ainsi obtenu est représenté sur la Figure V-9. Nous avons également représenté le diagramme fondamental introduit initialement, c'est-à-dire celui qui correspond au modèle représentant le flux. Il en ressort que le comportement global de la zone véhiculaire avec distributions est davantage contraint : pour un même niveau de débit, la vitesse des véhicules est inférieure, donc la concentration supérieure. Par ailleurs, la capacité (ou débit maximum) de la voie est moindre. En effectuant un ajustement du diagramme du modèle à représentation véhiculaire stochastique par une parabole, on obtient les paramètres suivants :  $K_x = 0,1 \text{ véh}/m$ ,  $V_l = 23,28 \text{ m}/s$ , et donc  $Q_x = 0,582 \text{ véh}/s$  (pour le modèle représentant le flux,  $K_x = 0,1 \text{ véh}/m$ ,  $V_l = 25 \text{ m}/s$  et donc  $Q_x = 0,625 \text{ véh}/s$ ).

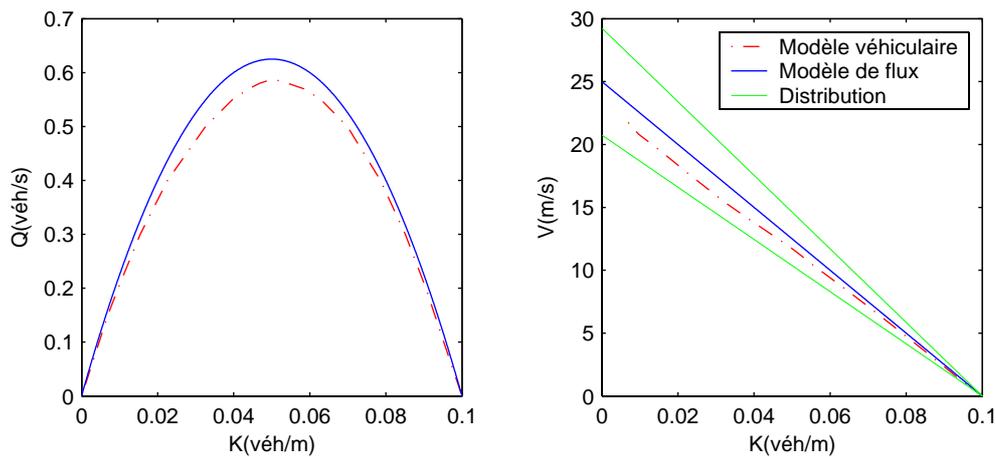


Figure V-9: Diagramme fondamental de la zone véhiculaire

Ces résultats ont été obtenus en calculant la concentration moyenne sur la cellule de transition flux/véhicule avec un pas d'espace  $\Delta x = 200 \text{ m}$ . Toutefois, comme nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, les distributions se « déforment » pendant la progression des véhicules. De ce fait, le diagramme fondamental du modèle à représentation véhiculaire sur la cellule de transition véhicule/flux est différent de celui présenté précédemment. Pour ne prendre qu'un exemple, la concentration moyenne pour une demande de  $0,45 \text{ véh/s}$  est de  $0,027 \text{ véh/m}$  sur la cellule de transition flux/véhicule et de  $0,028 \text{ véh/m}$  sur la cellule de transition véhicule/flux. Il est donc impossible de déterminer précisément le comportement moyen du modèle à représentation véhiculaire car celui-ci dépend de la distance à laquelle on observe le modèle par rapport à l'interface de génération des véhicules.

Dans la suite de cette thèse, nous considérerons que le comportement moyen du modèle correspond à celui observé sur le tronçon modélisé par le modèle à représentation véhiculaire car il s'agit du tronçon sur lequel on souhaite appliquer ce modèle, les cellules de transition n'étant là que pour permettre la transmission de l'information entre les modèles couplés. En effectuant le même travail que précédemment, on obtient comme paramètres du diagramme fondamental :  $K_x = 0,1 \text{ véh/m}$  et  $V_l = 23,2 \text{ m/s}$ , d'où  $Q_x = 0,58 \text{ véh/s}$ . Comme la distribution d'intervalles varie en fonction de la distance par rapport à l'entrée du réseau, ces valeurs dépendent de la taille de la discrétisation. Celles-ci ont été déterminées pour  $\Delta x = 200 \text{ m}$  et  $\Delta t = 8 \text{ s}$ .

Il existe alors deux choix possibles : soit on décide de modéliser le réseau avec des modèles dont le comportement est différent, auquel cas il est nécessaire de prendre en compte cette modification du comportement global de la zone véhiculaire dans l'analyse du modèle hybride stochastique, soit on modifie le diagramme fondamental des modèles afin que celui de la représentation véhiculaire soit en moyenne identique à celui du modèle représentant le flux. Dans ce cas, seule la variabilité du trafic va différer d'un modèle à l'autre, leur comportement moyen étant identique.

En V.2.4, nous verrons quelles sont les conséquences de ce choix sur la façon dont l'information se propage dans le modèle hybride.

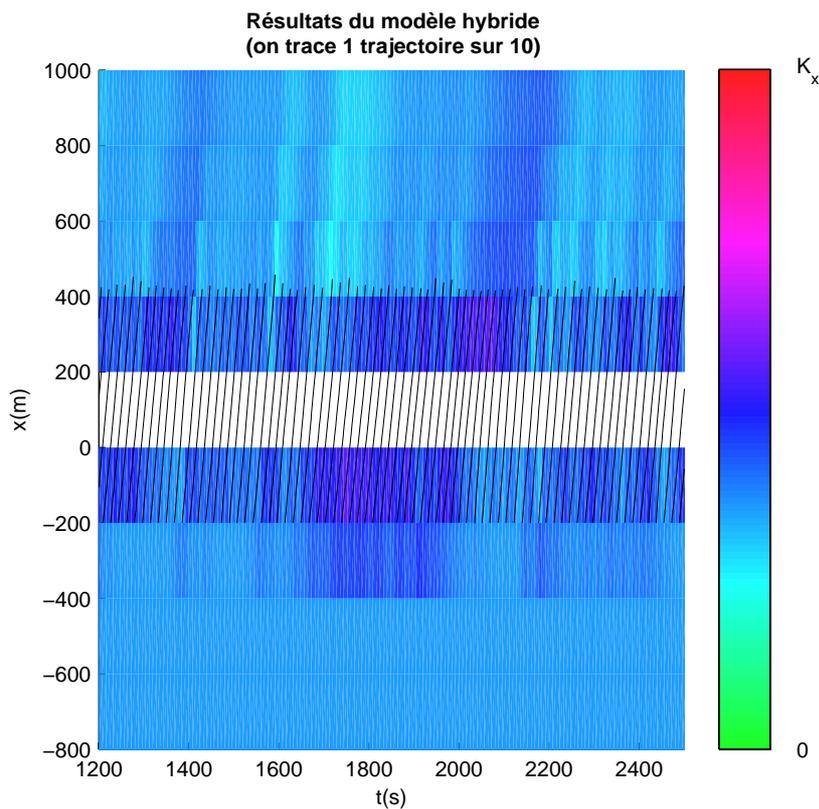
### V.2.3 Effets des aspects stochastiques sur le modèle représentant le flux

L'introduction de distributions dans le modèle à représentation véhiculaire a également des effets sur les tronçons modélisés par le modèle représentant le flux. Nous avons déjà montré précédemment qu'une conséquence directe de ces distributions était de créer des pelotons de véhicules, et ainsi de rendre fluctuant le débit et la concentration sur les cellules de transition ainsi qu'en aval de la zone hybride. Nous avons également montré que ces fluctuations rendent plus difficile l'exploitation des résultats fournis par le modèle hybride en posant le problème du nombre de réplifications.

Une autre conséquence de l'introduction de ces distributions est la possibilité que des congestions locales apparaissent et se propagent vers l'amont. Dans le cas homogène, tant que le débit d'entrée est inférieur à l'offre en sortie, aucune congestion ne se crée. Lorsque la génération des véhicules est stochastique, il est possible qu'un véhicule particulièrement lent crée derrière lui un peloton relativement important, et ainsi crée localement une gêne à l'écoulement. Un exemple de ce type est représenté sur la Figure V-10 où il apparaît une congestion qui se propage jusqu'à la première cellule de flux en amont de la zone hybride, puis se résorbe. Ce phénomène est lié au niveau de débit : plus le débit est fort, plus la probabilité que des congestions locales apparaissent augmente. Une conséquence de ces congestions localisées est que le débit et la concentration en amont de la zone hybride peuvent également être fluctuants, et ce d'autant plus que le trafic est important.

Une autre conséquence de l'introduction de ces distributions est que le débit de sortie de la cellule de transition flux/véhicule et le débit d'entrée de la cellule de transition véhicule/flux peuvent prendre des valeurs qui sont supérieures à  $Q_x$ . Il s'agit là encore d'un effet dû à la création de pelotons de véhicules. Aux interfaces d'entrée et de sortie de la zone véhiculaire, les procédures de génération et de sortie des véhicules ont été créées afin que les débits d'entrée et de sortie de la zone véhiculaire et les concentrations des deux cellules de transition respectent les contraintes imposées par le modèle représentant le flux. En revanche, dans la zone véhiculaire, aucune procédure ne contraint la trajectoire des véhicules. Ainsi, lorsqu'un peloton de véhicules relativement important se crée dans la cellule de transition flux/véhicule, le débit peut atteindre localement en sortie de cette cellule des valeurs supérieures à  $Q_x$ . Il en est de même pour la cellule de transition véhicule/flux.

Il convient toutefois de noter que la concentration des segments de transition reste bornée entre 0 et  $K_x$ . En effet, ces concentrations sont calculées en comptant le nombre de véhicules présents sur le segment, nombre qui ne peut être ni négatif ni supérieur au nombre maximum de véhicules par segment.



### V.2.4 Effets des aspects stochastiques sur la propagation de l'information

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons montré que dans le cas homogène, le schéma de couplage du modèle hybride stochastique permet de propager l'information sans introduire d'effets indésirables. On souhaite à présent étudier l'effet des distributions sur la façon dont l'information se propage à travers la zone hybride.

Nous proposons alors de reprendre le scénario étudié dans le chapitre IV dans lequel une congestion se propage vers l'amont, puis se résorbe, et voir dans quelle mesure l'introduction des distributions modifie les propriétés du schéma de couplage. Les résultats du modèle hybride stochastique présentés sont issus de moyennes effectuées sur un nombre de 50 répliques, comme nous l'avons recommandé précédemment. Sur les figures, nous représenterons l'évolution de la concentration moyennée sur ces 50 répliques pour les 11 cellules qui composent le tronçon étudié. Nous rappelons que la cellule numérotée 6 est celle qui est modélisée par le modèle à représentation véhiculaire et que les cellules numérotées 5 et 7 sont respectivement la cellule de transition flux/véhicule et véhicule/flux.

Il convient ici de différencier deux cas selon que le diagramme fondamental des deux modèles est identique ou non. Dans le cas où le diagramme fondamental du modèle à représentation véhiculaire avec les aspects stochastiques est différent de celui du modèle représentant le flux, il apparaît sur la Figure V-11 que la différence de comportement entre

les deux modèles créent un décalage temporel de l'information pendant sa traversée de la zone hybride. Ce décalage est d'environ 5 s lorsque l'information se propage vers l'amont, et d'environ 15 s lorsqu'elle se propage vers l'aval. Par ailleurs, on observe une différence assez forte de l'évolution de la concentration sur les cellules 7 et 8 (qui sont respectivement la cellule de transition véhicule/flux et la cellule de flux aval).

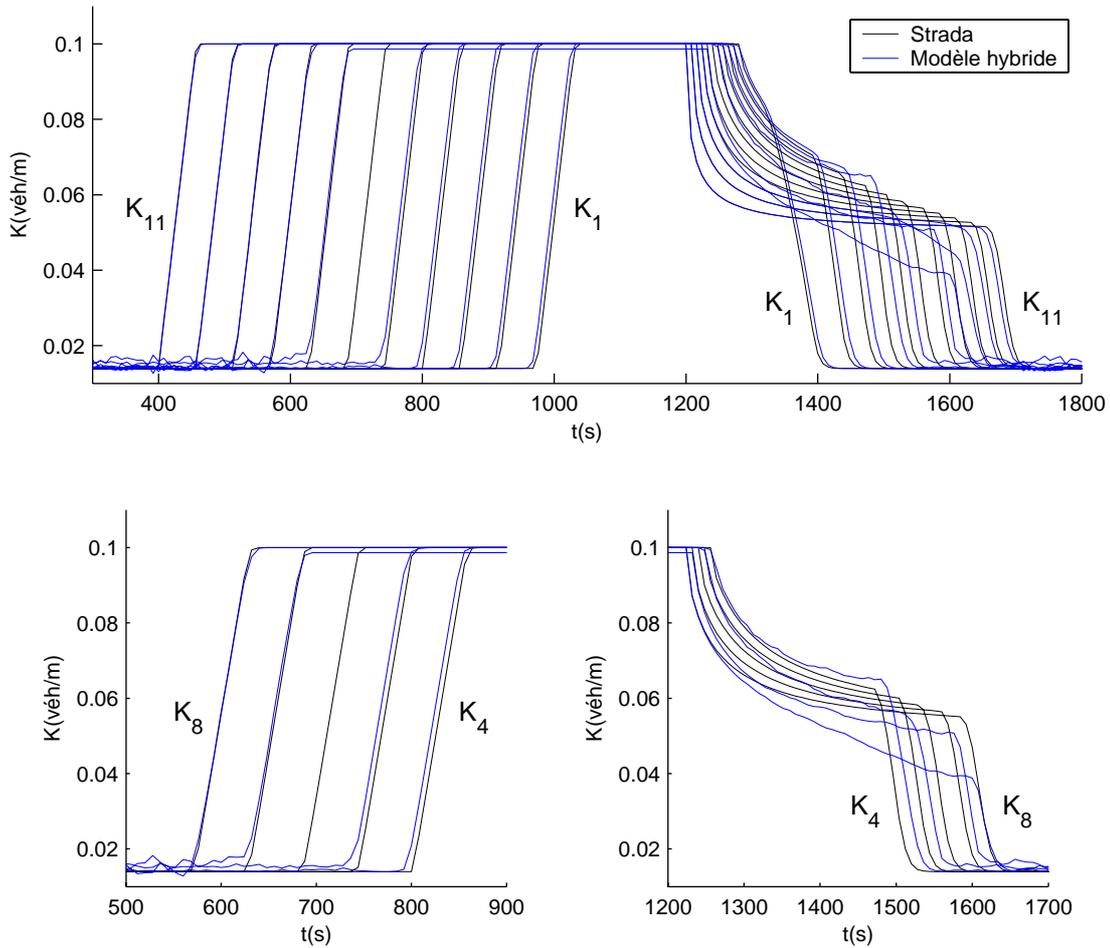


Figure V-11: Résultats du modèle hybride dans le cas où les diagrammes fondamentaux des modèles couplés sont différents

Dans le cas où les deux modèles ont un diagramme fondamental identique (la vitesse libre du modèle représentant le flux étant fixée à  $23,2 \text{ m/s}$ ), ce décalage temporel est fortement atténué, comme le montre la Figure V-12. Il est d'environ 2 s lorsque l'information se propage vers l'amont et reste inférieur à 5 s lorsqu'elle se propage vers l'aval. On remarque également que l'évolution de la concentration sur la cellule de transition véhicule/flux (numérotée 7) et sur la cellule de flux aval (numérotée 8) se rapproche de celle observée avec le modèle Strada.

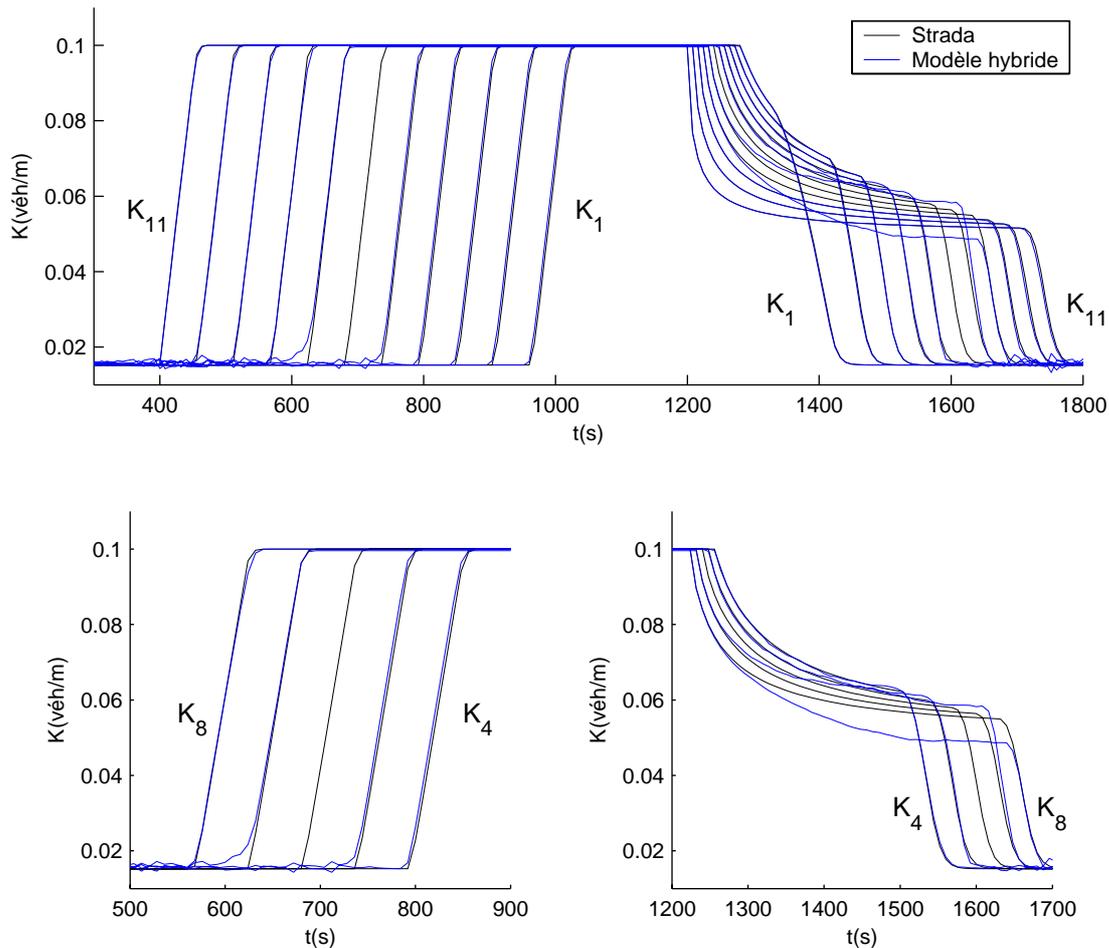


Figure V-12: Résultats du modèle hybride dans le cas où les diagrammes fondamentaux des modèles couplés sont égaux

Ces résultats prouvent que les décalages temporels observés dans le premier cas sont liés à la différence de diagramme entre les deux modèles. Dans le modèle à représentation véhiculaire, l'information se propage moins vite, ce qui explique les retards observés. Par ailleurs, si des retards persistent dans le cas où les deux diagrammes sont identiques, il s'agit là d'un effet de la modification du comportement du modèle à représentation véhiculaire avec la distance.

En revanche, il est relativement difficile d'expliquer les différences observées au niveau de la cellule de transition véhicule/flux et de la cellule de flux aval. L'explication qui nous semble la plus probable est la mauvaise adaptation de la procédure de sortie aux aspects stochastiques. En effet, dans le modèle hybride stochastique, les instants de sortie des véhicules demeurent déterministes, ce qui engendre un fonctionnement asymétrique du modèle. Lorsque deux véhicules ayant un intervalle faible (c'est-à-dire inférieur au créneau de sortie) se présentent en sortie, le second est retardé afin de respecter la contrainte d'offre. En revanche, lorsqu'ils se présentent avec un intervalle assez grand, le second ne modifie pas sa trajectoire. Le fait de retarder les véhicules ayant un intervalle faible crée localement de la congestion, ce qui explique que la concentration sur la cellule de transition véhicule/flux soit supérieure à celle que l'on aurait observé avec le modèle

Strada utilisé seul. Cette congestion de la cellule de transition due à une contrainte forte en sortie crée alors en aval (c'est-à-dire sur la cellule de flux aval) une zone plus fluide, ce qui explique que la concentration soit plus faible sur cette cellule avec le modèle hybride.

Toutes les tentatives qui ont été menées afin d'améliorer le fonctionnement du schéma de couplage en sortie n'ont pas permis de déboucher sur des solutions satisfaisantes. Notamment, il semble assez difficile (voire impossible) d'appliquer un principe similaire à celui que nous avons adopté en entrée (adaptation de la contrainte sur l'espacement à la distribution des intervalles).

### **V.2.5 Effets de la taille de la discrétisation sur la distribution d'intervalles**

L'objectif que l'on cherche à atteindre en introduisant des distributions sur les vitesses désirées et les intervalles est de reproduire les arrivées distribuées des véhicules au niveau de certains éléments du réseau dont le fonctionnement est en partie régie par ces aspects stochastiques. Par exemple, on cherche à reproduire l'arrivée stochastique des véhicules sur les branches d'un carrefour afin de modéliser les conflits sur ce carrefour.

Il est donc important de voir dans quelle mesure la distribution des intervalles sur le tronçon où s'applique le modèle à représentation véhiculaire est similaire à celle introduite en entrée de la zone véhiculaire. Rappelons que les trajectoires de véhicules sur les cellules de transition ne servent qu'à la transmission de l'information entre les modèles couplés. Seules comptent les trajectoires des véhicules sur le tronçon où s'applique le modèle à représentation véhiculaire<sup>47</sup>.

Il existe deux causes possibles de modification de la distribution des intervalles : la première est liée à la génération des intervalles en entrée du réseau, la seconde à la propagation des véhicules sur le réseau. Nous verrons dans la suite que la première est directement liée au pas de temps, la seconde au pas d'espace.

#### ***V.2.5.a Effets du pas de temps***

Nous avons vu précédemment que, dans le schéma de couplage, il est nécessaire de normer les intervalles issus du tirage aléatoire afin que le nombre de véhicules devant être générés par pas de temps soit identique à la demande imposée par le modèle représentant le flux. En modifiant ainsi les valeurs tirées aléatoirement, on modifie la distribution des intervalles qui est théoriquement introduite. Les effets de cette modification dépendent du nombre de véhicules créés par pas de temps (c'est-à-dire de la taille de la discrétisation et des conditions de trafic). Plus ce nombre est petit, plus le fait de normer les intervalles risque de modifier la distribution (plus on tire de valeurs dans une distribution, plus la moyenne de ces valeurs tend vers la moyenne de la distribution).

Afin d'illustrer ces modifications de la distribution des intervalles, nous avons représenté sur la Figure V-13 la distribution des intervalles calculés par le modèle hybride

---

<sup>47</sup> C'est en effet sur ce tronçon que l'on souhaite modéliser les éléments spécifiques de réseau pour lesquels une représentation plus fine du trafic est nécessaire.

à la génération des véhicules pour différentes valeurs du pas de temps et pour une valeur donnée de l'intervalle moyen (ici 3 s). En comparant la distribution théorique avec les distributions ainsi obtenues, il apparaît que plus le pas de temps est petit, plus la distribution est tronquée (par exemple, pour  $\Delta t = 4$  s, il y a très peu de valeurs de  $h_i$  plus grandes que  $\Delta t$ ) et plus la moyenne (ici 3 s) est surreprésentée. Inversement, plus le pas de temps est grand, plus la distribution observée tend vers la distribution théorique. On notera que pour des valeurs de  $\Delta t_F$  inférieures ou égales à  $H_{moyen}$ , la distribution observée s'apparente à une gaussienne.

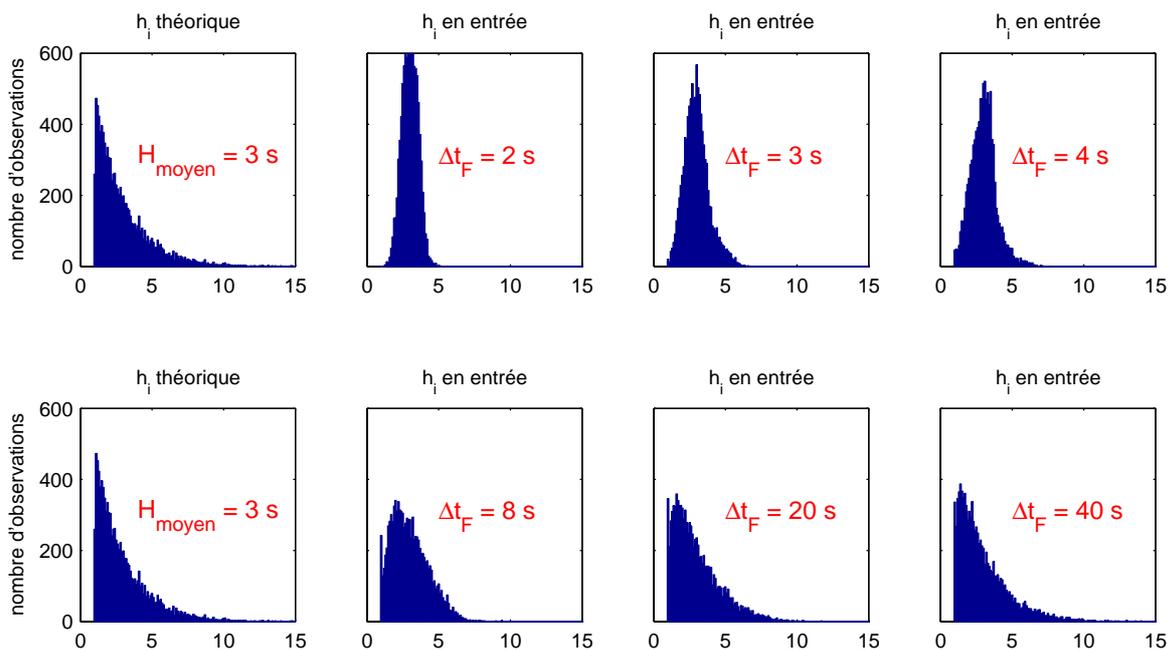


Figure V-13: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en fonction de la taille de la discrétisation pour  $H_{moyen} = 3$  s

Afin de bien montrer que ces effets sont liés non seulement au pas de temps mais aussi au niveau de débit, nous avons représenté sur la Figure V-14 le même type de courbe pour deux autres valeurs de l'intervalle moyen : 2 s et 10 s. Il apparaît alors que pour un pas de temps donné, plus l'intervalle moyen est grand, plus le fait de normer les intervalles modifie la distribution théorique.

Nous avons donc montré que la modification de la distribution d'intervalles à la génération des véhicules est directement liée au nombre de véhicules générés par pas de temps, c'est-à-dire à la valeur du pas de temps et au débit.

Comme le débit dépend des conditions de circulation, le seul paramètre sur lequel il est possible d'agir pour minimiser ces modifications des distributions est le pas de temps. Il ressort de l'analyse précédente que plus le pas de temps est grand, moins les distributions d'intervalles sont modifiées (on peut considérer que pour un pas de temps supérieur à 80 s, les modifications sont relativement faibles). Cependant, plus le pas de temps est grand,

plus il limite les possibilités applicatives du modèle : par exemple, des pas de temps de 80 s ne sont pas adaptés au milieu urbain où il est nécessaire d’avoir des pas de temps relativement faibles (de l’ordre de quelques secondes). Ainsi, pour des applications nécessitant l’utilisation d’un pas de temps assez faible, il conviendra de s’assurer que le niveau de débit est suffisant pour que les distributions d’intervalles soient peu modifiées.

Une solution pour résoudre ce problème de modification des distributions pourrait être d’imposer la contrainte de conservation des véhicules sur plusieurs pas de temps, ce qui permettrait d’avoir un horizon plus long sur lequel on impose la conservation. Toutes les tentatives menées pour développer cette solution n’ont pas permis de déboucher sur des solutions satisfaisantes, la principale difficulté venant du fait que la valeur du débit change à chaque pas de temps. On est donc obligé d’imposer la contrainte de conservation sur un seul pas de temps.

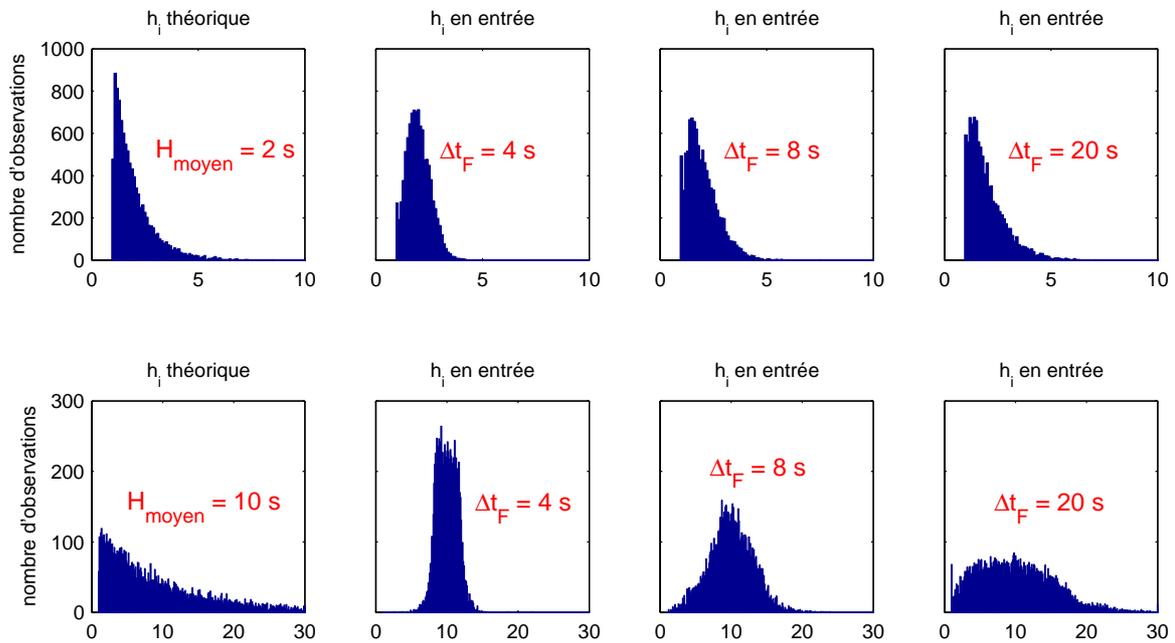


Figure V-14: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en fonction de la taille de la discrétisation pour  $H_{moyen} = 2 s$  et  $H_{moyen} = 10 s$

### V.2.5.b Effets du pas d’espace

Afin d’étudier l’influence de la propagation des véhicules sur la distribution des intervalles, nous avons représenté sur la Figure V-15 l’évolution de la distribution d’intervalles à travers le réseau pour un intervalle moyen donné. Sur cette figure, nous avons représenté les distributions d’intervalles observées en entrée et en sortie de la cellule de transition flux/véhicule. On retrouve ici un phénomène déjà observé dans le chapitre II : lorsque l’on s’éloigne de l’entrée, la distribution des vitesses désirées modifie elle aussi la distribution des intervalles du fait de la création de pelotons de véhicules. Cet effet est directement lié à la distance à laquelle on se place pour observer la distribution.

Ainsi, plus le pas d'espace est grand, plus la distribution d'intervalles que l'on observe à la sortie de la cellule de transition flux/véhicule est différente de celle introduite en entrée. Pour minimiser cet effet, le pas d'espace doit être relativement petit.

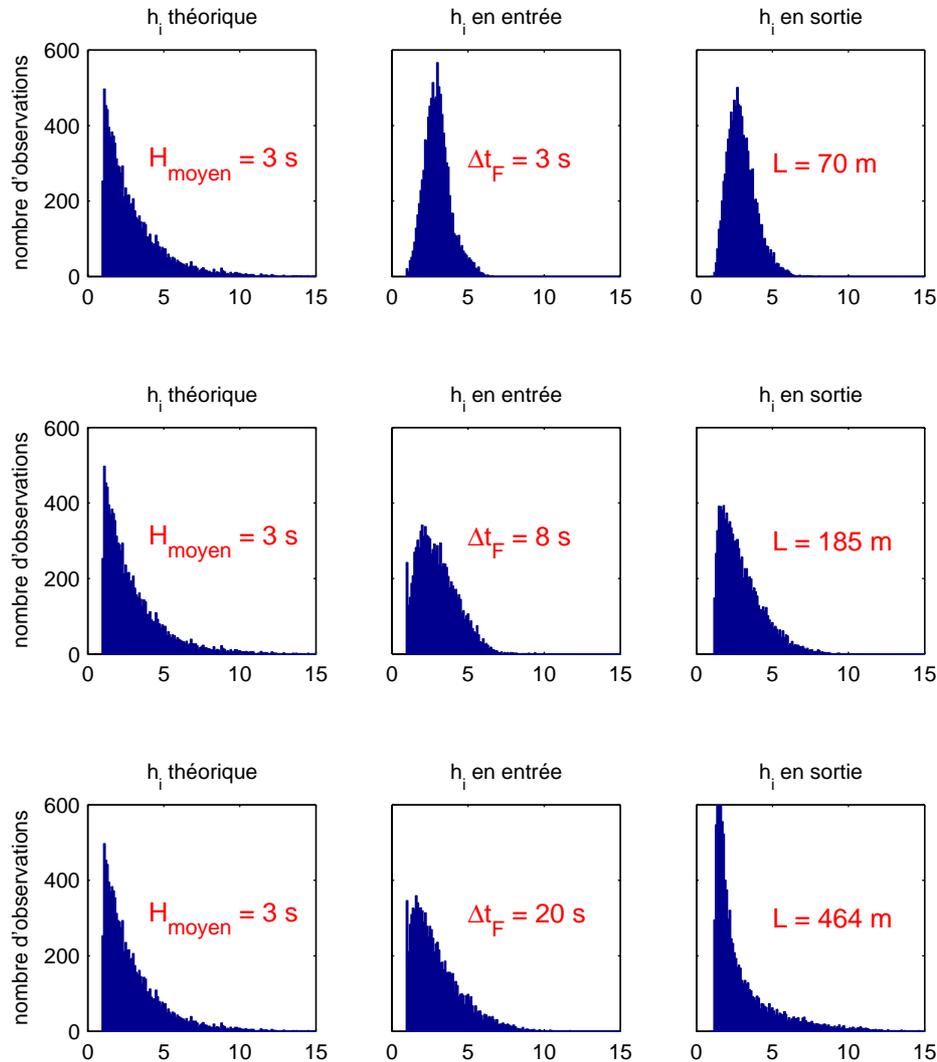


Figure V-15: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en entrée et en sortie de la cellule de transition flux/véhicule

### V.2.5.c Synthèse

Cette dernière conclusion est antinomique avec la précédente. En effet, du fait de la condition de Courant-Friedrichs-Lewy, plus le pas d'espace est petit, plus le pas de temps l'est également.

Pour que la distribution d'intervalles en entrée soit le plus proche possible de la distribution théorique, le pas de temps doit être assez grand. En revanche, pour que la distribution des intervalles à la sortie de la cellule de transition flux/véhicule reste assez proche de la distribution introduite en entrée, il faut que le pas d'espace soit assez petit.

Afin d'illustrer les effets du pas de temps et du pas d'espace, nous avons représenté sur la Figure V-16 l'évolution du rapport entre l'écart-type et la moyenne de la distribution

d'intervalles en fonction de ces deux paramètres (évidemment liés par la condition de CFL) pour les distributions en entrée et en sortie de la cellule de transition.

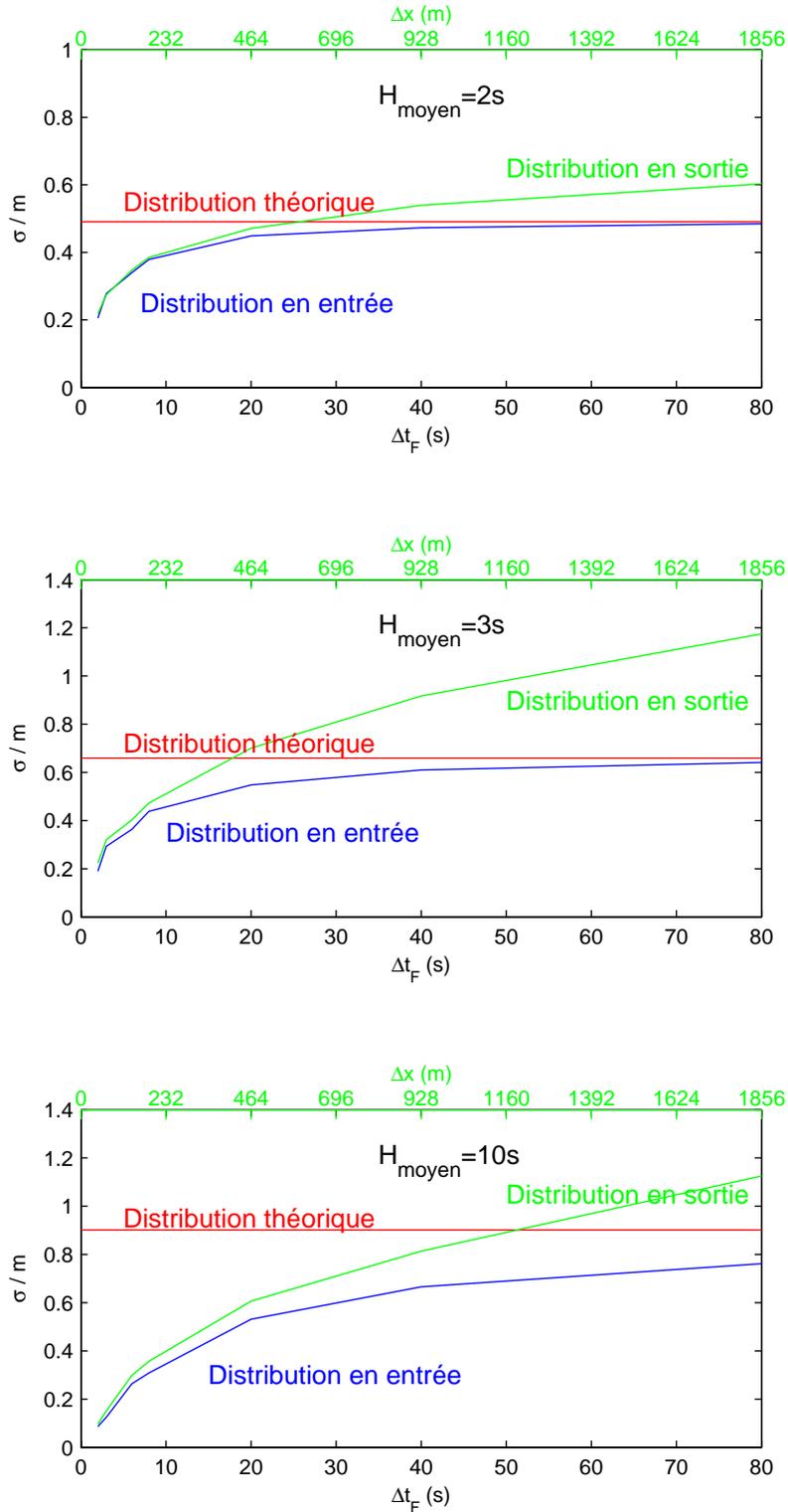


Figure V-16: Evolution du rapport entre l'écart type et la moyenne de la distribution d'intervalles en fonction de la taille de la discrétisation

Concernant la distribution en entrée, il ressort nettement que plus le pas de temps est grand, plus ce rapport, qui caractérise la distribution, tend vers le rapport correspondant à la distribution théorique. Il apparaît également que plus le pas d'espace est grand, plus la distribution observée en sortie s'éloigne de la distribution introduite en entrée, ce qui milite pour des pas d'espace relativement faibles.

Il est donc nécessaire de faire un compromis entre le pas de temps et le pas d'espace en fonction des niveaux de débit et du type de distribution afin que la distribution d'intervalles observée à la sortie de la cellule de transition soit assez proche de la distribution théorique. Il ressort de la Figure V-16 que des valeurs du pas de temps comprises entre 10 s et 40 s semblent convenir pour une gamme assez large de niveaux de débit. On retiendra toutefois que le choix de ces paramètres doit être guidé par l'application à laquelle on s'intéresse.

### **V.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons modifié le schéma de couplage du modèle hybride homogène afin d'introduire des distributions sur les vitesses désirées et les intervalles entre véhicules. Nous avons tenté de limiter les effets de ces modifications sur les propriétés fondamentales du modèle hybride.

Nous avons soulevé un certain nombre de difficultés liées à l'analyse des résultats du modèle hybride stochastique ainsi obtenu. Notamment, nous avons montré qu'un nombre suffisant de répliques doit être effectué afin d'observer le comportement moyen de ce modèle.

Par ailleurs, nous avons montré que l'ajout de distributions modifie le comportement global de la zone véhiculaire, et par conséquent la façon dont l'information se propage à travers le réseau.

En imposant au modèle représentant le flux un diagramme fondamental correspondant au comportement moyen de la zone véhiculaire, nous avons montré qu'en moyenne, l'introduction de distributions ne modifie pas la façon dont l'information se propage à l'interface flux/véhicule. En revanche, le comportement aléatoire du trafic introduit une différence dans la propagation de l'information à l'interface véhicule/flux lorsque celle-ci se propage vers l'aval.

Enfin, nous avons tenté de caractériser l'influence de la taille de la discrétisation sur la distribution des intervalles. Il apparaît alors qu'un compromis est nécessaire puisque le pas de temps doit être suffisamment grand pour que la distribution des intervalles finalement observée en entrée de la zone véhiculaire soit proche de la distribution théorique, et le pas d'espace suffisamment petit pour que cette distribution soit peu modifiée en se propageant à travers la cellule de transition flux/véhicule.



# Chapitre VI : Application de la modélisation hybride à des éléments singuliers de réseau

Dans le chapitre III, nous avons vu que la modélisation hybride est un moyen d'améliorer la réponse apportée par les modèles d'écoulement « classiques » aux problèmes d'échelles en adaptant l'échelle de représentation du trafic aux différents éléments d'un réseau. Elle permet d'appliquer un modèle représentant le flux pour l'ensemble d'un réseau tout en modélisant certains éléments singuliers avec un modèle à représentation véhiculaire, et ainsi de mieux prendre en compte par exemple les effets de la diversité de comportement des usagers sur le fonctionnement de ces éléments.

Dans les chapitres IV et V, nous avons construit un modèle hybride fondé sur le modèle LWR qui permet d'intégrer les aspects stochastiques du trafic dans le modèle à représentation véhiculaire et pour lequel les propriétés fondamentales définies dans le chapitre III sont vérifiées.

Dans ce chapitre, nous allons montrer à travers quelques exemples simples d'application que ce modèle répond aux objectifs de la modélisation hybride. Il ne s'agit pas de valider le modèle hybride en comparant ces résultats avec des données expérimentales, mais plutôt de montrer en quoi le modèle hybride permet d'améliorer la modélisation des éléments spécifiques étudiés, que ce soit au niveau local ou au niveau global.

## VI.1 Choix des exemples d'application

Le recours à la modélisation hybride se justifie lorsque l'on souhaite étudier des réseaux de grande taille pour lesquels un modèle à représentation véhiculaire n'est pas adapté (ce type de modèle nécessitant un travail de calibrage trop important) et dont on souhaite représenter de façon précise le fonctionnement de certains éléments spécifiques. Toutefois, dans ce chapitre, nous nous limiterons à l'étude de réseaux dont l'étendue spatiale est relativement limitée. En effet, notre objectif est de montrer que le modèle hybride permet de représenter à la fois les interactions locales entre les véhicules (en tenant compte des aspects stochastiques du trafic) et leurs effets au niveau global. Un tel objectif ne nécessite pas l'usage de réseaux étendus qui ne feraient que rendre plus complexe l'analyse des résultats.

Par ailleurs, le choix des exemples pour lesquels nous étudierons le modèle hybride stochastique développé précédemment est limité par un certain nombre de contraintes.

Tout d'abord, étant donné les objectifs de ce type de modèle, il est nécessaire de choisir des éléments singuliers de réseau pour lesquels l'écoulement n'est pas décrit de façon satisfaisante par le modèle représentant le flux du fait d'une mauvaise prise en compte de la diversité de comportement des usagers. L'objectif est double. Il s'agit de montrer :

- que le modèle hybride permet une modélisation plus fine de ces éléments que le modèle représentant le flux utilisé seul (grâce à la prise en compte des aspects stochastiques du trafic dans le modèle à représentation véhiculaire) ;
- que les effets des phénomènes locaux sont pris en compte dans la modélisation du réseau à une échelle plus globale.

Par ailleurs, dans le cadre de cette thèse, nous nous limiterons à des exemples relativement simples qui ne nécessitent pas de développer les recherches sur le modèle à représentation véhiculaire. En effet, notre objectif n'est pas de développer le modèle à représentation véhiculaire afin de modéliser au mieux des situations complexes de trafic, mais bien de voir quel est le gain apporté par la modélisation hybride dans la description de ces éléments, et quelles sont les potentialités de ce type de modélisation.

Parmi les différents exemples qui semblent pertinents au vu de ces contraintes, nous avons fait le choix d'en retenir deux qui nous ont paru les plus illustratifs : il s'agit de la gare de péage à une voie et de l'intersection entre un flux prioritaire et un flux secondaire. Pour ces deux cas, les aspects stochastiques du trafic conditionnent fortement l'écoulement et il est difficile de prendre en compte leurs effets de façon satisfaisante dans le modèle représentant le flux. Prenons le cas de la gare de péage : la combinaison des arrivées distribuées de véhicules et de la distribution des temps de service génère au droit de ce type d'élément des files d'attente transitoires. Or, il ressort de l'analyse sur l'intégration des aspects stochastiques dans les modèles de trafic (cf. chapitre II) qu'il est très difficile d'intégrer les effets de ces files d'attente dans un modèle représentant le flux. Il en est de même avec le cas de l'intersection.

Ces deux exemples présentent en outre l'avantage d'être suffisamment simples pour permettre de comparer les résultats fournis par le modèle à représentation véhiculaire avec ceux des modèles de file d'attente<sup>48</sup>. Une telle comparaison permettra de vérifier que l'introduction de distributions dans le modèle hybride est à même de reproduire les phénomènes locaux liés aux aspects stochastiques et leurs effets au niveau global.

Toutefois, afin de montrer que l'application de la modélisation hybride ne se limite pas à des cas simples pour lesquels il existe déjà des méthodes permettant de connaître les effets des aspects stochastiques sur l'écoulement du trafic, nous choisissons d'étudier un cas supplémentaire qui soit plus complexe.

Nous proposons de reprendre le cas d'une intersection entre un flux prioritaire et un flux secondaire et d'ajouter un feu tricolore sur la voie prioritaire afin d'étudier l'effet combiné de ces deux carrefours. Cet exemple d'application présente l'avantage d'être suffisamment simple pour ne pas nécessiter de développement supplémentaire du modèle à

---

<sup>48</sup> Ce type de modèle a été présenté dans le chapitre II.

représentation véhiculaire, mais suffisamment complexe pour qu'il soit difficile de déduire simplement son fonctionnement à partir des modèles de file d'attente<sup>49</sup>.

Pour ces trois exemples, nous nous placerons dans le cas où le diagramme fondamental du modèle représentant le flux et celui correspondant au modèle à représentation véhiculaire stochastique sont identiques. Dans le cas contraire, il serait très difficile de séparer les effets des différents éléments de réseau considérés de ceux liés à une différence de comportement des modèles couplés.

## VI.2 Etude d'une gare de péage

### VI.2.1 Objectifs

Le premier exemple que nous proposons d'étudier est celui d'un tronçon à une voie sur lequel se situe une gare de péage, comme le montre la Figure VI-1. Le principe de fonctionnement d'une seule gare de péage est relativement simple : lorsqu'un véhicule arrive, il s'arrête un certain temps (appelé temps de service), puis redémarre.

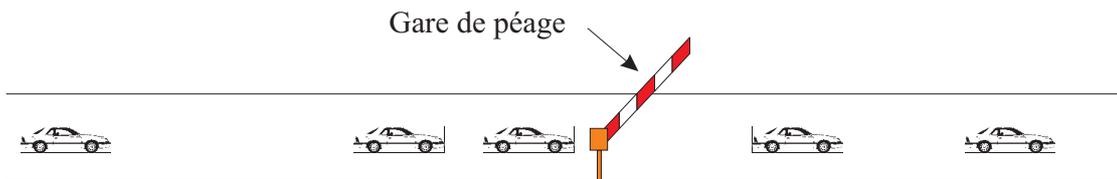


Figure VI-1: Gare de péage à une voie

Une gare de péage a principalement deux effets sur l'écoulement. Tout d'abord, l'attente des véhicules est à l'origine d'une limitation de la capacité de la voie. Par exemple, si un véhicule met en moyenne 5 s pour franchir la gare de péage, le nombre maximum de véhicules qui peuvent passer en 1 h est :  $3600/5 = 720 \text{ véh.}$

Reprenons les notations introduites dans le chapitre II ( $\bar{Q}_a$  : débit moyen d'arrivée ;  $\bar{Q}_s$  : capacité du péage ou débit moyen de service) et notons  $\bar{\tau}$  le temps de service moyen de la gare de péage (dans les modèles de file d'attente, on a la relation :  $\bar{Q}_s = 1/\bar{\tau}$ ). Du fait de l'attente des véhicules à la gare de péage, on a  $\bar{Q}_s < Q_x$  ( $Q_x$  étant le débit maximum sur le reste du tronçon). Ainsi, dès que  $\bar{Q}_a > \bar{Q}_s$ , il se crée une file d'attente divergente en amont de la gare de péage.

<sup>49</sup> Si une analyse statistique du fonctionnement d'un élément isolé est relativement facile, il est en revanche bien plus difficile de déduire à partir de modèles de file d'attente le comportement de plusieurs éléments qui interagissent, comme c'est le cas en milieu urbain où plusieurs intersections interagissent les unes avec les autres. Quelques éléments de réponse existent pour des cas simples, comme par exemple dans [Tarko, 2000] où les auteurs considèrent une artère urbaine composée d'une succession de carrefours à feux, mais au prix d'hypothèses simplificatrices assez fortes (cycles identiques pour tous les feux par exemple).

La gare de péage a également un effet sur l'écoulement lorsque  $\bar{Q}_a < \bar{Q}_s$ . En effet, comme l'arrivée des véhicules et le temps de service sont des phénomènes distribués, des files d'attente transitoires peuvent apparaître, et ainsi introduire un certain retard dans l'écoulement des véhicules.

Dans le chapitre II, nous avons vu une méthode permettant d'introduire les effets d'une gare de péage dans un modèle représentant le flux. Nous avons montré qu'elle permet de reproduire la génération d'une file d'attente liée à la restriction de capacité (c'est-à-dire quand  $\bar{Q}_a > \bar{Q}_s$ ), mais qu'elle ne permet pas de prendre en compte les effets des files d'attente transitoires (c'est-à-dire quand  $\bar{Q}_a < \bar{Q}_s$ ). Notamment, le flux traverse la gare de péage sans subir de retard.

Dans cette partie, nous allons montrer que la modélisation hybride permet grâce au modèle à représentation véhiculaire de reproduire la formation de ces files d'attente et ainsi d'introduire dans le modèle représentant le flux un certain retard dans l'écoulement des véhicules même dans le cas où  $\bar{Q}_a < \bar{Q}_s$ .

## **VI.2.2 Modélisation de la gare de péage**

### ***VI.2.2.a Modélisation d'une gare de péage dans le modèle à représentation véhiculaire***

Comme nous l'avons souligné précédemment, l'objectif de ce chapitre n'est pas de développer un modèle à représentation véhiculaire qui soit capable de représenter le plus fidèlement possible le comportement des véhicules. Il s'agit uniquement d'étudier les apports de la modélisation hybride à travers quelques exemples d'application.

Nous ne chercherons donc pas à modéliser de façon détaillée le comportement des véhicules au droit de la gare de péage. Notamment, nous choisissons de ne pas tenir compte de la décélération des véhicules lorsqu'ils approchent du péage. En effet, s'il est relativement facile d'imaginer une procédure permettant de faire ralentir les véhicules au péage (en le modélisant sous la forme d'un véhicule à l'arrêt par exemple), rien ne garantit que cette procédure corresponde au comportement réel des véhicules dans ce cas. Par ailleurs, dans les exemples que nous étudierons par la suite (intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire), la décélération des véhicules sera plus difficile à modéliser car les véhicules d'un courant non-prioritaire qui franchissent une intersection adaptent leur vitesse en anticipant un éventuel arrêt. Enfin, il n'existe à notre connaissance aucun modèle dans la littérature qui décrive ce comportement de façon suffisante : les modèles de ce type sont généralement inclus dans les logiciels de simulation dits « microscopiques » sans faire l'objet de publication. Modéliser la décélération des véhicules nécessite donc de mener un travail de recherche sur le modèle à représentation véhiculaire qui sort du cadre de cette thèse, ce qui justifie notre choix de modélisation simplifiée.

Ainsi, dans le modèle à représentation véhiculaire, les véhicules réagissent comme si la gare de péage n'était pas présente ; celle-ci est modélisée sous la forme d'une contrainte externe au modèle. Dès qu'un véhicule se situe au droit de la gare de péage, on lui impose une vitesse nulle pendant un certain temps (égal au temps de service). Lorsque ce temps est passé, on relâche la contrainte sur ce véhicule : sa vitesse est alors calculée par le modèle à représentation véhiculaire.

Afin de reproduire la distribution des temps de service, ceux-ci sont tirés aléatoirement dans une distribution binomiale.

### **VI.2.2.b Choix des paramètres de modélisation**

Avant d'analyser les résultats du modèle hybride, il convient de fixer les différents paramètres définissant le scénario que nous allons étudier. Il s'agit principalement de définir la capacité du péage, les paramètres du diagramme fondamental de chaque modèle et la taille de la discrétisation du modèle représentant le flux.

Nous proposons de fixer  $\bar{\tau} = 3,33 s$ , ce qui correspond à une capacité du péage de  $\bar{Q}_s = 0,3 \text{ véh}/s$  d'après les modèles de file d'attente. Nous choisissons volontairement une valeur assez petite de  $\bar{\tau}$  afin que les valeurs de débit que nous étudierons ne soient pas trop faibles (nous allons principalement étudier la gare de péage dans le cas où  $\bar{Q}_a < \bar{Q}_s$ ).

En ce qui concerne les paramètres des diagrammes fondamentaux, nous proposons de reprendre les valeurs déjà utilisées précédemment. Ainsi, nous fixons  $K_x = 0,1 \text{ véh}/m$ ,  $V_l = 23,2 m/s$  pour le modèle représentant le flux et  $V_l = 25 m/s$  pour la distribution des vitesses désirées.

Pour la taille de la discrétisation, nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il est nécessaire de faire un compromis entre le pas d'espace et le pas de temps afin que la distribution observée à une certaine distance de l'entrée reste assez proche de la distribution théorique introduite. Nous allons principalement étudier la gare de péage dans le cas où  $\bar{Q}_a < \bar{Q}_s$ . Comme nous avons fixé  $\bar{\tau} = 3,33 s$ , l'intervalle moyen entre les véhicules sera supérieur à cette valeur. Or, dans le chapitre précédent, nous avons vu que plus l'intervalle est grand, plus le pas de temps doit l'être également. Notamment, pour des valeurs supérieures à  $\bar{\tau}$  (nous étudierons ici une gamme d'intervalles moyens allant de  $4 s$  à  $20 s$ ), il semble qu'un pas de temps de  $40 s$  soit un compromis acceptable pour que la distribution créée en entrée (et celle observée en sortie de la cellule de transition flux/véhicule) reste proche de la distribution théorique. Nous choisissons donc de prendre un pas de temps de flux  $\Delta t_F = 40 s$ . Avec une valeur de  $V_l = 23,2 m/s$ , l'égalité stricte de la condition CFL nous donne un pas d'espace  $\Delta x = 928 m$ . Toutefois, afin d'utiliser des valeurs simples, nous proposons de prendre  $\Delta x = 1000 m$ . Une telle valeur du pas d'espace vérifie la condition CFL et introduit peu de viscosité numérique supplémentaire dans les résultats.

Afin de faciliter les comparaisons que nous effectuerons dans la suite, nous fixons la longueur du tronçon représenté par le modèle à représentation véhiculaire égale au pas d'espace du modèle de flux, et nous choisissons de placer la gare de péage au milieu de ce tronçon.

### VI.2.3 Etude des résultats du modèle à représentation véhiculaire

Une première étape dans l'étude des résultats du modèle hybride est de voir quel est l'effet de la gare de péage au niveau des véhicules. Sur la Figure VI-2, nous avons représenté les trajectoires de véhicules au droit de la gare de péage (celle-ci se situe à  $x = 500 \text{ m}$ ) dans un cas où  $r < 1$ . On s'aperçoit que l'on retrouve dans le modèle hybride la formation de files d'attente transitoires dues au caractère stochastique du trafic. La combinaison de la distribution d'arrivée des véhicules et des temps de service génère à certains moments des files d'attente qui se résorbent progressivement.

Toutefois, il s'avère difficile de quantifier les effets de la gare de péage en se contentant de tracer les trajectoires des véhicules. Il est nécessaire de définir des indicateurs agrégés permettant d'étudier ces effets à un niveau plus global.

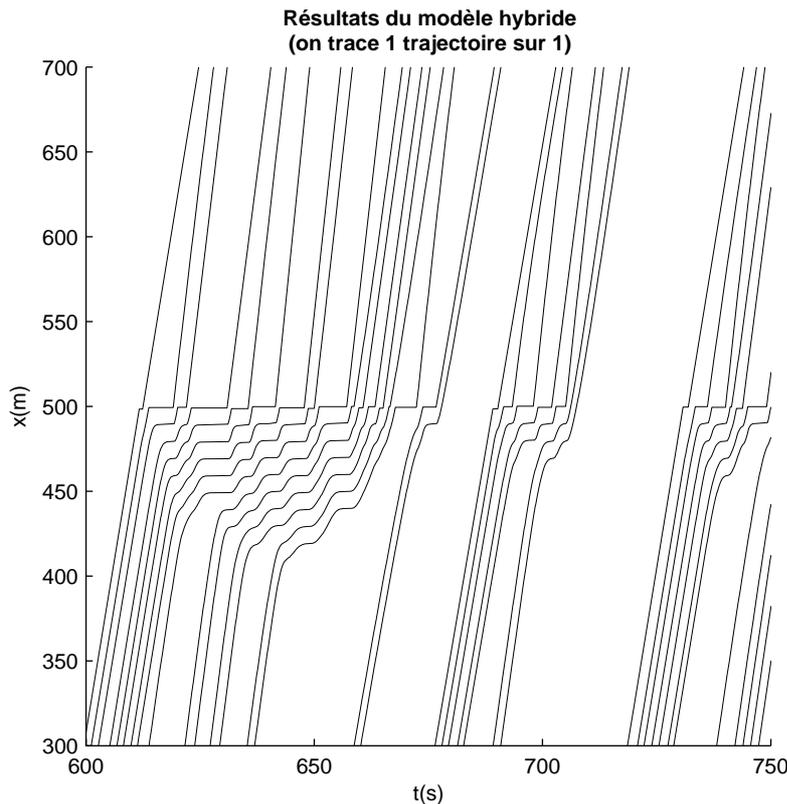


Figure VI-2: Trajectoires des véhicules au droit de la gare de péage dans le modèle hybride

### VI.2.3.a Choix et méthode de calcul des indicateurs

Dans le chapitre II, nous avons vu que les modèles de file d'attente permettent de déterminer le nombre moyen de véhicules dans la file d'attente et le retard moyen subi par les usagers. Nous choisissons de reprendre ces indicateurs afin d'estimer les effets de la gare de péage.

Il est alors nécessaire de déterminer une méthode de calcul de ces indicateurs à partir des trajectoires qui sont fournies par le modèle hybride.

#### VI.2.3.a.(i) Nombre moyen de véhicules dans la file d'attente

L'estimation du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en amont de la gare de péage à partir de la trajectoire des véhicules nécessite de calculer l'évolution du nombre de véhicules dans la file d'attente au cours du temps. Ce calcul pose le problème suivant : s'il est trivial de détecter l'arrivée d'un véhicule lorsqu'il est le premier à se présenter à la gare de péage (sa vitesse devient instantanément nulle), il est en revanche plus difficile de déterminer l'instant d'entrée des véhicules suivants dans la file d'attente car ils ralentissent de façon progressive (du fait de l'adaptation de leur vitesse à la distance). Si on attend que ces véhicules aient une vitesse nulle, on sous-estime la date d'entrée des véhicules dans la file d'attente. Nous proposons donc de définir une valeur seuil de vitesse : dès que la vitesse d'un véhicule est inférieure à ce seuil, on considère qu'il est dans la file d'attente. Sur la Figure VI-3, nous avons illustré un exemple de calcul du nombre de véhicules dans la file d'attente avec une valeur seuil de la vitesse de  $5 \text{ m/s}$ . Les étoiles rouges représentent les instants auxquels on considère que le véhicule entre (ou bien sort) de la file d'attente.

On voit nettement sur cette figure que pour le cinquième véhicule, la définition d'une vitesse seuil permet de le considérer dans la file d'attente dès qu'il est perturbé, ce qui a lieu plusieurs secondes avant son arrêt (car le véhicule devant lui avance).

Au vu de ces trajectoires, la valeur seuil utilisée dans ce cas semble convenir pour identifier l'instant d'entrée des véhicules dans la file d'attente. Nous choisissons donc de retenir cette valeur dans la suite de ce chapitre.

#### VI.2.3.a.(ii) Retard moyen

Le temps d'attente moyen est en revanche plus facile à déterminer à partir de la trajectoire des véhicules. Il suffit de calculer le temps de parcours moyen des véhicules depuis leur génération jusqu'à leur sortie du péage, puis de faire le même calcul dans les mêmes conditions en enlevant la gare de péage. La différence entre le temps de parcours moyen avec péage et le temps de parcours moyen sans péage nous donne le retard introduit par la gare de péage.

Il convient ici de signaler que le retard ainsi obtenu correspond au retard introduit localement par la gare de péage. Dès leur sortie du péage, les véhicules roulent plus vite (car l'espacement avec le précédent est relativement important) et ainsi rattrapent progressivement ce retard. Ainsi, si on considère l'ensemble de la zone véhiculaire, le retard est inférieur. Il est donc important pour estimer ce retard de se placer à la sortie de la gare de péage.

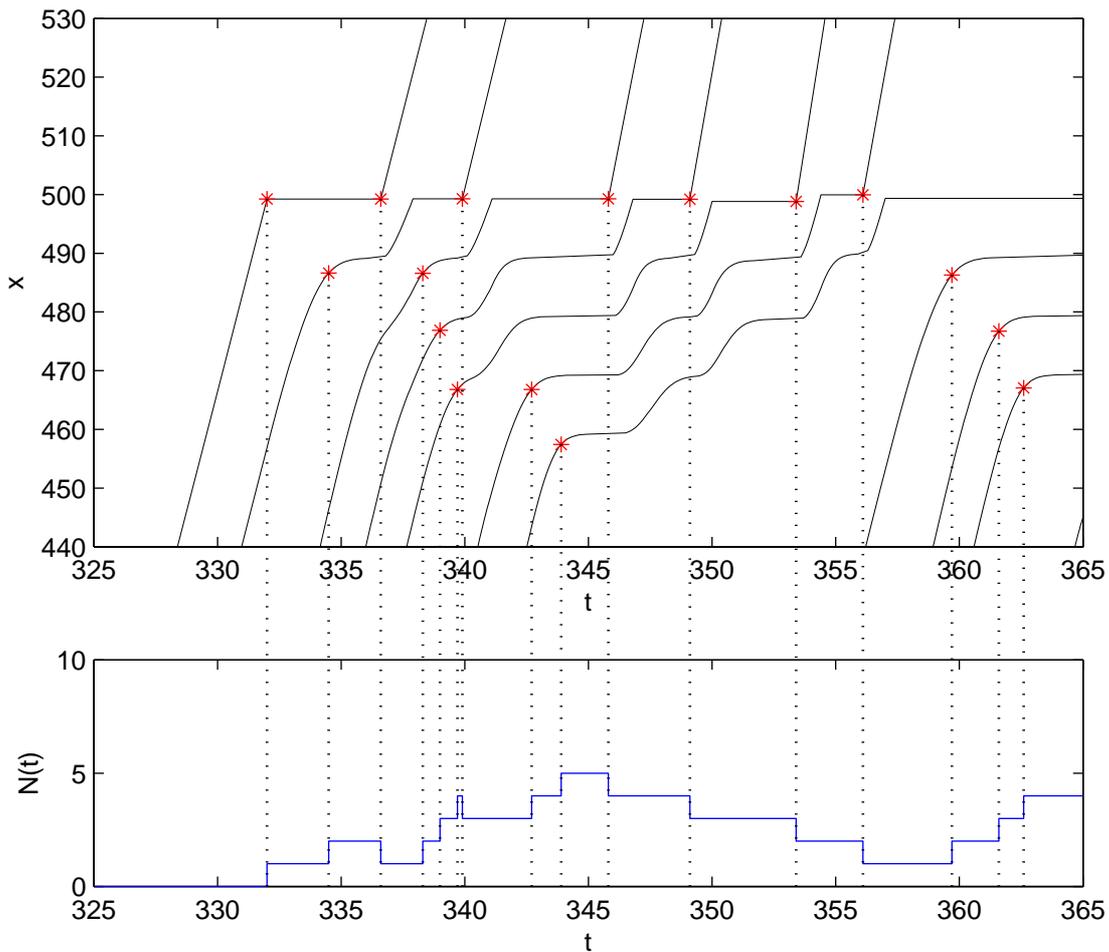


Figure VI-3: Calcul du nombre de véhicules dans la file d'attente

### VI.2.3.a.(iii) Calcul des indicateurs

#### Détermination de la capacité du péage

Avant de calculer les indicateurs ainsi définis, il convient de s'interroger sur les valeurs de débit  $\bar{Q}_a$  pour lesquelles nous souhaitons étudier le fonctionnement de ce tronçon. Nous avons vu précédemment que le fonctionnement de la gare de péage dépend du rapport  $r = \bar{Q}_a / \bar{Q}_s$  : si  $r > 1$ , il se crée une file d'attente divergente. Si  $r < 1$ , il se crée des files d'attente transitoires.

Toute la difficulté avec le modèle à représentation véhiculaire est de déterminer la valeur de  $\bar{Q}_s$ . Si, dans les modèles de file d'attente,  $\bar{Q}_s = 1/\bar{\tau}$ , dans le modèle à représentation véhiculaire, la capacité réelle de la gare de péage est inférieure à  $1/\bar{\tau}$ . En effet, si observe les trajectoires des véhicules, on s'aperçoit que lorsque la file d'attente comporte au moins deux véhicules, la gare de péage est inutilisée pendant un certain temps car il faut attendre l'arrivée du second véhicule de la file d'attente (dans les modèles de file d'attente, ce temps est supposé nul). Ainsi, si on considère que le nombre de véhicules dans la file d'attente est toujours supérieur à 1, le nombre moyen de véhicules qui franchissent la gare de péage par unité de temps est égal à  $1/(\bar{\tau} + \bar{t}_{\text{arrivée}})$ ,  $\bar{t}_{\text{arrivée}}$  étant le

temps moyen d'attente de l'arrivée d'un véhicule à la gare de péage. Cette valeur correspond à la capacité  $\bar{Q}_s$  à partir de laquelle il se crée une file d'attente divergente.

Afin de l'estimer, nous proposons de saturer la gare de péage en fixant la demande en entrée à une valeur supérieure à la capacité  $\bar{Q}_s$  (il se crée ainsi une file d'attente divergente). On se place en sortie de la gare de péage et on compte le nombre de véhicules qui sortent pendant un temps relativement long. Les résultats ainsi obtenus montrent que la capacité de la gare de péage n'est pas  $1/\bar{\tau} = 0,3 \text{ véh/s}$ , mais :  $\bar{Q}_s = 0,229 \text{ véh/s}$ , ce qui correspond à  $\bar{t}_{\text{arrivée}} = 1,04 \text{ s}$ , valeur que l'on retrouve en observant les trajectoires des véhicules.

Nous étudierons donc l'évolution des deux indicateurs précédents pour des valeurs de  $\bar{Q}_a$  inférieures à  $0,229 \text{ véh/s}$  (pour des valeurs supérieures, le nombre de véhicules et le temps perdu tendent vers l'infini).

### **Nombre d'éléments nécessaires pour l'estimation des valeurs moyennes**

Pour estimer ces deux indicateurs, il se pose également la question de savoir quel est le nombre de valeurs nécessaires pour que la moyenne calculée puisse être considérée comme significative.

De façon identique au chapitre précédent, nous choisissons ici d'adopter une méthode qualitative. Nous allons calculer ces moyennes pour un nombre croissant d'éléments et voir à partir de quelle nombre la moyenne calculée semble être significative.

Il convient de noter que plus le rapport  $r$  tend vers 1, plus la variance du nombre de véhicules dans la file d'attente augmente (cf. chapitre II), et donc plus le nombre d'éléments nécessaires pour estimer ces moyennes augmente également. Nous allons étudier le cas où  $r = 0,96$  (ce qui correspond à  $\bar{Q}_a = 0,22 \text{ véh/s}$ ).

Sur la Figure VI-4, nous avons représenté l'évolution de la moyenne des temps de parcours pour un nombre croissant de véhicules. Il en ressort qu'un nombre d'environ 80 000 temps de parcours est nécessaire pour que la moyenne ainsi estimée soit correcte. Nous avons également représenté l'évolution du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en fonction du nombre de valeurs considérées. On retrouve assez logiquement le même résultat.

Ce nombre convient pour toutes les valeurs de  $\bar{Q}_a$  telles que  $r < 0,96$ . Pour des valeurs de  $r$  supérieures à  $0,96$ , les files d'attente ont un comportement très fortement aléatoire. De ce fait, il est très difficile de déterminer leur comportement moyen : le nombre de véhicules nécessaires pour calculer des valeurs moyennes représentatives est très grand, ce qui augmente de façon très importante le nombre de calculs à réaliser. Nous choisissons donc de ne pas étudier le fonctionnement de l'infrastructure dans ce cas.

### Résultats

Sur la Figure VI-5, nous avons représenté l'évolution de ces indicateurs en fonction de  $r$ . Assez logiquement, le retard et le nombre de véhicules dans la file d'attente augmentent avec  $r$ .

On notera que pour  $r$  proche de 0, le retard correspond uniquement au temps perdu par les usagers du fait de l'attente au péage (la file d'attente est de longueur nulle) et donc est égal à  $\bar{\tau}$ .

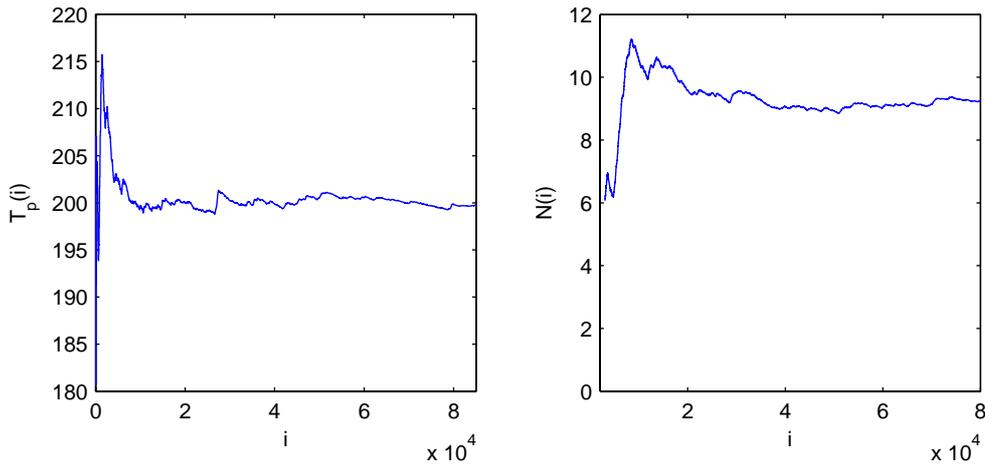


Figure VI-4: Evolution du temps de parcours moyen et du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en fonction du nombre d'éléments utilisés pour calculer la valeur moyenne

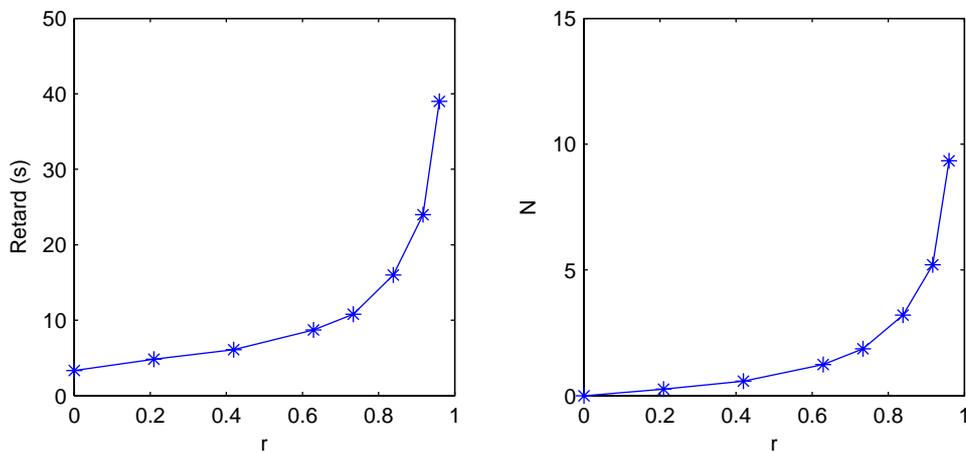


Figure VI-5: Evolution du retard moyen et du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en fonction du rapport  $r$

### VI.2.3.b Comparaison des résultats du modèle à représentation véhiculaire avec ceux des modèles de file d'attente

Dans le chapitre II, nous avons vu que les modèles de file d'attente permettent de déterminer le fonctionnement moyen d'une gare de péage à partir d'une analyse statistique des distributions d'arrivée et des temps de service.

Nous proposons alors de comparer les résultats fournis par le modèle hybride stochastique et ceux des modèles de file d'attente. L'objectif est de voir dans quelle mesure les résultats du modèle hybride et ceux des modèles de file d'attente sont du même ordre de grandeur. Il s'agit ici de montrer que le modèle à représentation véhiculaire permet de reproduire correctement les interactions liées à la combinaison de distributions.

#### VI.2.3.b.(i) Le modèle de file d'attente de la gare de péage

Rappelons ici les principaux résultats des modèles de file d'attente. Dans le cas où les distributions d'arrivée et des temps de service sont exponentielles, le nombre moyen d'utilisateurs dans la file d'attente (noté  $N$ ) ainsi que la variance de ce nombre (noté  $\sigma^2$ ) sont donnés par les formules suivantes :

$$N = \frac{r}{1-r} \text{ et } \sigma^2 = \frac{r}{(1-r)^2}$$

Le retard moyen subi par les usagers (noté  $R$ ) est égal à :

$$R = \frac{1}{\bar{Q}_s(1-r)}$$

#### VI.2.3.b.(ii) Comparaison des indicateurs

Pour comparer les résultats, il conviendra d'utiliser pour les modèles de file d'attente la capacité corrigée de la gare de péage, à savoir  $\bar{Q}_s = 0,229 \text{ véh/s}$ . Nous avons représenté sur la Figure VI-6 les résultats obtenus avec ces deux modèles.

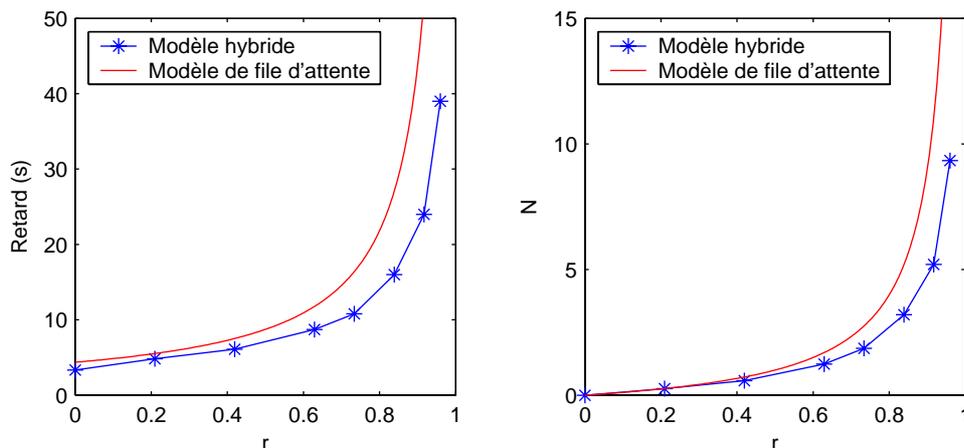


Figure VI-6: Comparaison des résultats du modèle hybride et de ceux des modèles de file d'attente

Pour les deux modèles, les résultats suivent une évolution identique. Néanmoins, on observe que plus  $r$  est proche de 1, plus l'ordre de grandeur des résultats entre les deux modèles est différent : le modèle hybride sous-estime les effets de la gare de péage par rapport au modèle de file d'attente.

Ces différences peuvent s'expliquer par une différence de modélisation de la gare de péage dans ces deux modèles. Tout d'abord, les distributions qui sont considérées sont différentes. Dans le modèle de file d'attente, la distribution d'arrivée est supposée exponentielle. Dans le modèle hybride, nous avons introduit une distribution exponentielle négative décalée des intervalles<sup>50</sup> et une distribution des vitesses désirées à la génération des véhicules. Or, pour que la distribution des arrivées correspondante soit une distribution exponentielle, il faudrait que la distribution des intervalles soit une distribution exponentielle négative (cf. annexe 2).

Par ailleurs, nous avons déjà montré à plusieurs reprises que les distributions d'intervalles sont modifiées lors de la propagation des véhicules dans le réseau. Ainsi, la distribution d'intervalles observée au droit de la gare de péage est différente de la distribution introduite en entrée. Nous avons également montré que la taille de la discrétisation a un impact relativement important sur la distribution d'intervalles introduite en entrée.

Pour toutes ces raisons, la distribution d'arrivée des véhicules au droit du péage dans le modèle hybride est différente de celle qui est utilisée dans les modèles de file d'attente, ce qui explique en partie que les résultats trouvés ne soient pas identiques.

Une deuxième explication réside dans la correction de la capacité de la gare de péage. Le modèle de file d'attente du péage considère que la moyenne de la distribution des temps de service est égale à  $1/\bar{Q}_s$ , et donc ici à  $1/0,229 = 4,36 s$ . Or, dans le modèle hybride, les temps de service sont distribués avec une moyenne de  $\bar{\tau} = 3,33 s$ , temps auquel se rajoute  $\bar{\tau}_{arrivée} = 1,04 s$ . De ce fait, il y a davantage de valeurs élevées de temps de service dans la distribution considérée par le modèle de file d'attente, ce qui augmente la congestion et donc a tendance à allonger les files d'attente.

Nous verrons dans l'exemple suivant que lorsque les distributions considérées dans le modèle de file d'attente sont identiques à celles utilisées dans le modèle hybride et que les deux modèles représentent de façon identique les interactions au droit de l'élément considéré, les résultats suivent non seulement la même évolution mais sont également du même ordre de grandeur.

#### **VI.2.4 Etude des résultats du modèle représentant le flux**

Dans cette partie, nous allons étudier les effets de la gare de péage sur les résultats du modèle représentant le flux. Il s'agit ici de voir comment les effets que nous avons vu précédemment ont un impact sur l'écoulement à un niveau plus global.

---

<sup>50</sup> Le choix de la distribution exponentielle négative décalée est dû au fait que la distribution exponentielle négative est inadéquate pour décrire les distributions d'intervalles car elle prévoit des valeurs trop faibles.

Assez logiquement, on retrouve dans le modèle représentant le flux les effets liés à la formation de files d'attente. Lorsque la demande en entrée du réseau est supérieure à la capacité du péage ( $r > 1$ ), une file d'attente divergente se crée et se propage en amont dans le modèle représentant le flux. Pour illustrer ce phénomène, nous avons représenté sur la Figure VI-7 l'évolution du tronçon dans le cas où la demande en entrée est de  $0,5 \text{ véh/s}$ .

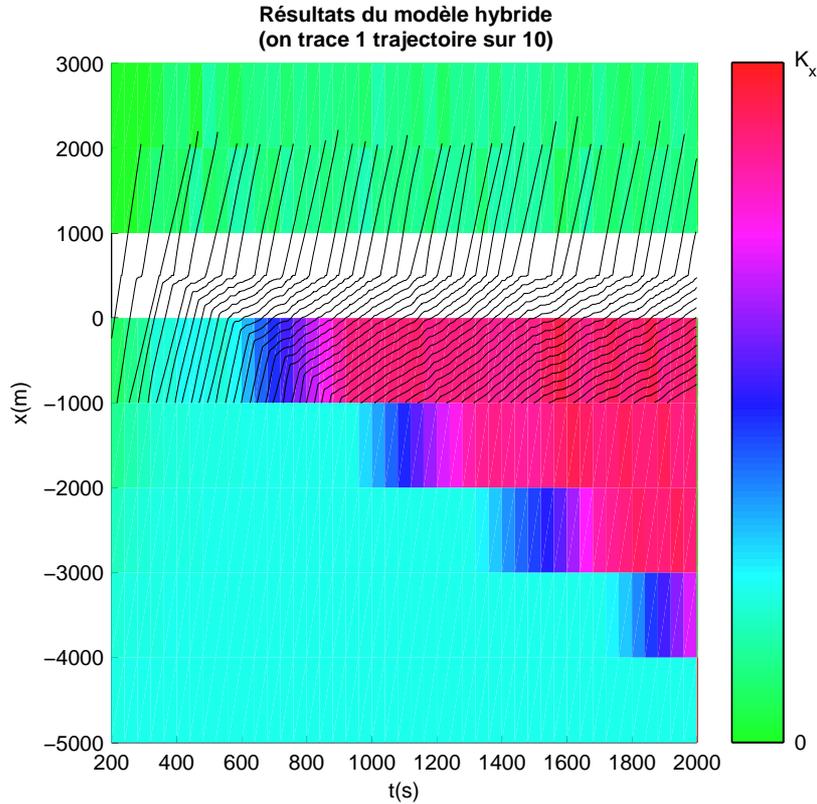


Figure VI-7: Evolution d'une file d'attente divergente dans le modèle représentant le flux

De même, dans le cas où  $r < 1$ , le retard dû à la formation de files d'attente transitoires se retrouve au niveau du modèle représentant le flux. Si on calcule le temps de parcours des véhicules à partir des courbes de débits cumulés en entrée et en sortie du tronçon, on retrouve des retards identiques à ceux calculés précédemment.

Par ailleurs, la gare de péage a un impact sur la façon dont l'information se propage. Il n'est pas utile d'étudier le cas d'une perturbation qui se propage vers l'amont car dans ce cas, le trafic est contraint par les conditions de trafic en aval et non par la gare de péage. En revanche, il est intéressant de voir l'impact de la gare de péage sur une perturbation qui se propage vers l'aval.

Nous proposons d'étudier le cas d'une variation de la demande en entrée du réseau. Nous choisissons de la faire varier de  $0,1 \text{ véh/s}$  à  $0,22 \text{ véh/s}$  (ce qui correspond respectivement à  $r = 0,436$  et  $r = 0,96$ ). Sur la Figure VI-8, nous avons représenté les résultats moyens obtenus par le modèle hybride pour un nombre de 50 réplifications dans deux cas : avec et sans la gare de péage. Il apparaît nettement sur cette figure que la gare de

péage introduit un décalage temporel de l'information (en aval de la gare) qui est de l'ordre de 10 à 15 s.

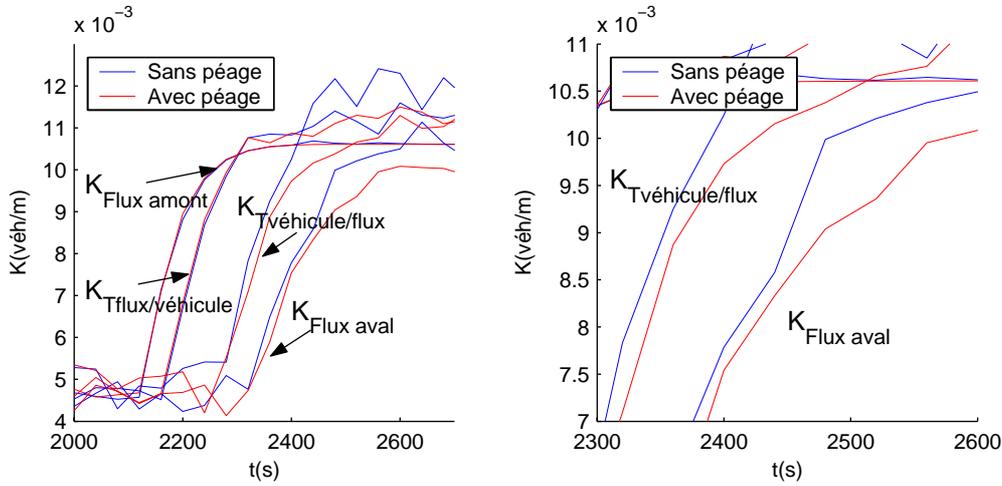


Figure VI-8: Evolution de la concentration dans le modèle hybride avec et sans la gare de péage

L'ensemble de ces résultats montre que le modèle hybride permet d'intégrer les effets de la gare de péage dans le modèle représentant le flux.

### VI.2.5 Conclusion

Cette analyse des résultats du modèle hybride montre que les effets de la diversité de comportement des usagers au droit de la gare de péage sont pris en compte par le modèle, que ce soit à l'échelle locale ou bien à l'échelle globale. Ce modèle permet à la fois de reproduire la limitation de capacité (en créant une file d'attente divergente lorsque la demande est supérieure à la capacité), mais aussi de tenir compte du temps perdu par les véhicules au droit de la gare de péage du fait de la formation de files d'attente transitoires, ce que ne permet pas le modèle représentant le flux utilisé seul.

## VI.3 Etude d'une intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire

### VI.3.1 Objectifs

Dans ce deuxième exemple d'application du modèle hybride, nous allons étudier un cas très simple d'intersection : il s'agit d'une intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire, les véhicules du flux secondaire ne faisant que traverser le flux prioritaire (cf. Figure VI-9). Pour rester dans un cas simple, on suppose que les véhicules de la voie prioritaire ne ralentissent pas pour favoriser les manœuvres de traversée, et donc ne sont pas affectés par le trafic sur la voie secondaire.

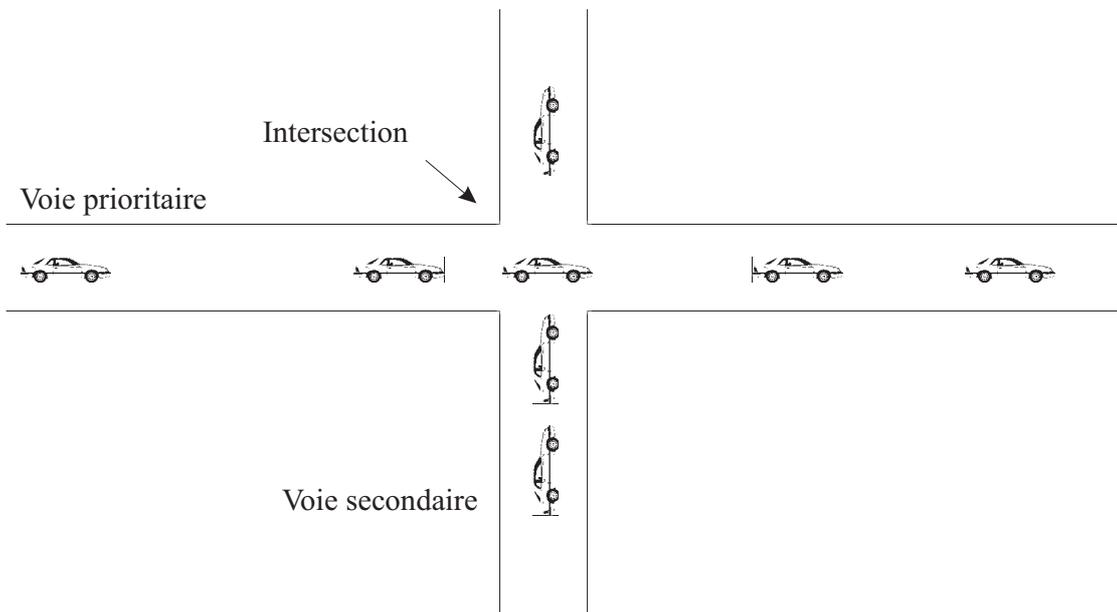


Figure VI-9: Intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire

Si on s'intéresse à la voie secondaire, ce cas est relativement proche de la gare de péage. Lorsque les véhicules de la voie secondaire arrivent au droit de l'intersection, ils attendent un certain temps qui dépend des conditions de trafic sur la voie principale. On va donc retrouver un phénomène de diminution de la capacité et de formation de files d'attente liées au caractère stochastique du trafic.

Néanmoins, ce cas est intéressant à étudier pour plusieurs raisons. Tout d'abord, la capacité de l'intersection n'est pas fixe comme dans le cas du péage : nous verrons qu'elle dépend des conditions de trafic sur la voie principale. Par ailleurs, l'étude de ce type d'intersection est un premier pas vers la modélisation d'un carrefour giratoire (ce type d'élément étant relativement difficile à modéliser avec un modèle représentant le flux). En effet, un giratoire peut être décomposé en plusieurs intersections de ce type (la principale différence étant que dans ce cas, les véhicules de la voie secondaire s'insèrent dans le flux prioritaire). Enfin, les résultats de cette partie seront repris dans l'exemple suivant d'application.

### VI.3.2 Modélisation de l'intersection

Nous choisissons ici de modéliser le comportement des véhicules au droit de l'intersection en appliquant une modélisation classique du phénomène d'acceptation de créneaux. Lorsqu'un véhicule de la voie secondaire arrive au droit de l'intersection, il lui faut un certain temps pour effectuer la manœuvre de traversée de l'intersection (ce temps est appelé créneau d'insertion ou créneau critique et noté  $\tau_c$ ). Deux cas sont alors possibles : soit le temps jusqu'à l'arrivée du prochain véhicule sur la voie prioritaire (appelé créneau) est supérieur au temps nécessaire pour traverser, auquel cas le véhicule traverse, soit ce temps est inférieur, auquel cas le véhicule s'arrête et attend jusqu'à ce

qu'il ait le temps de traverser. Pour rester dans un cas simple, nous supposons que  $\tau_c$  est identique pour tous les véhicules.

Afin d'illustrer ce fonctionnement, nous avons superposé sur la Figure VI-10 les trajectoires des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire. Il s'agit d'une représentation sur la même ordonnée de deux courants perpendiculaires, ce qui rend plus difficile la lecture de la figure mais présente l'avantage de permettre de visualiser les interactions entre véhicules au droit de l'intersection.

Sur cette figure, le premier véhicule de la voie secondaire est dans le premier cas (le créneau, noté  $c$  sur la figure, est supérieur à  $\tau_c$ ) et donc n'est pas perturbé par l'intersection. Le second véhicule est dans l'autre cas ( $c < \tau_c$ ), ce qui l'oblige à s'arrêter au droit de l'intersection un certain temps.

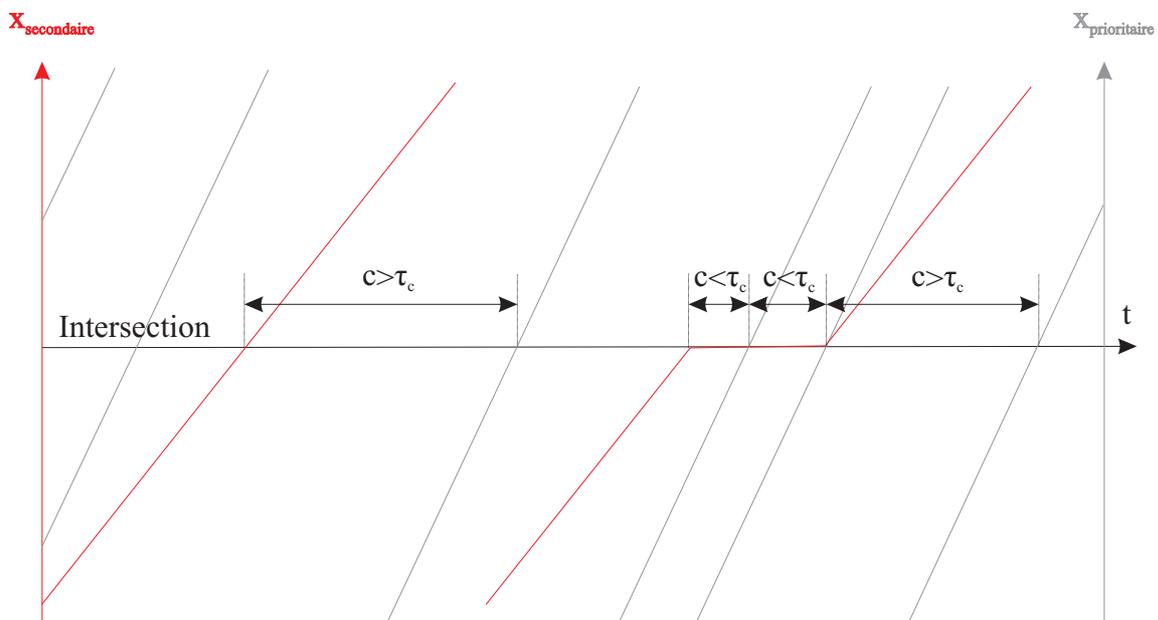


Figure VI-10: Illustration du phénomène d'acceptation de créneaux

Comme pour la gare de péage, nous choisissons de modéliser le comportement des véhicules au droit de l'intersection de façon très simple. Ainsi, nous ne tiendrons pas compte de la décélération des véhicules lors de leur arrivée à l'intersection car ceci rend bien plus complexe la modélisation du phénomène d'acceptation de créneaux. On supposera que les véhicules se comportent comme si l'intersection n'existait pas. De façon identique à la gare de péage, nous modélisons l'intersection sous la forme d'une contrainte externe au modèle. Lorsqu'un véhicule se présente au droit de l'intersection, on calcule l'intervalle de temps dont dispose le véhicule pour effectuer sa manœuvre (en pratique, on calcule le temps que va mettre le prochain véhicule sur la voie prioritaire pour arriver à l'intersection en supposant sa vitesse constante). Si ce créneau est supérieur au créneau critique du véhicule, celui-ci continue sa trajectoire sans être affecté par l'intersection. Si ce créneau n'est pas suffisant, le véhicule s'arrête instantanément (on lui donne une vitesse nulle) et il attend un créneau suffisant pour pouvoir traverser.

### VI.3.3 Etude des résultats

#### VI.3.3.a Trajectoires des véhicules

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, on retrouve ici le même type de comportement que dans le cas de la gare de péage, la seule différence étant que le temps d'attente des véhicules ne dépend plus du temps de service mais des conditions de trafic sur la voie principale. Les phénomènes observés étant de même nature que dans la partie précédente, il n'est pas intéressant de répéter l'analyse que nous avons déjà menée. Nous nous contenterons d'illustrer sur un seul cas la trajectoire des véhicules afin de montrer que l'on retrouve le phénomène de formation de files d'attente.

Les paramètres que nous utiliserons pour étudier cette intersection sont les suivants :  $\tau_c = 4 s$ ,  $\Delta t_F = 8 s$  et  $\Delta x = 200 m$ . Nous avons choisi une taille de discrétisation du modèle représentant le flux plus petite que précédemment car nous travaillerons avec des valeurs plus faibles de l'intervalle moyen et nous souhaitons utiliser des valeurs des pas d'espace et de temps correspondant davantage à l'étude d'une intersections en milieu urbain.

Sur la Figure VI-11, nous avons superposé les trajectoires des véhicules sur la voie principale et celles des véhicules sur la voie secondaire. Nous nous sommes placés dans le cas où le trafic sur la voie secondaire est inférieur à la capacité de l'intersection afin de montrer que l'on retrouve le phénomène de formation de files d'attente transitoires dû au caractère stochastique du trafic.

#### VI.3.3.b Evolution de la capacité

Afin d'étudier l'évolution de la capacité de l'intersection en fonction du trafic sur la voie prioritaire, nous proposons de calculer cette capacité pour différentes valeurs du débit sur la voie prioritaire. Pour déterminer la capacité de l'intersection, nous reprenons la méthode que nous avons proposé dans le cas de la gare de péage (on crée une file d'attente divergente et on compte le nombre de véhicules qui franchissent l'intersection pendant une période de temps suffisamment longue).

Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure VI-12. Assez logiquement, plus le débit sur la voie prioritaire (noté  $Q_p$ ) est important, plus la capacité diminue. On notera que l'on retrouve la valeur de la capacité de la voie secondaire pour  $Q_p = 0 \text{ véh/s}$ , et que la capacité est nulle lorsque  $Q_p = Q_x$ .

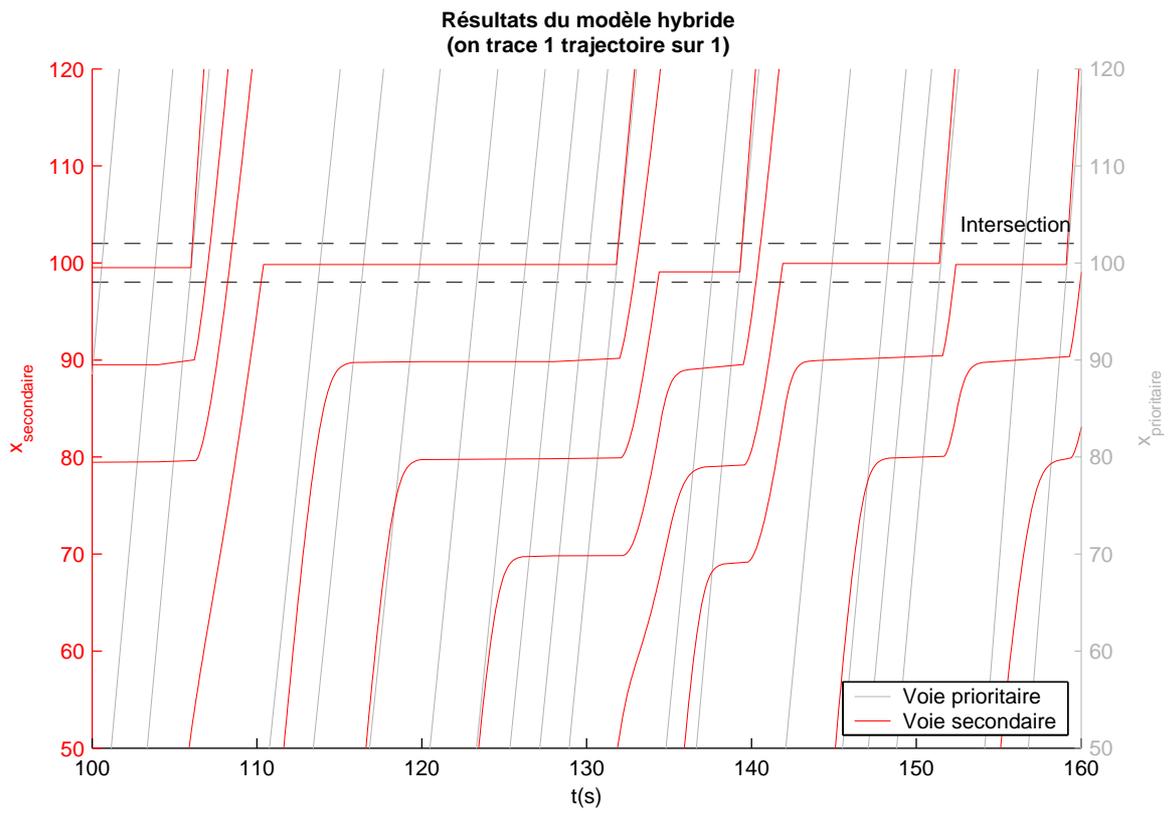


Figure VI-11: Exemple de formation d'une file d'attente transitoire au droit de l'intersection

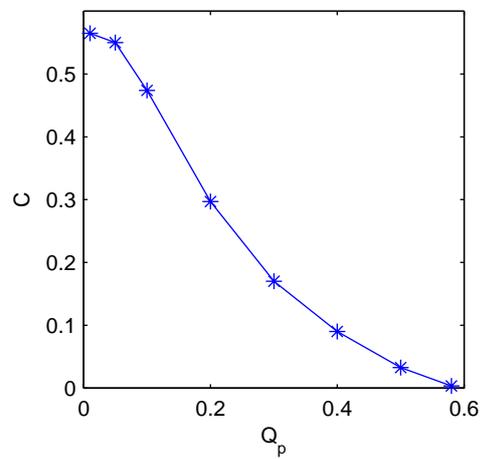


Figure VI-12: Evolution de la capacité de l'intersection en fonction du débit sur la voie principale

### VI.3.3.c Comparaison avec les modèles de file d'attente

Comme pour la gare de péage, nous allons comparer ces résultats avec ceux obtenus par les modèles de file d'attente. L'objectif est de voir dans quelle mesure la variation de la capacité que l'on observe dans le modèle hybride est identique à celle prévue par une analyse statistique de l'intersection.

Plusieurs modèles de file d'attente existent en fonction des hypothèses qui sont faites sur le comportement des véhicules.

Le modèle le plus simple (présenté dans [Gerlough et Huber, 1975]) suppose que tous les véhicules ont un créneau critique  $\tau_c$  identique. De ce fait, si le créneau sur la voie prioritaire est compris entre 0 et  $\tau_c$ , aucun véhicule ne peut traverser, si ce créneau est compris entre  $\tau_c$  et  $2\tau_c$ , 1 véhicule peut passer, s'il est compris entre  $2\tau_c$  et  $3\tau_c$ , 2 véhicules peuvent traverser, etc... Avec de telles hypothèses, la capacité de l'intersection est :

$$C(Q_p) = \frac{Q_p e^{-Q_p \tau_c}}{1 - e^{-Q_p \tau_c}}$$

Ce modèle ne correspond pas exactement à la façon dont nous avons modélisé l'intersection. En effet, si tous les véhicules ont effectivement un créneau critique  $\tau_c$  identique, le temps nécessaire pour que plusieurs véhicules traversent l'intersection diffère. Dans l'intersection telle que nous l'avons modélisée, le deuxième véhicule de la file d'attente traverse l'intersection si le créneau qui se présente est compris entre  $\tau_c + t_{arrivé}$  et  $\tau_c + 2t_{arrivé}$ ,  $t_{arrivé}$  étant le temps mis par le deuxième véhicule de la file pour atteindre l'intersection (on retrouve ici le même temps que celui que nous avons rencontré dans le cas de la gare de péage). Par ailleurs, ce modèle de file d'attente suppose que la distribution d'arrivée des véhicules est exponentielle, ce qui n'est pas le cas dans le modèle hybride comme nous l'avons souligné précédemment.

Le modèle de file d'attente le plus proche de la façon dont nous avons modélisé l'intersection est présenté dans [Troutbeck, 2000]. Dans ce modèle, les intervalles sont supposés suivre une distribution proposée par Cowan et appelée M3. Nous ne décrivons pas cette distribution dans cette thèse : nous retiendrons qu'il s'agit d'une distribution assez générale et qu'elle correspond à la distribution exponentielle négative décalée si on fixe correctement l'un de ces paramètres. Ce modèle distingue le créneau critique du premier véhicule dans la file d'attente, noté  $\tau_c$ , de celui des suivants, noté  $\tau_f$ . Ainsi, si le créneau sur la voie prioritaire est compris entre 0 et  $\tau_c$ , aucun véhicule ne peut traverser, si ce créneau est compris entre  $\tau_c$  et  $\tau_c + \tau_f$ , 1 véhicule peut passer, s'il est compris entre  $\tau_c + \tau_f$  et  $\tau_c + 2\tau_f$ , 2 véhicules peuvent traverser, etc... Avec ce modèle, la capacité de l'intersection est :

$$C = \frac{Q_p e^{-\left(\frac{\tau_c - \tau}{1/Q_p - \tau}\right)}}{1 - e^{-\left(\frac{\tau_f}{1/Q_p - \tau}\right)}}$$

$\tau$  étant l'intervalle minimum de la distribution exponentielle négative décalée.

Sur la Figure VI-13, nous avons représenté les résultats obtenus avec ce modèle ainsi que ceux que nous avons obtenus avec le modèle hybride en fixant :  $\tau_c = 4 \text{ s}$ ,  $\tau = 1 \text{ s}$  et  $\tau_f = \bar{t}_{\text{arrivée}} = 1,04 \text{ s}$  (ce qui correspond aux valeurs utilisées dans le modèle hybride). Il ressort que ces résultats sont du même ordre de grandeur et suivent une évolution identique. On note néanmoins que plus le débit sur la voie principale est faible, plus les résultats sont éloignés. Cette différence est liée au fait que dans le modèle de file d'attente, on ne tient pas compte du comportement des véhicules sur la voie secondaire : la capacité ne dépend pas du comportement des véhicules sur cette voie (notamment, elle n'est pas bornée par  $Q_s$ ).

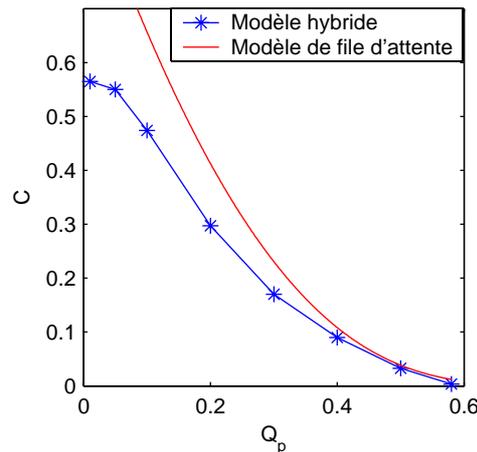


Figure VI-13: Comparaison de l'évolution de la capacité de la voie secondaire en fonction du débit sur la voie principale entre le modèle hybride et un modèle de file d'attente

Ce résultat montre que l'introduction des aspects stochastiques dans le modèle à représentation véhiculaire permet de reproduire les interactions locales entre les véhicules et leurs effets au niveau global.

## VI.4 Combinaison d'une intersection et d'un feu tricolore

### VI.4.1 Objectifs

Dans ce dernier exemple, nous allons montrer que la modélisation hybride permet d'étudier des cas plus complexes que ceux présentés précédemment, et pour lesquels une analyse statistique du fonctionnement du réseau est difficile, voire impossible. Nous allons reprendre l'exemple précédent en ajoutant un carrefour à feux sur la voie prioritaire,

comme le montre la Figure VI-14. Il s'agit ici de montrer que le modèle hybride permet de modéliser l'influence de ce carrefour à feux sur l'intersection.

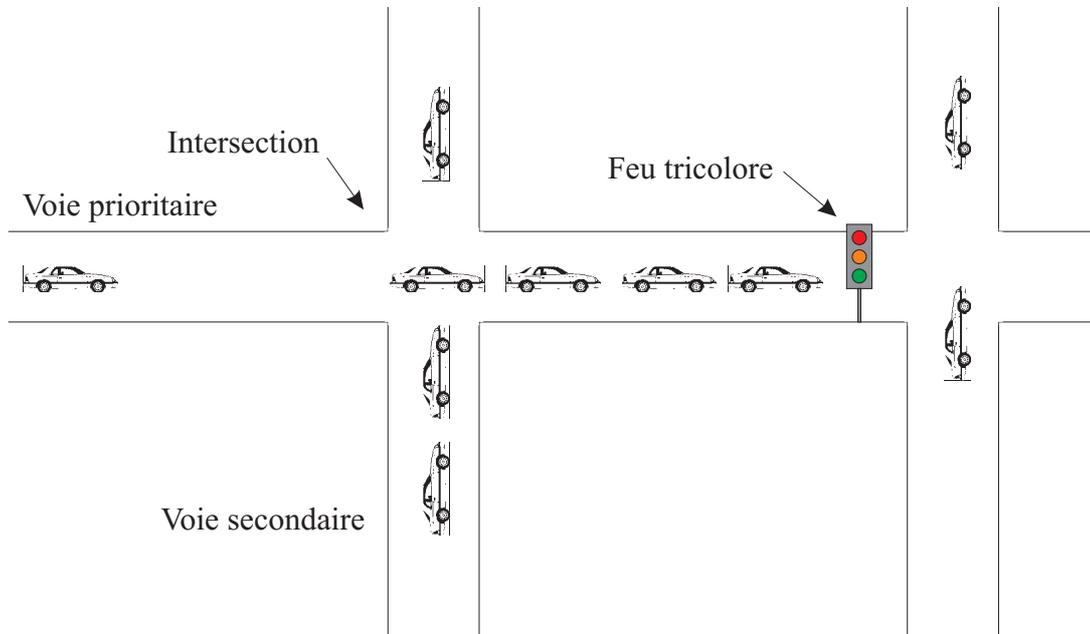


Figure VI-14: Combinaison d'un carrefour à feux et d'une intersection

Nous étudierons deux cas en fonction de la position du feu par rapport à l'intersection. En effet, suivant que le feu se situe en aval (comme sur la Figure VI-14) ou bien en amont, il a une influence différente sur le fonctionnement de l'intersection. Placé en aval, il crée une file d'attente qui peut perturber le fonctionnement de l'intersection (on suppose que pendant que les véhicules de la voie prioritaire sont arrêtés dans la file d'attente du feu, aucun véhicule de la voie secondaire ne peut traverser l'intersection). Placé en amont, il pulse le trafic et donc modifie la distribution des intervalles.

#### VI.4.2 Modélisation du feu tricolore

Là encore, nous faisons le choix de modéliser le feu tricolore de façon très simple. Nous ne tiendrons pas compte des phénomènes de ralentissement. Par ailleurs, nous ne considérerons que deux couleurs de feux : le vert et le rouge. Comme pour la gare de péage, le feu tricolore est modélisé de façon externe au modèle : lorsque le feu passe au rouge, le premier véhicule qui passe au droit du feu est arrêté, et ce jusqu'à ce que le feu passe au vert (le véhicule obéissant alors à nouveau à la loi de poursuite).

## VI.4.3 Analyse des résultats

### VI.4.3.a Trajectoires des véhicules

#### VI.4.3.a.(i) Feu en amont

Afin d'illustrer l'effet du feu tricolore sur l'intersection lorsqu'il se situe en amont de celle-ci, nous avons représenté sur la Figure VI-15 la trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire dans le cas où le feu se situe à 10 m de l'entrée du tronçon véhiculaire, l'intersection se situant comme dans le cas précédent à une distance de 100 m de l'entrée.

Les traits vert et rouge représentent la couleur du feu tricolore. Pour davantage de lisibilité, nous avons représenté sur la figure du haut la trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire, puis nous avons superposé à ces trajectoires celles des véhicules de la voie secondaire sur la figure du bas.

Il apparaît ainsi que lorsque le feu tricolore passe au vert, les véhicules qui attendent sur la voie prioritaire en amont du feu redémarrent, ce qui génère un peloton dense de véhicules qui ne permet pas la traversée de l'intersection des véhicules de la voie secondaire (il se crée donc une file d'attente).

Lorsque ce peloton est passé (ce qui correspond au passage du dernier véhicule perturbé par le feu), le fonctionnement de l'intersection est identique au cas précédent (c'est-à-dire sans feux sur la voie prioritaire) : les véhicules de la voie secondaire traversent l'intersection en fonction des intervalles des véhicules sur la voie principale.

Enfin, lorsque le feu passe au rouge, une file d'attente se crée sur la voie prioritaire. De ce fait, les véhicules en attente sur la voie secondaire peuvent franchir l'intersection, aucun véhicule ne circulant sur la voie prioritaire.

Le feu a donc deux effets antagonistes sur le fonctionnement de l'intersection :

- le redémarrage des véhicules en attente au droit du feu sur la voie prioritaire est à l'origine de la création d'une file d'attente sur la voie secondaire ;
- inversement, lorsque le feu est rouge, il crée un intervalle relativement long pendant lequel aucun véhicule prioritaire ne gêne la progression des véhicules sur la voie secondaire.

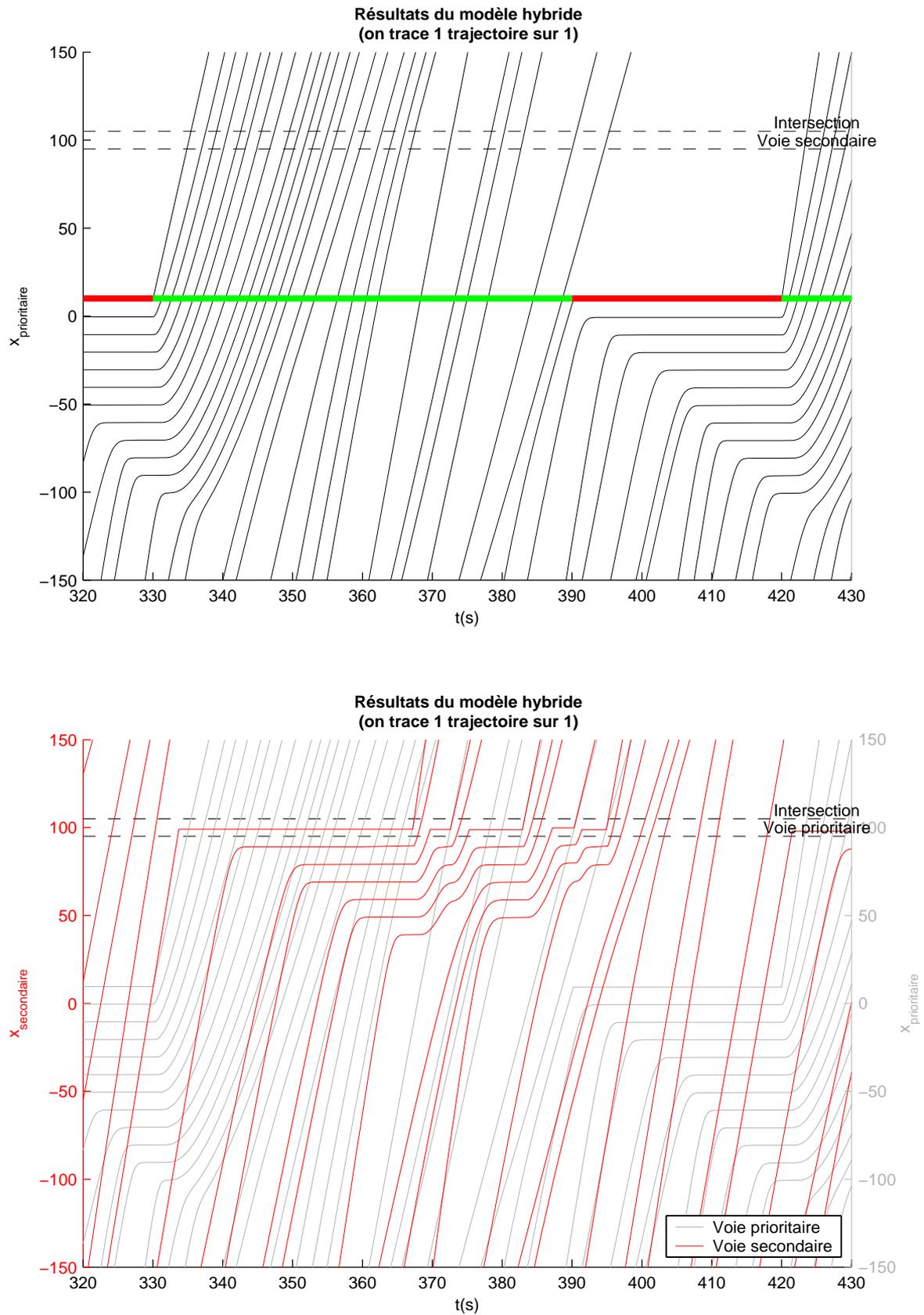


Figure VI-15: Trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire dans le cas où le feu tricolore se situe en amont de l'intersection

#### *VI.4.3.a.(ii) Feu en aval*

De même, nous avons représenté sur la Figure VI-16 la trajectoire des véhicules dans le cas où le feu se situe à 50 m en aval de l'intersection (ce qui correspond à une ordonnée de 150 m). Lorsque le feu tricolore passe au rouge, une file d'attente se crée en amont du feu sur la voie prioritaire. Comme nous avons supposé que les véhicules de la voie secondaire ne peuvent pas traverser lorsqu'il y a une file d'attente sur la voie prioritaire, dès que cette file d'attente atteint l'intersection, il se crée une file d'attente sur la voie secondaire. Lorsque le feu passe au vert, on retrouve comme dans le cas précédent deux phases de fonctionnement. Tant que la file d'attente de la voie prioritaire ne s'est pas résorbée, les véhicules de la voie secondaire ne peuvent pas traverser l'intersection. Ensuite, on retrouve un fonctionnement de l'intersection similaire au cas sans feu.

Il convient sur cet exemple de remarquer une des limites des hypothèses simplificatrices de la modélisation de l'intersection. Un véhicule de la voie secondaire traverse l'intersection pendant la phase de redémarrage des véhicules de la voie prioritaire alors que l'intervalle de temps qui sépare l'arrivée des deux véhicules prioritaires au droit de l'intersection est relativement faible. Il s'agit là d'une conséquence de la façon dont on calcule le temps que va mettre un véhicule de la voie prioritaire pour arriver au droit de l'intersection. Ce temps est calculé en faisant l'hypothèse que la vitesse reste constante pendant ce laps de temps. Or, dans le cas d'un redémarrage, la vitesse des véhicules varie fortement, ce qui induit des erreurs dans l'estimation des créneaux sur la voie prioritaire.

#### *VI.4.3.b Capacité de l'intersection*

Nous avons vu à travers l'analyse des trajectoires des véhicules que les effets du feu tricolore sur l'intersection dépendent de sa position. Il est alors intéressant de voir dans quelle mesure ces effets vont modifier la capacité de l'intersection.

Nous proposons de reprendre l'analyse précédente et de tracer l'évolution de la capacité de l'intersection en fonction du débit sur la voie prioritaire et de la position du feu. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure VI-17.

Assez logiquement, lorsque le feu tricolore se situe en aval, la capacité de l'intersection diminue. En effet, plus le débit sur la voie prioritaire est important, plus la file d'attente en amont du feu est importante et perturbe le fonctionnement de l'intersection.

Lorsque le feu se situe en amont, il a une double influence sur l'intersection. La formation d'un peloton dense sur la voie prioritaire introduit une baisse de la capacité, ce qui apparaît nettement pour des valeurs faibles de  $Q_p$ . En revanche, la période sans véhicules sur la voie prioritaire offre un intervalle de temps relativement important pour le passage des véhicules de la voie secondaire, ce qui a pour effet d'augmenter la capacité de la voie. Ce deuxième effet est d'autant plus important que la valeur de  $Q_p$  est importante, ce qui explique que la chute de la capacité est moins importante dans ce cas que dans le cas sans feu.

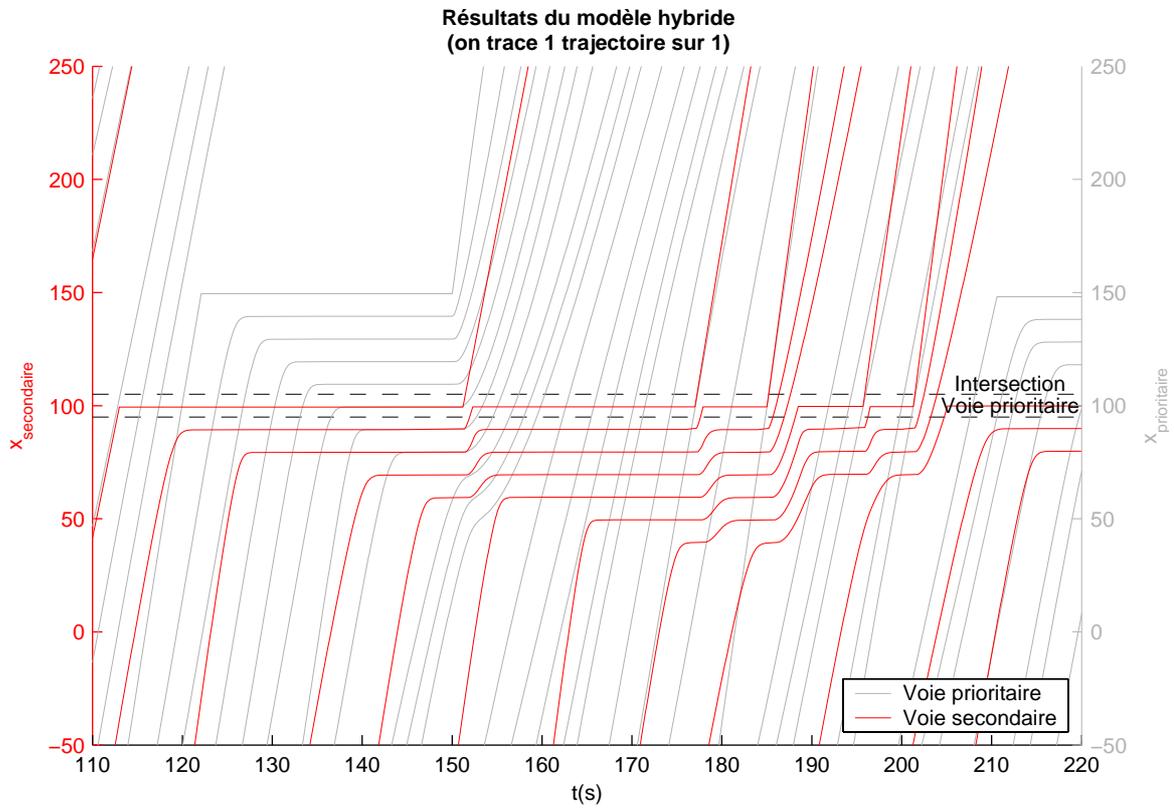
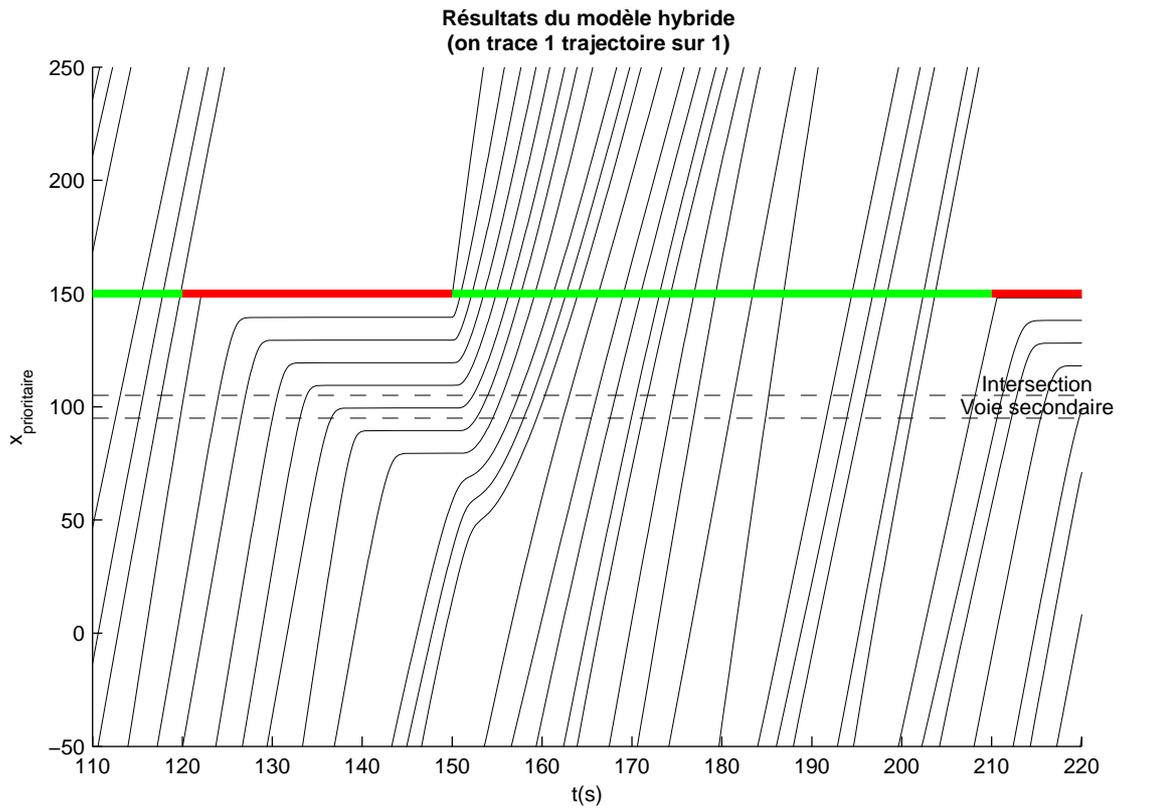


Figure VI-16: Trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire dans le cas où le feu tricolore se situe en aval de l'intersection

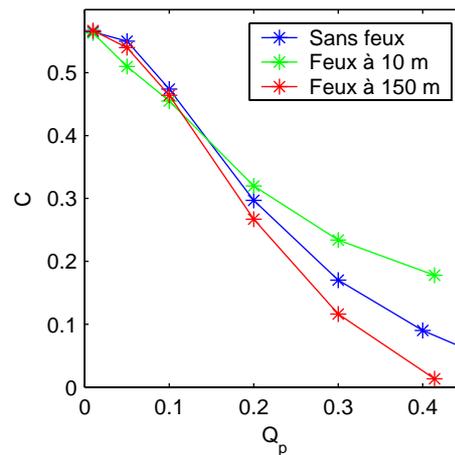


Figure VI-17: Evolution de la capacité de l'intersection en fonction du débit sur la voie prioritaire et de la position du feu sur cette voie

On notera que sur ce graphique, nous nous sommes arrêtés à une valeur de  $Q_p$  égale à 0,41 véh/s qui correspond à la capacité du feu tricolore. En effet, pour des valeurs supérieures, il se crée une file d'attente divergente sur la voie prioritaire, ce qui modifie le fonctionnement du réseau.

## VI.5 Conclusion

A travers ces trois exemples (gare de péage à une voie, intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire et combinaison de deux intersections), nous avons montré que le modèle hybride développé dans les chapitres IV et V répond aux objectifs que nous avons fixé dans le chapitre III. Grâce à la complémentarité du modèle représentant le flux et du modèle à représentation véhiculaire, il permet d'adapter le type de représentation du trafic aux besoins particuliers d'une application et ainsi de prendre en compte les effets de la diversité de comportement des véhicules au droit de certains éléments spécifiques, que ce soit à l'échelle locale ou bien à une échelle plus globale (celle du réseau).

La comparaison des résultats du modèle hybride avec ceux des modèles de file d'attente dans deux cas simples montre par ailleurs que les distributions introduites dans le schéma de couplage au sein du modèle à représentation véhiculaire permettent de reproduire les interactions des aspects stochastiques du trafic.

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont ainsi un premier pas vers l'utilisation de l'approche hybride pour traiter diverses applications. Notamment, il apparaît que ce modèle permet de traiter de façon satisfaisante les problèmes de conflit aux intersections, ce qui laisse entrevoir des possibilités intéressantes d'application en milieu urbain, notamment pour étudier l'interaction de plusieurs carrefours de type différent, comme des carrefours à feux, des carrefours sans feux, des carrefours giratoires, ...

La principale limitation dans l'usage de ce type de modèle concerne la taille de la discrétisation du modèle représentant le flux. En effet, nous avons montré dans le chapitre précédent qu'il est nécessaire de faire un compromis entre pas de temps et pas d'espace

afin que les distributions introduites dans le modèle à représentation véhiculaire restent relativement proches des distributions théoriques. Or, il est possible que pour certaines applications (en milieu urbain notamment), la taille de la discrétisation du modèle représentant le flux doive être relativement petite (des pas de temps de l'ordre de quelques secondes), ce qui n'est pas adapté à la modélisation hybride. Ce type de modèle ne peut s'appliquer que dans le cas où l'application autorise une taille de discrétisation du modèle représentant le flux suffisamment grande. Il s'agit là d'un obstacle relativement important qui limite en partie les possibilités applicatives du modèle hybride, notamment en milieu urbain.



# Conclusion



## Synthèse

L'objectif de cette thèse était double. Il s'agissait d'étudier un problème relativement large qui est celui des problèmes d'échelles dans le domaine de la modélisation de l'écoulement du trafic routier à travers le développement d'un modèle hybride de trafic.

Quelques éléments de réponse ont été apportés en ce qui concerne les problèmes d'échelles dans la première partie de cette thèse : nous avons tenté de formaliser davantage ce problème en nous appuyant sur des éléments de réflexion issus d'autres disciplines, puis nous avons analysé la réponse des modèles « classiques » d'écoulement à ces problèmes d'échelles.

Concernant le problème spécifique de la modélisation hybride, nous avons proposé un cadre général d'analyse de ces modèles et nous avons montré que les modèles existants ne satisfont que partiellement les contraintes définies dans ce cadre général. Le modèle hybride que nous avons développé, fondé sur le modèle LWR, permet d'intégrer les aspects stochastiques du trafic dans le modèle à représentation véhiculaire, et ainsi de prendre en compte à l'échelle du réseau les effets de certains éléments spécifiques pour lesquels la variabilité du trafic est déterminante dans leur fonctionnement. L'analyse des résultats de ce modèle pour différents exemples d'application nous a montré qu'il répond aux objectifs de la modélisation hybride.

### *Les problèmes d'échelles*

Nous avons présenté les problèmes d'échelles en trafic en faisant un parallèle avec ceux rencontrés dans d'autres disciplines. Ce parallèle a permis de présenter quelques éléments concernant le lien qui existe entre les modèles microscopiques et macroscopiques dans d'autres disciplines. Nous avons ainsi vu que dans certains cas, le modèle macroscopique pouvait être directement déduit du modèle microscopique (cf. l'homogénéisation des milieux périodiques appliquée au cas des matériaux hétérogènes). Dans d'autres cas, ces modèles sont complémentaires, chacun correspondant à un domaine d'utilisation spécifique, d'où l'idée du couplage (ou modélisation hybride) afin de combiner les avantages des deux types de modèle.

L'étude de la réponse des modèles « classiques » d'écoulement de trafic à ces problèmes d'échelles nous a conduit à proposer une nouvelle classification permettant de mieux faire apparaître les liens qui existent entre ces modèles. Cette classification est fondée sur deux critères : la représentation du trafic et la loi de comportement. Par ailleurs,

nous avons conclu qu'il n'existe pas de modèle de trafic qui soit universel : le choix d'un modèle dépend de l'application considérée.

### *Développement d'un modèle hybride*

Nous avons alors étudié un type nouveau de modèle d'écoulement : les modèles hybrides, couplage entre un modèle représentant le flux et un modèle à représentation véhiculaire. Leur intérêt est de permettre d'adapter le modèle d'écoulement aux besoins spécifiques de chaque élément d'un réseau. Peu de recherches ayant été menées sur ce type de modèle, nous avons proposé un cadre théorique général à la modélisation hybride. Notamment, nous avons défini les propriétés fondamentales que doit posséder un modèle hybride pour être valide. Grâce à ce cadre théorique, nous avons montré que les modèles hybrides existants ne satisfont que partiellement les contraintes que nous avons définies.

C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de développer un nouveau modèle hybride. Face aux difficultés que soulève le développement de ce type de modèle, nous avons adopté une démarche progressive en partant d'un cas relativement simple de couplage (le cas homogène), puis en introduisant des extensions. Nous avons volontairement fait le choix d'un modèle simple de loi de comportement, le modèle LWR.

Nous avons ainsi développé un premier modèle hybride fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR. Ce modèle est « idéal » dans le sens où il respecte parfaitement les propriétés fondamentales des modèles hybrides. Toutefois, il ne présente aucune possibilité d'extension ; c'est ce qui nous a conduit à développer un autre modèle hybride « moins idéal » sous sa forme homogène mais offrant davantage de possibilités d'extensions. Ce modèle repose sur le couplage entre deux modèles discrétisés de l'écoulement du trafic : la discrétisation spatio-temporelle du modèle LWR (modèle représentant le flux), et un modèle à représentation véhiculaire dérivé du modèle LWR.

Le schéma de couplage proposé (inspiré de modèles hybrides similaires développés en mécanique des fluides) introduit des segments de transition qui permettent le passage progressif de l'information sur l'écoulement du trafic d'un modèle vers l'autre. Par ailleurs, en introduisant la notion de pseudo-véhicules, ce schéma permet de traduire l'information sur le flux au niveau des véhicules (et inversement) de façon continue, et ainsi évite l'introduction d'oscillations dans le modèle représentant le flux comme c'est le cas dans certains modèles hybrides existants.

Parmi les différentes possibilités d'extension de ce schéma, nous avons choisi de développer l'introduction des aspects stochastiques du trafic dans le modèle à représentation véhiculaire. L'intérêt d'un modèle hybride stochastique a été étudié à travers plusieurs exemples. Nous avons ainsi montré qu'il permet de modéliser les interactions entre véhicules liées au caractère stochastique du trafic au droit de certains éléments spécifiques de réseau grâce au modèle à représentation véhiculaire, et qu'il permet d'intégrer leurs effets à l'échelle du réseau dans le modèle représentant le flux.

Ce modèle étend donc les possibilités applicatives des modèles d'écoulement « classiques » existants en permettant de combiner leurs avantages au sein d'un même modèle et d'utiliser le modèle le plus approprié à la description de chaque élément d'un réseau en fonction des besoins fixés par l'application. Toutefois, nous avons à plusieurs reprises montré au travers de cette thèse que certains points doivent être analysés avant d'appliquer ce type de modèle. Il conviendra notamment de vérifier que les conditions dans lesquelles on souhaite l'utiliser permettent de reproduire correctement les différentes distributions de trafic.

Il convient de remarquer que le schéma de couplage proposé est spécifique aux modèles couplés, notamment au modèle représentant le flux, et qu'il semble impossible de généraliser ce schéma pour construire un schéma « universel », c'est-à-dire valide quels que soient les modèles couplés. S'il est envisageable de modifier le modèle représentant les véhicules dans le modèle hybride sans modifier le schéma de couplage, il est en revanche très difficile de modifier le modèle représentant le flux.

### **Perspectives**

Le modèle que nous avons proposé est un premier pas vers le développement d'un modèle hybride permettant de traiter des situations complexes de trafic. Nous nous sommes pour l'instant restreint au cas d'un tronçon à une voie. Par ailleurs, bien que nous ayons introduit une distribution des vitesses désirées, nous avons considéré que tous les véhicules présents sur le réseau étaient de même nature. Pour aller plus loin dans le développement de ce modèle, plusieurs pistes de recherche restent à explorer.

D'une part, il faudrait poursuivre les recherches sur le schéma de couplage afin de développer les extensions que nous avons évoquées dans le chapitre IV, à savoir la modification de la loi de comportement du modèle à représentation véhiculaire et l'introduction de plusieurs classes de véhicules. Une autre extension permettrait également d'accroître les possibilités d'application de ce modèle : il s'agit du développement d'un modèle hybride multi-voies. En effet, le modèle que nous avons développé n'est valable que dans le cas d'un réseau à une voie au droit du couplage (le réseau pouvant ensuite comporter plusieurs voies au sein du modèle représentant le flux ou bien au sein du modèle à représentation véhiculaire).

D'autre part, il conviendrait de développer les recherches sur le modèle à représentation véhiculaire. Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé un modèle fondé sur le modèle LWR, et pour chaque exemple nous nous sommes contentés d'une modélisation très simplifiée du comportement des véhicules. Une prochaine étape dans le développement de ce modèle serait donc de modifier sa loi de comportement (on rejoint ici une des extensions du schéma de couplage), l'objectif étant dans ce cas de développer un modèle permettant de représenter de façon satisfaisante le comportement des véhicules individuels, et de valider expérimentalement son fonctionnement. Une autre piste de

développement serait d'ajouter à ce modèle un modèle de dépassement, élément nécessaire pour traiter le cas de tronçons multi-voies.

Enfin, une dernière piste de recherche pourrait être d'étudier l'adaptation du schéma de couplage que nous avons développé dans le cas du modèle LWR à un modèle macroscopique d'ordre supérieur. Notamment, la résolution eulérienne de ces modèles, que nous avons évoquée dans le chapitre II, semble offrir des possibilités intéressantes de développement d'un tel modèle hybride.



# Bibliographie



- ABRAHAM, F.F., BROUGHTON, J.Q., BERNSTEIN, N. et al.**, Spanning the length scales in dynamic simulation, *Computers in Physics*, **1998**, vol. 12, n° 6, pp. 538-546.
- AHMED, K.I., BEN-AKIVA, M.E., KOUTSOPOULOS, H.N. et al.**, Models of freeway lane changing and gap acceptance behaviour, **In** : Lesort, J.B. ed., *Transportation and Traffic Theory*, proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 24-26 juillet 1996, Lyon, France, Oxford : Pergamon, **1996**, pp. 501-515.
- ANSORGE, R.**, What does the entropy condition mean in traffic flow theory?, *Transportation Research Part B*, **1990**, vol. 24, n° 2, pp. 133-143.
- AW, A., RASCLE, M.**, Resurrection of "second order" models of traffic flow?, *Journal of Applied Mathematics*, **2000**, vol. 60, n° 3, pp. 916-938.
- AW, A., KLAR, A., MATERNE, T. et al.**, Derivation of continuum traffic flow models from microscopic follow-the-leader models, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **2002**, vol. 63, n° 1, pp. 259-278.
- BANDO, M., HASEBE, K., NAKAYAMA, A. et al.**, Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation, *Physical Review E*, **1995**, vol. 51, n° 2, pp. 1035-1042.
- BEN-AKIVA, M., DAVOL, A., TOLEDO, T. et al.**, MITSIMLab for Stockholm, enhancements, calibration and validation, **[en ligne]**, **2000**, Disponible sur : <<http://web.mit.edu/its/papers/CALIBR.PDF>>, (consulté le 12.02.2002).
- BERG, P., MASON, A., WOODS, A.**, Continuum approach to car-following models, *Physical Review E*, **2000**, vol. 61, n° 2, pp. 1056-1066.
- BERG, P.**, Optimal-velocity models of motorway traffic, Thèse de Mathématiques, Bristol : University of Bristol, **2001**, 194 p.
- BOER, E.R.**, Car following from the driver's perspective, *Transportation Research Part F*, **1999**, vol. 2, n° 4, pp. 201-206.
- BOURREL, E., HENN, V.**, Vers une modélisation hybride de l'écoulement du trafic routier, **In** : Actes du groupe de travail Modélisation du trafic, 6 juin 2002, Arcueil, France : INRETS, **2002a**, à paraître.
- BOURREL, E., HENN, V.**, Mixing micro and macro representations of traffic flow : a first theoretical step, **In** : Proceedings of the 9th meeting of the Euro Working Group on Transportation, 10-13 Juin 2002, Bari, Italie, Bari : Polytechnic of Bari, **2002b**, pp. 610-616.
- BOURREL, E., LESORT, J.B.**, Mixing micro and macro representations of traffic flow : a hybrid model based on the LWR theory, **In** : 82<sup>nd</sup> Transportation Research Board, 12-16 janvier 2003, Washington, D.C. **[CD-ROM]**, Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2003**, 16 p. (accepté pour publication dans *Transportation Research Records*)
- BOUTIN, C.**, Comportement macroscopique de matériaux hétérogènes, Habilitation à diriger des recherches, Grenoble : Université Joseph Fournier de Grenoble, **1994**, 188 p.

- BRACKSTONE, M., MCDONALD, M.**, Car-following : a historical review, *Transportation Research Part F*, **1999**, vol. 2, n° 4, pp. 181-196.
- BROCKFELD, E., KÜHNE, R.D., SKABARDONIS, A., WAGNER, P.**, Towards a benchmarking of microscopic traffic flow models, **In** : 82<sup>nd</sup> Transportation Research Board, 12-16 janvier 2003, Washington, D.C. [CD-ROM], Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2003**, 18 p.
- BUISSON, C.**, Analyse bibliographique et première classification des algorithmes de simulation de l'écoulement du trafic routier, *Recherche Transports Sécurité*, **1996**, vol. 53, pp. 35-48.
- BUISSON, C., LEBACQUE, J.P., LESORT, J.B.**, STRADA, a discretized macroscopic model of vehicular traffic flow in complex networks based on the Godunov scheme, **In** : Borne, P. ed., Proceedings of the IEEE-SMC CESA'96 IMACS Multiconference. Computational Engineering in Systems Applications, 9-12 juillet 1996, Lille, France, **1996**, pp. 976-981.
- BUISSON, C., LEBACQUE, J.P.**, Le modèle de trafic STRADA, **In** : Actes du groupe de travail Modélisation du trafic, Arcueil, France : INRETS, **1997**, pp 69-90.
- CASSIDY, M.J., MAUCH M.**, An observed traffic pattern in long freeway queues, *Transportation Research Part A*, **2001**, vol. 35, n° 2, pp. 149-162.
- CHANDLER, R.E., HERMAN, R., MONTROLL, E.W.**, Traffic dynamics : studies in car following, *Operations Research*, **1958**, vol. 6, n° 2, pp. 165-184.
- CHANG, G.L., MAHMASSANI, H.S., HERMAN, R.**, Macroparticle traffic simulation model to investigate peak-period commuter decision dynamics, *Transportation Research Records*, **1985**, vol. 1005, pp. 107-121.
- CHANUT, S., BUISSON, C.**, Godunov discretization of a two flow macroscopic model for mixed traffic with distinguished speeds and lengths, **In** : 82<sup>nd</sup> Transportation Research Board, 12-16 janvier 2003, Washington, D.C. [CD-ROM], Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2003**, 20 p. (accepté pour publication dans *Transportation Research Records*)
- CHANVILLARD, G.**, Le matériau béton : connaissances générales, ENTPE, Lyon, France : Aléas, **1999**, 169 p.
- DAGANZO, C.F.**, The CELL transmission model : a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory, *Transportation Research Part B*, **1994**, vol. 28, n° 4, pp. 269-287.
- DAGANZO, C.F.**, Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow, *Transportation Research Part B*, **1995**, vol. 29, n° 4, pp. 277-286.
- DAGANZO, C.F.**, A behavioral theory of multi-lane traffic flow. Part I : Long homogeneous freeway sections, *Transportation Research Part B*, **2002**, vol. 36, n° 2, pp. 131-158.

- DEL CASTILLO, J.M.**, A car following model based on the Lighthill-whitham theory, **In** : Lesort, J.B. ed., Transportation and Traffic Theory, proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 24-26 juillet 1996, Lyon, France, Oxford : Pergamon, **1996**, pp. 517-538.
- DEL CASTILLO, J.M.**, Propagation of perturbations in dense traffic flow : a model and its implications, Transportation Research Part B, **2001**, vol. 35, n° 4, pp. 367-389.
- DIJKER, T., SCHUURMAN, H.**, The capacity of asymmetrical weaving sections, **In** : 82<sup>nd</sup> Transportation Research Board, 12-16 janvier 2003, Washington, D.C. [CD-ROM], Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2003**, 17 p.
- FELLENDORF, M., VORTISCH, P.**, Validation of the microscopic traffic flow model VISSIM in different real-world situations, **In** : 80<sup>th</sup> Transportation Research Board, 7-11 janvier 2001, Washington, D.C. [CD-ROM], Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2001**, 9 p.
- FLEKKØY, E.G., WAGNER, G., FEDER, J.**, Hybrid model for combined particle and continuum dynamics, Europhysics Letters, **2000**, vol. 52, n° 3, pp. 271-276.
- GARCIA, A.L., BELL, J.B., CRUTCHFIELD, W.Y. et al.**, Adaptive mesh and algorithm refinement using direct simulation Monte Carlo, Journal of Computational Physics, **1999**, vol. 154, n° 1, pp. 134-155.
- GAZIS, D.C., HERMAN, R., POTTS, R.B.**, Car-following theory of steady state flow, Operations Research, **1959**, vol. 7, n° 4, pp. 499-505.
- GIORGI, F.**, Prise en compte des transports en commun de surface dans la modélisation macroscopique de l'écoulement du trafic, Thèse en Génie Civil, Villeurbanne : INSA de Lyon, **2002**, 348 p.
- GERLOUGH, D.L., HUBER, M.J.**, Traffic Flow Theory, Special Report n° 165, Washington, D.C. : Transportation Research Board, National Research Council, **1975**, 223 p.
- GODLEWSKI, E., RAVIART, P.A.**, Hyperbolic systems of conservation laws, Paris, France : Ellipses, **1990**, 252 p.
- GREENSHIELDS, B.D.**, A study of traffic capacity, Proceedings of the Highway Research Board, **1935**, vol. 14, pp. 448-477.
- HADJICONSTANTINOU, N.G., PATERA, A.T.**, Heterogeneous atomistic-continuum representations for dense fluid systems, International Journal of Modern Physics C, **1997**, vol. 8, n° 4, pp. 967-976.
- HADJICONSTANTINOU, N.G.**, Hybrid atomistic-continuum formulations and the moving contact-line problem, Journal of Computational Physics, **1999**, vol. 154, n° 2, pp. 245-265.

- HALL, F.L., BLOOMBERG, L., ROUPHAIL, N.M. et al.**, Validation results for four models of oversaturated freeway facilities, **In** : 79<sup>th</sup> Transportation Research Board, 9-13 janvier 2000, Washington, D.C. [CD-ROM], Washington, D.C. : Transportation Research Board ed., **2000**, 22 p.
- HANCOCK, P.A.**, Is car following the real question- are equations the answer?, Transportation Research Part F, **1999**, vol. 2, n° 4, pp. 197-199.
- HELBING, D.**, From microscopic to macroscopic traffic models, **In** : Parisi, J., Müller, S. C. and Zimmermann, W. eds., A Perspective Look at Nonlinear Media. From Physics to Biology and Social Sciences, Berlin : Springer, **1998**, pp. 122-139.
- HELBING, D., HENNECKE, A., SHVETSOV, V. et al.**, Micro- and macrosimulation of freeway traffic, Mathematical and Computer Modelling, **2000**, vol. 35, n° 5-6, pp. 517-547.
- HELBING, D.**, Traffic and related self-driven many-particle systems, Reviews of Modern Physics, **2001**, vol. 73, n° 4, pp. 1067-1141.
- HELBING, D., HENNECKE, A., SHVETSOV, V., et al.**, MASTER : macroscopic traffic simulation based on a gas-kinetic, non-local traffic model, **2001**, vol. 35, n° 2, pp. 183-211.
- HENN, V.**, Modèle de poursuite utilisant les techniques de la logique floue, Recherche Transport Sécurité, **1997**, vol. 54, pp. 15-25.
- HENN, V., BOURREL, E.**, Résolution continue en espace-temps du modèle de Lighthill-Whitham-Richards, **In** : Actes du groupe de travail Modélisation du trafic, Arcueil, France : INRETS, **2002**, à paraître.
- HENNECKE, A., TREIBER, M., HELBING, D.**, Macroscopic simulation of open systems and micro-macro link, **In** : Helbing, D., Herrmann, H.J., Schreckenberg, M. et al. eds., Traffic and Granular Flow '99 : Social, Traffic, and Granular Dynamics, 27-29 septembre 1999, Stuttgart, Allemagne, Berlin : Springer, **1999**, pp. 383-388.
- HIDAS, P.**, Modelling lane changing and merging in microscopic traffic simulation, Transportation Research Part C, **2002**, vol. 10, n° 5-6, pp. 351-371.
- HOOGENDOORN, S.P., BOVY, P.H.L.**, Generic gas-kinetic traffic systems modelling with applications to vehicular traffic flow, Transportation Research Part B, **2001**, vol. 35, n° 4, pp. 317-336.
- JIANG, R., WU, Q.S., ZHU, Z.J.**, A new continuum model for traffic flow and numerical tests, Transportation Research Part B, **2002**, vol. 36, n° 5, pp. 405-419.
- JIANG, R., WU, Q.S.**, Study on propagation speed of small disturbance from a car-following approach, Transportation Research Part B, **2003**, vol. 37, n° 1, pp. 85-99.
- KERNER, B.S.**, Phase transitions in traffic flow, **In** : Helbing, D., Herrmann, H.J., Schreckenberg, M. et al. eds., Traffic and Granular Flow '99 : Social, Traffic, and Granular Dynamics, 27-29 septembre 1999, Stuttgart, Allemagne, Berlin : Springer, **1999**, pp. 253-283.

- KIKUCHI, C., CHAKROBORTY, P.**, Car following model based on a fuzzy inference system, *Transportation Research Record*, **1992**, vol. 1365, pp. 82-91.
- KÜNKEL, F., BUISSON, C.**, Simulation dynamique du trafic routier, Lyon, France : CERTU, **2001**, 147 p.
- LEBACQUE, J.P.**, Les modèles d'écoulement du trafic, **In** : Actes du groupe de travail Modélisation du trafic, Arcueil, France : INRETS, **1995a**, pp 51-75.
- LEBACQUE, J.P.**, La hiérarchie des modèles d'écoulement du trafic, du microscopique au macroscopique, *Annales des Ponts et Chaussées*, **1995b**, vol. 74, pp. 49-70.
- LEBACQUE, J.P.**, The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models, **In** : J.B. Lesort ed., *Transportation and Traffic Theory, proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 24-26 juillet 1996, Lyon, France, Oxford : Pergamon, **1996**, pp. 647-678.
- LEBACQUE, J.P., LESORT, J.B., GIORGI, F.**, Introducing buses into first-order macroscopic traffic flow models, *Transportation Research Records*, **1998**, vol. 1644, pp. 70-79.
- LEBACQUE, J.P., LESORT, J.B.**, Macroscopic traffic flow models : a question of order, **In** : Ceder, I. ed., *Transportation and Traffic Theory, proceedings of the 14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 26-29 juillet 1999, Jerusalem, Israël, Oxford : Pergamon, **1999**, pp. 3-26.
- LEBACQUE, J.P.**, Résultats nouveaux sur les modèles macroscopiques du second ordre, **In** : Actes du groupe de travail Modélisation du trafic, Arcueil, France : INRETS, **2000**, à paraître.
- LEBACQUE, J.P.**, A two phase extension of the LWR model based on the boundedness of traffic acceleration, **In** : Taylor, M ed., *Proceeding of the 15th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 16-18 Juillet 2002, Adelaïde, Australie, Amsterdam : Pergamon, **2002**, pp. 697-718.
- LECLERCQ, L.**, Modélisation dynamique du trafic et applications à l'estimation du bruit routier, Thèse en Génie Civil, Villeurbanne : INSA de Lyon, **2002**, 317 p.
- LEO, C.J., PRETTY, R.L.**, Numerical simulation of macroscopic continuum traffic models, *Transportation Research Part B*, **1992**, vol. 26, n° 3, pp. 207-220.
- LE TALLEC, P., MALLINGER, F.**, Coupling Boltzmann and Navier-Stokes equations by half fluxes, *Journal of Computational Physics*, **1997**, vol. 136, n° 1, pp. 51-67.
- LI, J., LIAO, D., YIP, S.**, Coupling continuum to molecular-dynamics simulation : reflecting particle method and the field estimator, *Physical Review E*, **1998**, vol. 57, n° 6, pp. 7259-7267.
- LIEBERMAN, E., RATHI, A.K.**, Traffic simulation, **In** : Gartner, N.H., Messer, C.J. et Rathi, A.K. eds., *Revised Monograph on Traffic Flow Theory*, [en ligne], **2000**, Disponible sur : < <http://www.tfrc.gov/its/tft/tft.htm> > (consulté le 14.10.2001).

- LIGHTHILL, M.J., WHITHAM, G.B.**, On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads, *Proceedings of the Royal Society A*, **1955**, vol. 229 , pp. 317-345.
- MAGNE, L., RABUT, S., GABARD, J.F.**, Towards an hybrid macro-micro traffic flow simulation model, *Proceedings of the Informs Conference*, 7-10 mai 2000, Salt Lake City, Utah, **2000**, 7 p.
- MAHMASSANI, H.S., SHEFFI, Y.**, Using gap sequences to estimate gap acceptance functions, *Transportation Research Part B*, **1981**, vol. 15, n° 3, pp. 143-148.
- MATERIALS RESEARCH SOCIETY**, Materials research by means of multiscale computer simulation, *MRS bulletin*, **2001**, vol. 26, n° 3, Diaz de la Rubia, T., Bulatov, V.V., eds., pp. 169-259.
- MAY, A.D. Jr., KELLER, H.E.M.**, Non-integer car-following models, *Highway Research Records*, **1967**, vol. 199, pp. 19-32.
- MIZUSEKI, H., KAWAZOE, Y.**, Simulation of crystal growth in solution by hybrid modelling, *Materials Transactions, JIM*, **1999**, vol. 40, n° 11, pp. 1337-1341.
- NELSON, P.**, The Chapman-Enskog expansion : a novel approach to hierarchical extension of Lighthill-Whitham models, **In** : Ceder, I. ed., *Transportation and Traffic Theory*, proceedings of the 14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 26-29 juillet 1999, Jerusalem, Israël, Oxford : Pergamon, **1999**, pp. 51-79.
- NEWELL, G.F.**, Nonlinear effects in the dynamics of car following, *Operations Research*, **1961**, vol. 9, pp. 209-229.
- NEWELL, G.F.**, A simplified car-following theory : a lower order model, *Transportation Research Part B*, **2002**, vol. 36, n° 3, pp. 195-205.
- O'CONNEL, S.T., THOMPSON, P.A.**, Molecular dynamics-continuum hybrid computations: a tool for studying complex fluid flows, *Physical Review E*, **1995**, vol. 52, n° 6, pp. 5792-5795.
- OZAKI, H.**, Reaction and anticipation in the car-following behaviour, **In** : Daganzo, C.F. ed., *Transportation and Traffic Theory*, proceedings of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 26-29 juillet 1993, Berkeley, Californie, New York : Elsevier, **1993**, pp. 349-366.
- PAYNE, H.J.**, Models of freeway traffic and control, **In** : Bekey, G.A., *Mathematical Models of Public Systems*, vol. 1, La Jolla, Californie : Simulation Council, **1971**, pp. 51-61.
- PAPAGEORGIU, M., BLOSSEVILLE, J.M., HADJ-SALEM, H.**, Macroscopic modelling of traffic flow on the Boulevard Périphérique in Paris, *Transportation Research Part B*, **1989**, vol. 23, n° 1, pp. 29-47.
- PAPAGEORGIU, M.**, Some remarks on macroscopic traffic flow modelling, *Transportation Research Part A*, **1998**, vol. 32, n° 5, pp. 323-329.

- POSCHINGER, A., KATES, R., KELLER, H.**, Coupling of concurrent macroscopic and microscopic traffic flow models using hybrid stochastic and deterministic disaggregation, **In** : Taylor, M ed., Proceeding of the 15th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 16-18 Juillet 2002, Adelaïde, Australie, Amsterdam : Pergamon, **2002**, pp. 583-605.
- PRIGOGINE, I., HERMAN, R.**, Kinetic theory of vehicular traffic, New York : Elsevier, **1971**, 100 p.
- QUARTERONI, A., VENEZIANI, A.**, Analysis of a geometrical multiscale model based on the coupling of ODEs and PDEs for blood flow simulations, Multiscale Modeling and Simulation, **2003**, vol. 1, n° 2, pp. 173-195.
- RICHARDS, P.I.**, Shockwaves on the highway, Operations research, **1956**, vol. 4, pp. 42-51.
- ROSS, S.M.**, Initiation aux probabilités, Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes, **1996**, 458 p.
- TARKO, A., P.**, Random queues in signalized road networks, Transportation Science, **2000**, vol. 34, n° 4, pp. 415-425.
- TROUTBECK, R.**, Modeling signalized and unsignalized junctions, **In** : Handbook of Transport Modelling, Hensher, D.A., Button, K.J. eds., Handbook of Transport Modelling, New York : Elsevier, **2000**, pp. 375-391.
- VAN WINSUM, W.**, The human element in car following models, Transportation Research Part F, **1999**, vol. 2, n° 4, pp. 207-211.
- VOGEL, K.**, What characterizes a “free vehicle” in an urban area?, Transportation Research Part F, **2002**, vol. 5, n° 1, pp. 313-327.
- WADSWORTH, D.C., ERWIN, D.A.**, One-dimensional hybrid continuum/particle simulation approach for rarefied hypersonic flows, **In** : ASME ed., Proceedings of the AIAA/ASME 5<sup>th</sup> Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, 18-20 juin 1990, Seattle, Washington, New-York : ASME, **1990**, 9 p.
- WILLIAMS, E.J., AHITOV, I.**, Integrated use of macro and micro models within a simulation study, **In** : Proceedings of the AutoFact conference, 12-14 novembre 1996, Dearborn, MI, Dearborn : Society of Manufacturing Engineers, **1996**, pp 169-179.
- WINDOVER, J.R., CASSIDY, M.J.**, Some observed details of freeway traffic evolution, Transportation Research Part A, **2001**, vol. 35, n° 10, pp. 881-894.
- WONG, S.C., WONG, G.C.K.**, An analytical shock-fitting algorithm for LWR kinematic wave model embedded with linear speed-density relationship, Transportation Research Part B, **2002**, vol. 36, n° 8, pp. 683-706.
- ZHANG, H.M.**, Structural properties of solutions arising from a nonequilibrium traffic flow theory, Transportation Research Part B, **2000a**, vol. 34, n° 7, pp. 583-603.

**ZHANG, H.M.**, Phase transition in nonequilibrium traffic theory, ASCE Journal of Transportation Engineering, **2000b**, vol. 126, n° 1, pp. 1-12.

**ZHANG, H.M.**, A finite difference approximation of a non-equilibrium traffic flow model, Transportation Research Part B, **2001**, vol. 35, n° 4, pp. 337-365.

**ZHANG, H.M.**, A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behaviour, Transportation Research Part B, **2002**, vol. 36, n° 3, pp. 275-290.



# **Annexes**



## Liste des annexes

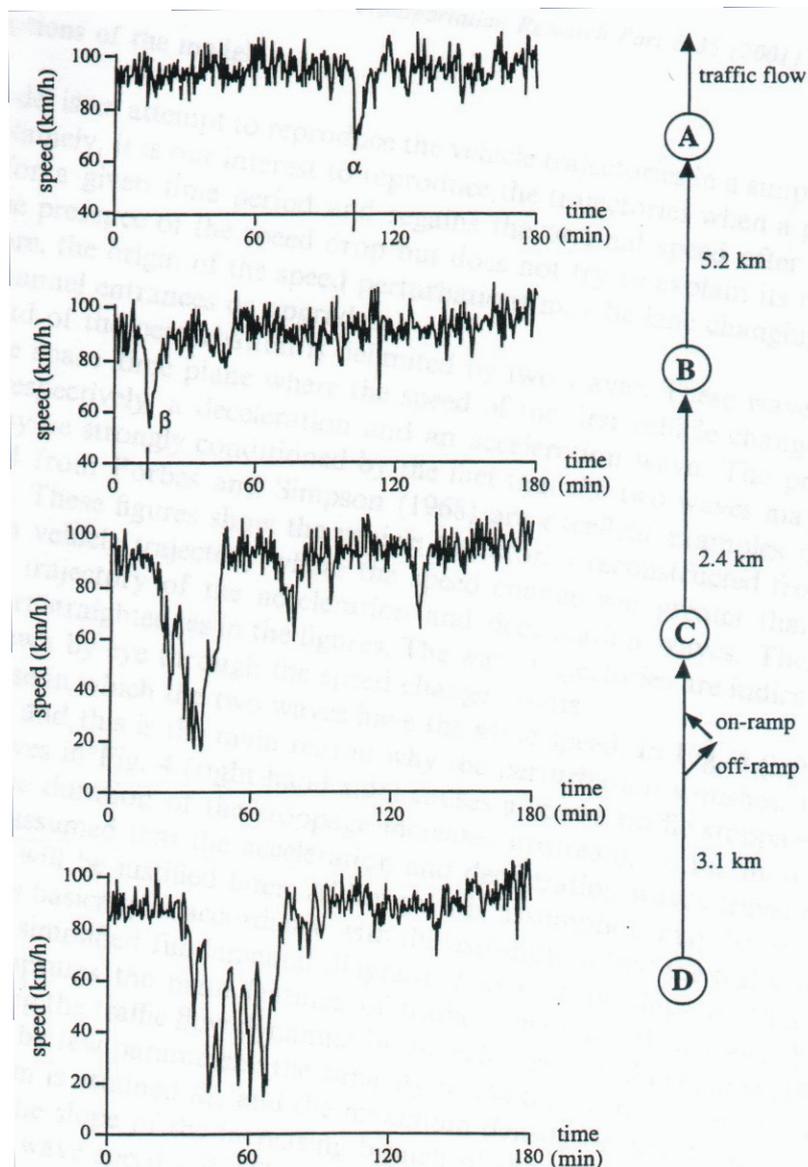
Annexe 1 : Propagation de deux perturbations identiques sur autoroute (d'après [Del Castillo, 2001]).

Annexe 2 : Distributions statistiques de trafic.

Annexe 3 : Démonstration de l'impossibilité de respecter la contrainte d'offre par introduction d'un véhicule fantôme.



## Annexe 1 : Propagation de deux perturbations identiques sur autoroute (d'après [Del Castillo, 2001])



Ce graphique représente l'évolution temporelle de la vitesse du flot mesurée en quatre points d'une autoroute (les points A, B, C et D). On observe deux perturbations : celle notée  $\alpha$  au point A et celle notée  $\beta$  au point B. On remarque que si les deux perturbations semblent de même nature et se propagent vers l'amont, la première se dissipe rapidement et n'est presque plus visible au point D, tandis que la deuxième s'amplifie pour conduire à une congestion au point D.



## Annexe 2 : Distributions statistiques de trafic

### Distributions d'arrivée

Si on se place au bord d'une voie et que l'on compte le nombre de véhicules qui passent pendant une période de temps (ce qui correspond à une mesure du débit), on observe que les valeurs ainsi obtenues sont aléatoires. De nombreuses recherches ont tenté de déterminer quelle distribution était la plus adaptée pour décrire cet aléa.

La distribution de Poisson a été proposée dès les années 1930. Celle-ci est appropriée pour décrire l'occurrence d'évènements discrets (ici, l'arrivée de véhicules) dans le cas où ils sont réellement aléatoires (c'est-à-dire lorsque l'occurrence d'un évènement est indépendante de l'évènement précédent). Pour cette distribution, la probabilité qu'un nombre  $x$  de véhicules arrive pendant une période de temps  $\Delta t$  est égale à :

$$P(x) = \frac{(\lambda \Delta t)^x e^{-\lambda \Delta t}}{x!}$$

$\lambda$  étant le débit moyen. Le nombre moyen de véhicules arrivant pendant une période  $\Delta t$  est  $m = \lambda \Delta t$ , et la variance de cette distribution est :  $\sigma^2 = m$ . Cette distribution est bien adaptée pour décrire la distribution des arrivées dans le cas d'un trafic où le débit moyen est relativement faible car elle suppose que chaque évènement est indépendant du précédent.

Si le débit est important, les interactions entre véhicules sont prépondérantes. L'arrivée d'un véhicule est alors corrélée à l'arrivée du véhicule précédent, ce qui invalide l'hypothèse d'indépendance des arrivées dans la distribution de Poisson. Il en est de même pour un trafic subissant des variations cycliques (en aval d'un feu tricolore par exemple).

Des recherches complémentaires ont alors permis de montrer que d'autres distributions étaient appropriées pour décrire la distribution d'arrivées dans ces deux cas. Il s'agit de la distribution binomiale pour le cas d'un trafic dense et de la distribution binomiale négative pour le cas d'un trafic où la variance est forte (ce qui correspond soit à une variation de la moyenne au cours de la période considérée, soit à un comportement cyclique).

La distribution binomiale correspond à la probabilité d'obtenir un nombre  $x$  de succès (l'arrivée d'un véhicule dans notre cas) lors de  $n$  tirages aléatoires d'une expérience duale (c'est-à-dire dont le résultat est soit un succès, soit un échec). Cette probabilité s'écrit :

$$P(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$$

$p$  étant la probabilité d'obtenir un succès à chaque tirage. On montre alors que la moyenne est :  $m = np$  et la variance :  $\sigma^2 = np(1-p)$ .  $p$  et  $n$  sont ici des paramètres de la distribution qu'il faut estimer à partir de données réelles.

La distribution binomiale négative correspond à la probabilité que le  $k^{\text{ème}}$  succès soit obtenu au  $n^{\text{ème}}$  tirage. En posant  $x = n - k$ , elle s'écrit :

$$P(x) = C_{x+k-1}^{k-1} p^k (1-p)^x$$

On montre alors que :  $m = \frac{k}{p}(1-p)$  et  $\sigma^2 = \frac{k}{p^2}(1-p)$ .

Le Tableau 1 récapitule les résultats suivants en indiquant, pour chaque type de trafic, la distribution la plus appropriée.

Type de trafic	Rapport variance/moyenne	Distribution
Faible	$\approx 1$	Poisson
Dense	$< 1$	Binomiale
Variation de la moyenne ou cyclique	$> 1$	Binomiale négative

Tableau 1 : Distributions d'arrivées suivant le type de trafic

### Distributions d'intervalles

Si on se place au bord d'une voie, et que l'on mesure cette fois le temps qui sépare l'arrivée de deux véhicules successifs, on s'aperçoit assez logiquement que cette variable est également distribuée.

Si on suppose une distribution poissonnienne des arrivées, on peut facilement montrer que les intervalles correspondants suivent une distribution exponentielle négative. Celle-ci correspond à la probabilité qu'un intervalle  $h$  entre deux véhicules soit supérieur ou égal à  $t$  :

$$P(h \geq t) = e^{-t/T}$$

$T$  étant l'intervalle moyen (il est égal à l'inverse du débit). La moyenne de cette distribution est :  $m = T$  et sa variance :  $\sigma^2 = T^2$ .

Toutefois, cette distribution s'avère inadéquate pour décrire les distributions d'intervalles. La raison principale est que sa fonction de densité<sup>1</sup> est maximale pour un intervalle nul, ce qui n'existe évidemment pas en trafic. C'est ainsi qu'a été proposée la distribution exponentielle négative décalée. Elle présente l'avantage d'introduire un intervalle minimum  $\tau$ , ce qui conduit à l'expression suivante :

$$P(h \geq t) = e^{-(t-\tau)/(T-\tau)}$$

Cette distribution est adaptée au cas d'un trafic faible, mais montre vite ses limites pour un trafic plus dense. C'est ce qui a conduit à introduire un autre type de distribution pour un trafic dense : la distribution d'Erlang. Celle-ci s'écrit :

$$P(h \leq t) = \int_0^t \left(\frac{a}{T}\right)^a \frac{x^{a-1}}{(a-1)!} e^{-\frac{ax}{T}} dx$$

<sup>1</sup> La fonction de densité de la distribution exponentielle négative est :  $f(h) = (1/T)e^{-h/T}$ .

$a$  étant un paramètre de la distribution dont les valeurs sont entières. Pour  $a = 1$ , on retrouve la distribution exponentielle négative. Plus ce paramètre augmente, plus il indique l'aspect non-aléatoire de la distribution (et donc la corrélation entre les intervalles). Nous avons tracé l'allure de la fonction de densité de cette distribution sur la Figure 1 pour différentes valeurs de  $a$ .

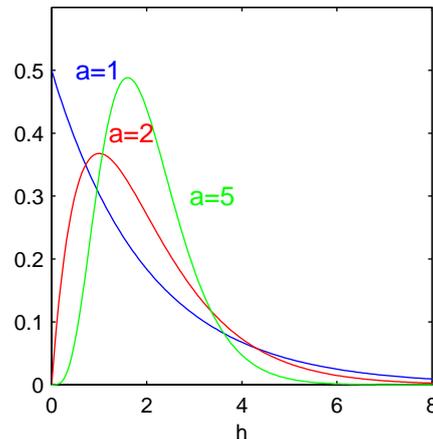


Figure 1 : Densité de la distribution d'Erlang pour différentes valeurs de  $a$

La moyenne est égale à :  $m = T$  et la variance à :  $\sigma^2 = T^2 / a$ . Ceci permet de calibrer le paramètre  $a$  sur des données réelles (en prenant la valeur entière la plus proche de  $m^2 / \sigma^2$ ).

#### Autres phénomènes

D'autres phénomènes ont fait l'objet de recherches afin de caractériser leur distribution. On peut notamment citer deux exemples qui nous seront utiles dans la suite de cette thèse : la distribution des vitesses désirées et la distribution des créneaux critiques (pour l'acceptation de créneaux).

La loi normale (également appelée gaussienne) apparaît comme une distribution satisfaisante pour décrire la distribution des vitesses désirées. Ainsi, la probabilité qu'un véhicule ait pour vitesse désirée  $v$  est :

$$P(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2\sigma^2}}$$

$\bar{v}$  étant la moyenne des vitesses désirées et  $\sigma^2$  la variance.

En ce qui concerne l'acceptation de créneau, la distribution du créneau critique est bien représentée par les distributions d'Erlang et log-normale.



### Annexe 3 : Démonstration de l'impossibilité de respecter la contrainte d'offre par introduction d'un véhicule fantôme

Dans cette annexe, nous allons démontrer que dans le cas du modèle hybride homogène fondé sur la discrétisation spatio-temporelle du modèle LWR, l'utilisation d'un véhicule fantôme en aval de la cellule de transition véhicule/flux ne permet pas de respecter la contrainte d'offre imposée par le modèle représentant le flux.

Supposons connues à l'instant  $t$  la position des véhicules sur la zone véhiculaire, celle du véhicule fantôme ainsi que la concentration de la cellule de transition véhicule/flux et celle de la cellule de flux aval (comme le montre la Figure 1).

L'offre imposée par le modèle de flux est :  $\Omega(K_{F_{aval}})$ .

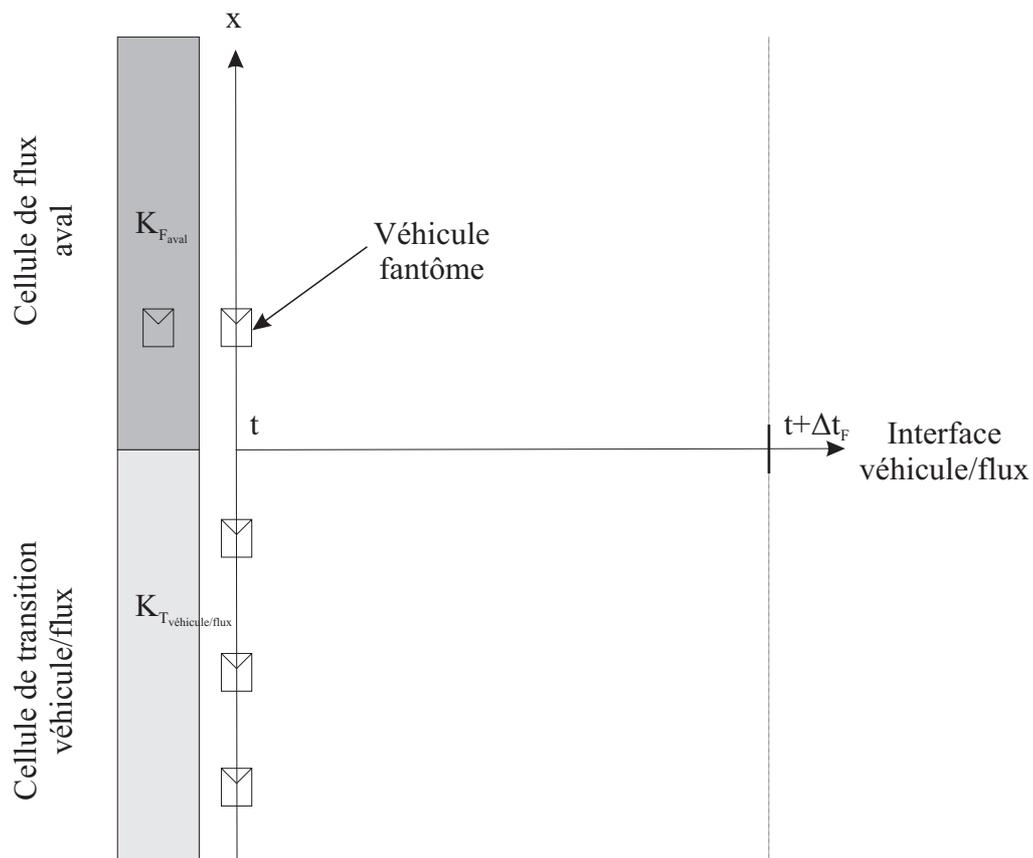


Figure 1 : Etat du système à l'instant  $t$

Dans le modèle représentant le flux, si l'offre contraint le débit (et donc  $Q = \Omega(K_{F_{aval}})$ ), cela signifie que l'information se propage vers l'amont. Prenons l'exemple simple de la Figure 2 dans lequel on considère que cette information est une onde de choc.

Nous avons représenté la solution analytique de ce problème de Riemann pour un pas de temps de flux. Nous avons également représenté la trajectoire de particules de flux (c'est-à-dire dont la vitesse est égale à la vitesse du flot) positionnées de façon identique aux véhicules de la cellule de transition à  $t$ .

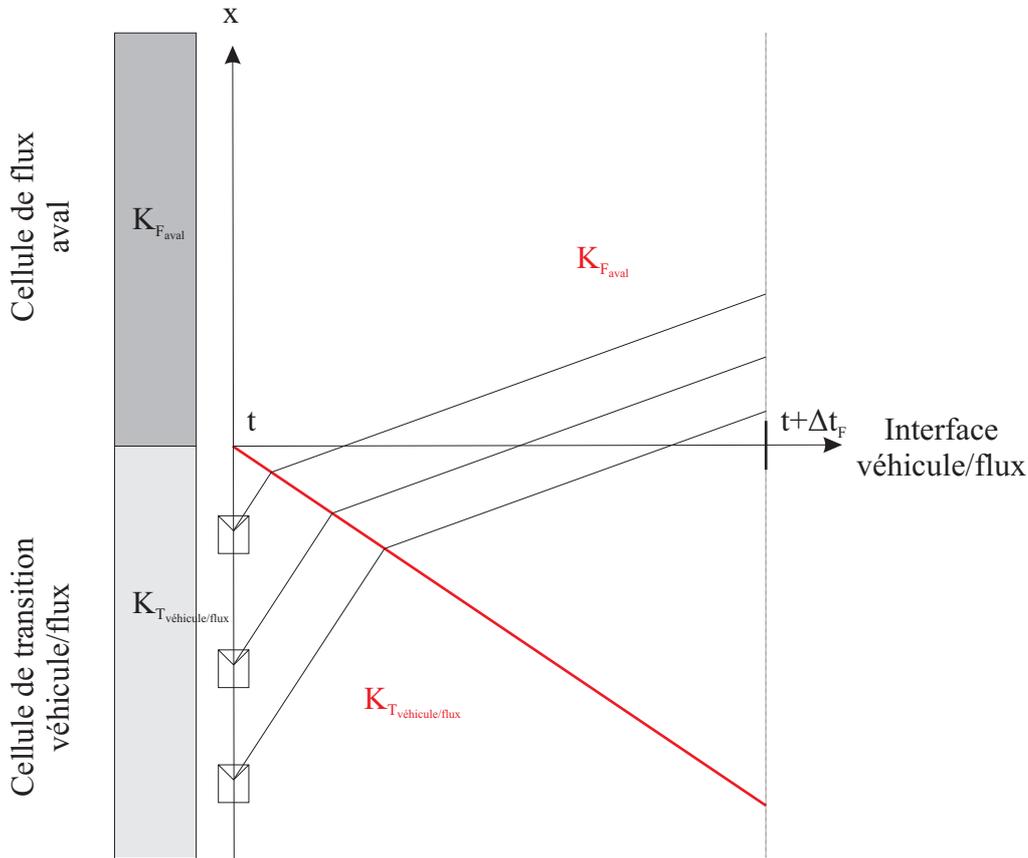


Figure 2 : Résolution analytique du problème de Riemann

Ces trajectoires correspondent à la réalisation exacte de l'offre. Ainsi, si dans le modèle hybride, les véhicules sortent en avance par rapport à ces particules, le débit résultant  $Q$  sera supérieur à l'offre. Inversement, si les véhicules sont en retard, le débit sera inférieur à l'offre.

Il convient de remarquer que la position du véhicule fantôme ne dépend pas de cette offre : elle dépend uniquement de sa trajectoire et des conditions de trafic passées. De ce fait, le véhicule fantôme peut se situer n'importe où (ou presque) sur la cellule de flux aval. Il est donc tout à fait possible que la trajectoire des véhicules dans le modèle hybride soit celle représentée<sup>2</sup> sur la Figure 3, ce qui correspond au cas où  $Q > \Omega(K_{F_{aval}})$ . Dans ce cas,

<sup>2</sup> On notera que la trajectoire des véhicules fournie par le modèle à vitesse optimale est quasiment identique à celle de la trajectoire analytique. L'espacement entre les véhicules et leur vitesse est identique à l'équilibre, seule la trajectoire diffère au droit de l'onde de choc. La différence est due dans ce cas à la position du véhicule fantôme.

il y a inadéquation entre la position du véhicule fantôme à l'instant  $t$  et la contrainte d'offre imposée par le modèle représentant le flux.

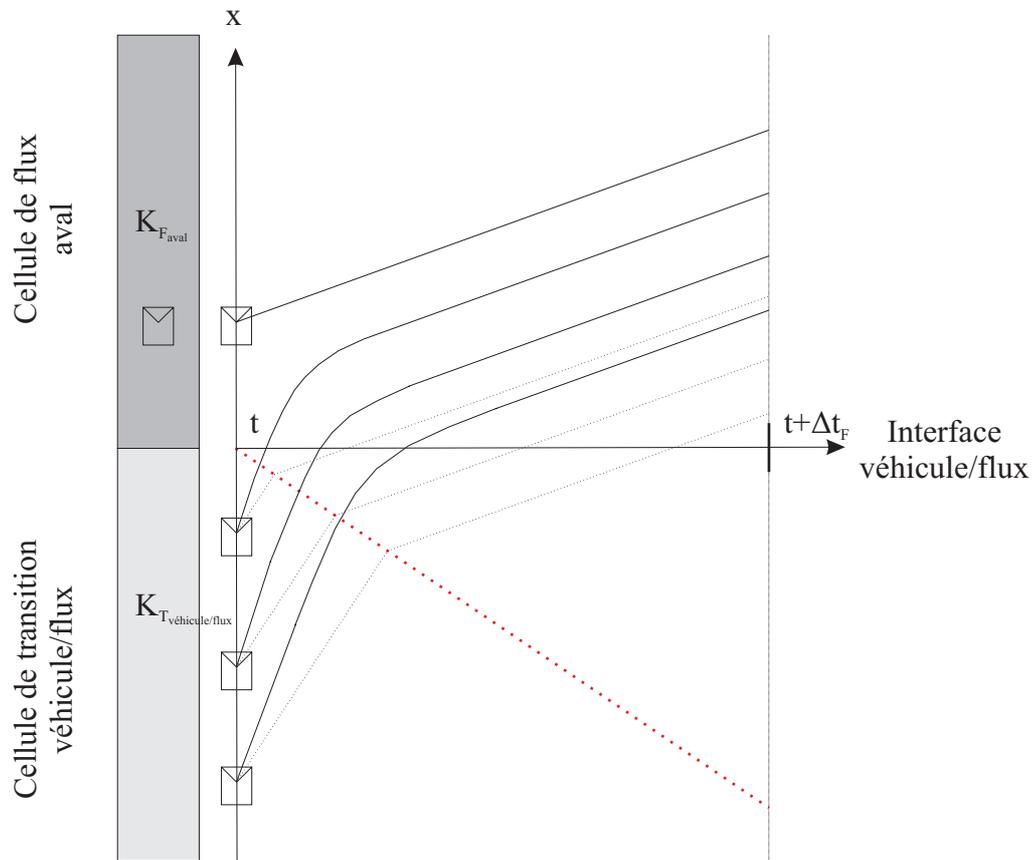


Figure 3 : Trajectoire des véhicules dans le modèle hybride



# Tables des illustrations



## Figures

<i>Figure I-1: Propagation de deux congestions sur l'autoroute A5-Nord en Allemagne, d'après [Kerner, 1999]</i>	19
<i>Figure I-2: Apparition d'un "phantom traffic jam", d'après [Helbing, 2001], à partir de données obtenues par photographie aérienne par Treiterer et Myers en 1974.</i>	21
<i>Figure I-3: Débits observés en un point en fonction de la période d'agrégation</i>	23
<i>Figure I-4: Variations de la quantité <math>\phi</math> à l'échelle macroscopique (figure de gauche) et à l'échelle microscopique (figure de droite), d'après [Boutin, 1994].</i>	29
<i>Figure I-5: Zone de transition entre les zones macroscopique et microscopique dans le modèle de Flekkøy, Wagner et Feder.</i>	33
<i>Figure I-6: Résultats du modèle hybride dans le cas d'un écoulement de Couette (figure de gauche) et d'un écoulement de Poiseuille (figure de droite), d'après [Flekkøy et al., 2000].</i>	34
<i>Figure II-1: Diagramme de Greenshields</i>	43
<i>Figure II-2 : Résolution du problème de Riemann: formation d'une onde de choc (figure du haut) ou d'un éventail (figure du bas)</i>	46
<i>Figure II-3: Schéma de discrétisation de Godunov</i>	47
<i>Figure II-4: Diagrammes d'offre (à gauche) et de demande (à droite)</i>	48
<i>Figure II-5: Onde de raréfaction discrétisée</i>	50
<i>Figure II-6: Résolution du modèle LWR dans le cas d'un feu tricolore : solution entropique en haut, solution fournie par la discrétisation spatio-temporelle en bas à gauche et solution fondée sur les ondes de choc non-entropiques en bas à droite</i>	51
<i>Figure II-7: Propagation d'une file d'attente dans le modèle de Payne, d'après [Daganzo, 1995]</i>	54
<i>Figure II-8: Trajectoire des véhicules dans le modèle LWR : cas du feu tricolore (1 trajectoire sur 20 est représentée)</i>	70
<i>Figure II-9: Trajectoires de véhicules s'arrêtant à un feu avec le modèle de Del Castillo</i>	71
<i>Figure II-10: Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR (en noir) et dans le modèle à vitesse optimale (en vert) dans le cas du feu tricolore : 1 trajectoire sur 20 est représentée sur la figure de gauche, la figure de droite est un zoom de la première, tous les véhicules étant représentés</i>	72
<i>Figure II-11: Calcul de <math>T_r</math> dans le modèle de propagation modifié</i>	74
<i>Figure II-12: Exemple de propagation rétrograde de l'information dans le modèle de propagation modifié (figure de gauche) et résolution de ce problème (figure de droite)</i>	75
<i>Figure II-13: Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR (en noir) et dans le modèle de propagation modifié (en vert) : cas du feu tricolore (1 trajectoire sur 20 est représentée)</i>	76
<i>Figure II-14: Différence entre la trajectoire du modèle LWR et celle du modèle de propagation modifié dans le cas d'un éventail</i>	77
<i>Figure II-15: Nouvelle classification des modèles</i>	79
<i>Figure II-16: Nombre moyen de véhicules en attente au péage et variance de ce nombre en fonction de <math>r</math></i>	83

<i>Figure II-17: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie dans un exemple particulier (modèle à vitesse optimale, sortie à 1000 m) et pour différentes combinaisons des distributions d'intervalle et de vitesse</i> .....	87
<i>Figure II-18: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie pour une distribution d'intervalle exponentielle négative décalée (sortie à 1000 m et modèle à vitesse optimale)</i> .....	88
<i>Figure II-19: Comparaison des distributions d'entrée et de sortie pour une distribution d'intervalle exponentielle négative décalée et une distribution des vitesses normale (modèle à vitesse optimale)</i> .....	89
<i>Figure II-20: Trajectoires des véhicules générés avec une distribution exponentielle négative décalée des intervalles et une distribution normale des vitesses</i> .....	89
<i>Figure II-21: Propagation d'une distribution de Poisson sur les débits par la résolution discrétisée de LWR : comparaison en différents points d'un réseau</i> .....	94
<i>Figure II-22: Propagation d'une distribution de Poisson sur les débits par la résolution discrétisée de LWR : comparaison de deux pas de discrétisation du modèle</i> .....	95
<i>Figure III-1: Définition d'un modèle hybride</i> .....	101
<i>Figure III-2: Exemple de calcul de la concentration, les véhicules étant considérés ponctuellement</i> .....	108
<i>Figure III-3: Zones de transition dans le modèle hybride</i> .....	113
<i>Figure III-4: Résultats de simulation du modèle hybride d'Helbing, le modèle à représentation véhiculaire est en bleu, le modèle représentant le flux en orange, d'après [Hennecke et al., 1999]</i> .....	116
<i>Figure III-5: Débits obtenus avec le modèle de Poschinger dans le cas d'une génération déterministe des véhicules, d'après [Poschinger et al., 2002]</i> .....	117
<i>Figure IV-1: Définition des véhicules fantômes</i> .....	125
<i>Figure IV-2: Propagation d'une information dans le sens amont à l'interface flux/véhicule</i> .....	126
<i>Figure IV-3: Propagation d'une information dans le sens aval à l'interface flux/véhicule</i> .....	127
<i>Figure IV-4: Propagation d'une information dans le sens amont à l'interface véhicule/ flux</i> .....	128
<i>Figure IV-5: Propagation d'une information dans le sens aval à l'interface véhicule/ flux</i> .....	129
<i>Figure IV-6: Résultats du modèle hybride homogène dans le cas d'une situation stationnaire (figure de gauche) et d'une remontée de congestion (figure de droite) ; un véhicule sur vingt est représenté</i> .....	130
<i>Figure IV-7: Résultats du modèle hybride hétérogène dans le cas d'une situation stationnaire (figure de gauche) et d'une remontée de congestion (figure de droite) ; un véhicule sur vingt est représenté</i> .....	132
<i>Figure IV-8 : Difficultés de couplage entre la résolution continue en espace-temps du modèle LWR et un modèle classique de voiture-suiveuse</i> .....	134
<i>Figure IV-9: Découpage en pas de temps suivant le type de représentation du modèle</i> .....	137
<i>Figure IV-10: Emplacement des zones de transition</i> .....	138
<i>Figure IV-11:Eléments introduits par le schéma de couplage</i> .....	139
<i>Figure IV-12: Le modèle de flux impose les débits en entrée et en sortie de la zone véhiculaire</i> .....	140
<i>Figure IV-13: Influence de la position des véhicules sur le calcul de la demande</i> .....	141
<i>Figure IV-14: Le modèle de flux impose l'offre et la demande en entrée et en sortie de la zone véhiculaire</i> .....	141
<i>Figure IV-15 : Définition des particules de flux</i> .....	143
<i>Figure IV-16: Génération des véhicules à l'interface flux/véhicule</i> .....	145
<i>Figure IV-17:Processus de correction spatio-temporelle à la génération</i> .....	146
<i>Figure IV-18:Procédure de correction de la trajectoire du premier véhicule</i> .....	148
<i>Figure IV-19: Calcul de la concentration sur les cellules de transition</i> .....	150
<i>Figure IV-20:Calcul du débit aux interfaces de la zone véhiculaire</i> .....	151
<i>Figure IV-21: Débits cumulés dans le cas d'une montée en charge du réseau</i> .....	154
<i>Figure IV-22:Concentration dans le cas d'une montée en charge du réseau</i> .....	154

<i>Figure IV-23: Débits cumulés et concentration dans le cas d'une remontée de congestion</i> .....	155
<i>Figure IV-24: Débits cumulés et concentration dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval</i>	156
<i>Figure IV-25: Concentration dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval pour différents pas de temps du modèle représentant le flux</i> .....	157
<i>Figure IV-26: Propagation d'une congestion dans le modèle hybride</i> .....	159
<i>Figure IV-27: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas d'une congestion</i> .....	159
<i>Figure IV-28: Résorption d'une congestion dans le modèle hybride</i> .....	161
<i>Figure IV-29: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas de la résorption d'une congestion</i> .....	161
<i>Figure IV-30: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval</i> .....	162
<i>Figure IV-31: Comparaison entre le modèle hybride et le modèle STRADA utilisé seul pour différentes valeurs du pas de temps</i> .....	163
<i>Figure V-1: Trajectoire des véhicules dans le modèle hybride avec une distribution des vitesses désirées</i>	170
<i>Figure V-2: Distribution des instants prévus de génération des véhicules</i> .....	171
<i>Figure V-3: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition minimale de l'offre locale de génération des véhicules</i> .....	173
<i>Figure V-4: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition couplée de l'offre locale de génération des véhicules</i> .....	173
<i>Figure V-5: Evolution des débits dans le modèle hybride stochastique sans distribution des intervalles et des vitesses avec la définition de l'offre locale adaptée à la distribution des intervalles</i> .....	174
<i>Figure V-6: Trajectoire des véhicules dans le modèle hybride : distribution des intervalles (figure de gauche), distribution des intervalles et des vitesses désirées (figure de droite)</i> .....	175
<i>Figure V-7: Résultats du modèle hybride stochastique dans le cas d'une perturbation se propageant vers l'aval moyennés pour différents nombres de répliques</i> .....	178
<i>Figure V-8: Evolution de la concentration moyenne en fonction du nombre de pas de temps</i> .....	179
<i>Figure V-9: Diagramme fondamental de la zone véhiculaire</i> .....	180
<i>Figure V-10: Naissance d'une congestion locale</i> .....	182
<i>Figure V-11: Résultats du modèle hybride dans le cas où les diagrammes fondamentaux des modèles couplés sont différents</i> .....	183
<i>Figure V-12: Résultats du modèle hybride dans le cas où les diagrammes fondamentaux des modèles couplés sont égaux</i> .....	184
<i>Figure V-13: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en fonction de la taille de la discrétisation pour <math>H_{moyen} = 3</math> s</i> .....	186
<i>Figure V-14: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en fonction de la taille de la discrétisation pour <math>H_{moyen} = 2</math> s et <math>H_{moyen} = 10</math> s</i> .....	187
<i>Figure V-15: Déformation de la distribution des intervalles dans le modèle hybride en entrée et en sortie de la cellule de transition flux/véhicule</i> .....	188
<i>Figure V-16: Evolution du rapport entre l'écart type et la moyenne de la distribution d'intervalles en fonction de la taille de la discrétisation</i> .....	189
<i>Figure VI-1: Gare de péage à une voie</i> .....	193
<i>Figure VI-2: Trajectoires des véhicules au droit de la gare de péage dans le modèle hybride</i> .....	196
<i>Figure VI-3: Calcul du nombre de véhicules dans la file d'attente</i> .....	198
<i>Figure VI-4: Evolution du temps de parcours moyen et du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en fonction du nombre d'éléments utilisés pour calculer la valeur moyenne</i> .....	200

*Figure VI-5: Evolution du retard moyen et du nombre moyen de véhicules dans la file d'attente en fonction du rapport  $r$ ..... 200*

*Figure VI-6: Comparaison des résultats du modèle hybride et de ceux des modèles de file d'attente ..... 201*

*Figure VI-7: Evolution d'une file d'attente divergente dans le modèle représentant le flux ..... 203*

*Figure VI-8: Evolution de la concentration dans le modèle hybride avec et sans la gare de péage ..... 204*

*Figure VI-9: Intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire ..... 205*

*Figure VI-10: Illustration du phénomène d'acceptation de créneaux ..... 206*

*Figure VI-11: Exemple de formation d'une file d'attente transitoire au droit de l'intersection..... 208*

*Figure VI-12: Evolution de la capacité de l'intersection en fonction du débit sur la voie principale ..... 208*

*Figure VI-13: Comparaison de l'évolution de la capacité de la voie secondaire en fonction du débit sur la voie principale entre le modèle hybride et un modèle de file d'attente..... 210*

*Figure VI-14: Combinaison d'un carrefour à feux et d'une intersection ..... 211*

*Figure VI-15: Trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire dans le cas où le feu tricolore se situe en amont de l'intersection ..... 213*

*Figure VI-16: Trajectoire des véhicules sur la voie prioritaire et sur la voie secondaire dans le cas où le feu tricolore se situe en aval de l'intersection ..... 215*

*Figure VI-17: Evolution de la capacité de l'intersection en fonction du débit sur la voie prioritaire et de la position du feu sur cette voie..... 216*

## Tableaux

*Tableau II-1: Diagrammes fondamentaux dérivés des modèles de voiture-suiveuse..... 60*



# Table des matières



<b>Sommaire .....</b>	<b>1</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>5</b>
<b>Partie I : Intérêt de la modélisation hybride.....</b>	<b>11</b>
<b>Chapitre I : Les problèmes d'échelles .....</b>	<b>15</b>
I.1 Définition.....	15
I.2 Les problèmes d'échelles dans le cas des matériaux hétérogènes en génie civil.....	16
I.3 Les problèmes d'échelles en trafic.....	17
I.3.1 Echelles des phénomènes de l'écoulement.....	18
I.3.1.a Définition des échelles globales et locales	18
I.3.1.b Des phénomènes globaux et des phénomènes locaux	18
I.3.1.c Lien entre les phénomènes locaux et globaux	20
I.3.1.d Diversité de comportement	21
I.3.1.e Conclusion	23
I.3.2 Besoins des exploitants .....	23
I.3.2.a Intérêt de la modélisation de l'écoulement pour les exploitants de la route	24
I.3.2.b Echelles de temps et d'espace utilisées par les exploitants	24
I.3.2.c Influence sur les phénomènes à considérer	25
I.3.3 Représentations possibles du trafic .....	25
I.3.3.a Vision microscopique	25
I.3.3.b Vision macroscopique	25
I.3.4 Conclusion .....	26
I.4 Exemples de résolution des problèmes d'échelles dans d'autres disciplines.....	26
I.4.1 Un exemple d'intégration des propriétés microscopiques au niveau macroscopique : la méthode d'homogénéisation des milieux périodiques .....	27
I.4.1.a Généralités sur l'homogénéisation	27
I.4.1.b Méthode d'homogénéisation des milieux périodiques	28
I.4.1.c Conclusion	30
I.4.2 Couplage de modèles différents .....	30
I.4.2.a Quelques exemples de modélisation hybride	30
I.4.2.b Cas des modèles hybrides en mécanique des fluides	31
I.4.2.b.(i) Nature du problème	31
I.4.2.b.(ii) Modélisations existantes	31
I.4.2.b.(iii) Le modèle de Flekkøy, Wagner et Feder	32
I.4.2.c Conclusion	34
I.5 Conclusion .....	34
<b>Chapitre II : Les modèles d'écoulement du trafic face aux problèmes d'échelles.....</b>	<b>37</b>
II.1 Lien entre modèles macroscopiques et modèles microscopiques – aspects déterministes....	37
II.1.1 Rappels sur les modèles d'écoulement .....	37
II.1.1.a Modèles microscopiques	38
II.1.1.a.(i) Fondements des modèles	38
II.1.1.a.(ii) Les modèles de voiture-suiveuse	38
II.1.1.b Modèles macroscopiques	42
II.1.1.b.(i) Modèle macroscopique du premier ordre	42
II.1.1.b.(ii) Modèles macroscopiques d'ordre supérieur	52
II.1.1.c Conclusion	58

II.1.2 Lien entre les modèles .....	59
II.1.2.a Modèles de voiture-suiveuse et diagramme fondamental	59
II.1.2.b Modèles de voiture-suiveuse et modèles macroscopiques d'ordre supérieur	61
II.1.2.b.(i) Dérivation du modèle de Payne	61
II.1.2.b.(ii) Dérivations plus rigoureuses de modèles macroscopiques d'ordre supérieur	63
II.1.2.b.(iii) Lien entre un modèle microscopique et le modèle d'Aw et Rascle	66
II.1.2.b.(iv) Lien entre un modèle microscopique et le modèle de Jiang, Wu et Zhu	68
II.1.2.b.(v) Conclusion	68
II.1.2.c Modèle macroscopique du premier ordre et modèles de poursuite	69
II.1.2.c.(i) Trajectoires des véhicules dans le modèle LWR	69
II.1.2.c.(ii) Modèle de Del Castillo et modèle de Newell : deux modèles microscopiques dérivés du modèle LWR	70
II.1.2.c.(iii) Un modèle microscopique fondé sur la résolution continue en espace-temps du modèle LWR	72
II.1.2.d Conclusion	77
II.1.3 Conséquences sur la classification .....	78
II.1.3.a Limites de la classification classique	78
II.1.3.b Classification proposée	78
II.2 Prise en compte de la diversité de comportement des véhicules dans les modèles d'écoulement .....	79
II.2.1 La stochastique en trafic .....	79
II.2.1.a Intérêt de la prise en compte de la diversité des comportements	79
II.2.1.b Les distributions	80
II.2.1.b.(i) Distribution d'intervalles	80
II.2.1.b.(ii) Distribution des vitesses désirées	81
II.2.1.c Les modèles de file d'attente	81
II.2.1.c.(i) Principe général	81
II.2.1.c.(ii) Exemple d'une gare de péage	82
II.2.1.d Conclusion	83
II.2.2 Modèles à représentation véhiculaire et stochastique .....	83
II.2.2.a Introduction du stochastique dans la modélisation	83
II.2.2.b Difficultés liées aux distributions	84
II.2.2.b.(i) Calcul des distributions	84
II.2.2.b.(ii) Propagation des distributions d'intervalles	85
II.2.2.b.(iii) Le problème des répliques	89
II.2.3 Modèles représentant le flux et la stochastique.....	91
II.2.3.a Introduction indirecte du stochastique dans la modélisation	91
II.2.3.a.(i) Principe général	91
II.2.3.a.(ii) Exemple : modélisation d'une gare de péage	91
II.2.3.a.(iii) Limites de cette modélisation	93
II.2.3.b Etude prospective des possibilités d'introduction directe des distributions	93
II.2.3.b.(i) Principe général	93
II.2.3.b.(ii) Exemple de mise en oeuvre	93
II.2.3.b.(iii) Difficultés rencontrées	94
II.2.3.c Conclusion	95
II.2.4 Modèles « stochastique intégré » .....	95
II.2.4.a Principe général	95
II.2.4.b Le modèle de Prigogine et Herman	96
II.2.4.c Conclusion	97
II.3 Conclusion.....	97
<b>Chapitre III : Une réponse nouvelle aux problèmes d'échelles : la modélisation hybride .....</b>	<b>99</b>
III.1 Proposition d'une théorie de la modélisation hybride.....	99
III.1.1 Intérêt.....	100
III.1.2 Définition et classification.....	101
III.1.2.a Définition générale	101
III.1.2.b Classification	101
III.1.3 Problèmes liés à la modélisation hybride en trafic .....	102
III.1.3.a Transmission de l'information	102
III.1.3.b Faible nombre de particules	103
III.1.3.c Manque d'information	103
III.1.3.d Loi de comportement	104
III.2 Validation d'un modèle hybride.....	104

III.2.1	La notion de validation .....	104
III.2.2	Propriétés indispensables du schéma de couplage.....	104
III.2.3	Méthode de validation dans le cas homogène .....	105
III.2.3.a	<i>Comparaison des deux modèles couplés</i> .....	106
III.2.3.a.(i)	La notion d'indicateur .....	106
III.2.3.a.(ii)	Difficultés d'estimation des indicateurs .....	107
III.2.3.a.(iii)	Méthode de comparaison .....	109
III.2.3.b	<i>Analyse numérique des propriétés du schéma de couplage</i> .....	110
III.3	Analyse des modèles hybrides existants .....	111
III.3.1	Présentation générale .....	111
III.3.1.a	<i>Objectif de la modélisation</i> .....	111
III.3.1.b	<i>Classification des modèles hybrides</i> .....	111
III.3.2	Principe du schéma de couplage.....	112
III.3.2.a	<i>Synchronisation des modèles</i> .....	112
III.3.2.b	<i>Zone de transition</i> .....	112
III.3.2.c	<i>Interface flux/véhicule</i> .....	113
III.3.2.c.(i)	Principe de fonctionnement .....	113
III.3.2.c.(ii)	Limitations .....	114
III.3.2.d	<i>Interface véhicule/flux</i> .....	114
III.3.2.d.(i)	Principe de fonctionnement .....	114
III.3.2.d.(ii)	Limitations .....	114
III.3.3	Validation .....	115
III.3.3.a	<i>Comparaison des deux modèles d'écoulement</i> .....	115
III.3.3.b	<i>Analyse numérique des résultats du modèle hybride</i> .....	115
III.3.3.b.(i)	Le modèle d'Helbing .....	115
III.3.3.b.(ii)	Le modèle MICMAC .....	116
III.3.3.b.(iii)	Le modèle de Poschinger .....	116
III.3.4	Conclusion.....	117
III.4	Conclusion et choix du développement d'un nouveau modèle hybride.....	118
<b>Partie II</b>	<b>Vers un modèle hybride fondé sur le modèle LWR.....</b>	<b>119</b>
<b>Chapitre IV</b>	<b>Un modèle hybride homogène fondé sur le modèle LWR .....</b>	<b>123</b>
IV.1	Un modèle hybride homogène fondé sur la résolution numérique continue en espace-temps du modèle LWR.....	123
IV.1.1	Les modèles à coupler .....	123
IV.1.1.a	<i>Choix des modèles</i> .....	123
IV.1.1.b	<i>Rappels sur leur fonctionnement</i> .....	124
IV.1.2	Le schéma de couplage.....	124
IV.1.2.a	<i>Principe général</i> .....	124
IV.1.2.b	<i>Transmission de l'information aux interfaces</i> .....	125
IV.1.2.b.(i)	La notion de véhicule fantôme .....	125
IV.1.2.b.(ii)	Interface flux/véhicule .....	126
IV.1.2.b.(iii)	Interface véhicule/flux .....	128
IV.1.3	Validation .....	129
IV.1.4	Difficultés d'extensions.....	130
IV.1.4.a	<i>Introduction d'aspects stochastiques</i> .....	131
IV.1.4.a.(i)	Choix des variables à distribuer .....	131
IV.1.4.a.(ii)	Modification du schéma de couplage .....	131
IV.1.4.a.(iii)	Limites de la modélisation .....	132
IV.1.4.b	<i>Modification de la loi de comportement du modèle représentant les véhicules</i> .....	133
IV.1.4.c	<i>Conclusion</i> .....	134
IV.1.5	Conclusion.....	134
IV.2	Un modèle hybride homogène fondé sur une discrétisation spatio-temporelle de LWR... 135	135
IV.2.1	Les modèles à coupler .....	135
IV.2.1.a	<i>Choix des modèles</i> .....	135
IV.2.1.b	<i>Rappels sur leur fonctionnement</i> .....	135
IV.2.2	Le schéma de couplage.....	136
IV.2.2.a	<i>Fonctionnement général du schéma de couplage</i> .....	136
IV.2.2.a.(i)	La différence de pas de temps .....	136

IV.2.2.a.(ii) Introduction des cellules de transition	137
IV.2.2.a.(iii) Principe général d'échange des conditions aux limites aux interfaces	139
IV.2.2.a.(iv) La notion de taille des véhicules	142
IV.2.2.a.(v) Introduction d'un sas de transition	143
<i>IV.2.2.b Etape 1 : calcul de l'offre et de la demande du modèle représentant le flux</i>	<i>143</i>
<i>IV.2.2.c Etape 2 : traduction de l'offre et de la demande du modèle représentant le flux en conditions aux limites pour la zone véhiculaire</i>	<i>144</i>
IV.2.2.c.(i) Interface flux/véhicule	144
IV.2.2.c.(ii) Interface véhicule/flux	146
<i>IV.2.2.d Etape 3 : calcul des trajectoires de la zone véhiculaire</i>	<i>149</i>
<i>IV.2.2.e Etape 4 : transmission des conditions aux limites au modèle représentant le flux</i>	<i>149</i>
IV.2.2.e.(i) Calcul de la concentration des cellules de transition	149
IV.2.2.e.(ii) Calcul des débits aux interfaces des cellules de transition	150
IV.2.2.e.(iii) Calcul du nombre de véhicules dans le sas de transition	151
<b>IV.2.3 Validation</b>	<b>152</b>
<i>IV.2.3.a Comparaison entre les modèles</i>	<i>152</i>
<i>IV.2.3.b Propriétés fondamentales</i>	<i>157</i>
IV.2.3.b.(i) Conservation des véhicules	157
IV.2.3.b.(ii) Etude de la propagation de l'information	157
<i>IV.2.3.c Conclusion</i>	<i>163</i>
<b>IV.2.4 Possibilités d'extensions</b>	<b>164</b>
<i>IV.2.4.a Aspects stochastiques</i>	<i>164</i>
<i>IV.2.4.b Modification de la loi de comportement du modèle à représentation véhiculaire</i>	<i>164</i>
<i>IV.2.4.c Multi-classes</i>	<i>165</i>
<b>IV.3 Conclusion</b>	<b>166</b>
<b>Chapitre V : Extension du modèle hybride : introduction des aspects stochastiques</b>	<b>167</b>
<b>V.1 Méthode d'introduction des aspects stochastiques dans le modèle hybride homogène</b>	<b>167</b>
V.1.1 Choix des variables à distribuer	167
V.1.2 Introduction d'une distribution des vitesses désirées	168
<i>V.1.2.a Méthode d'introduction de la distribution</i>	<i>169</i>
<i>V.1.2.b Effets de cette distribution sur la modélisation</i>	<i>169</i>
V.1.3 Introduction d'une distribution des intervalles	170
<i>V.1.3.a Méthode d'introduction de la distribution</i>	<i>170</i>
V.1.3.a.(i) Distribution des instants prévus de génération	170
V.1.3.a.(ii) Modification de la procédure de génération des véhicules	171
V.1.3.a.(iii) Modification de la distribution des temps prévus de génération	174
<i>V.1.3.b Effets de cette distribution sur la modélisation</i>	<i>175</i>
V.1.4 Conclusion	176
<b>V.2 Etude numérique du modèle hybride stochastique</b>	<b>176</b>
V.2.1 Le problème du nombre de réplifications	176
V.2.2 Effets des aspects stochastiques sur le comportement global de la zone véhiculaire	177
V.2.3 Effets des aspects stochastiques sur le modèle représentant le flux	181
V.2.4 Effets des aspects stochastiques sur la propagation de l'information	182
V.2.5 Effets de la taille de la discrétisation sur la distribution d'intervalles	185
<i>V.2.5.a Effets du pas de temps</i>	<i>185</i>
<i>V.2.5.b Effets du pas d'espace</i>	<i>187</i>
<i>V.2.5.c Synthèse</i>	<i>188</i>
<b>V.3 Conclusion</b>	<b>190</b>
<b>Chapitre VI : Application de la modélisation hybride à des éléments singuliers de réseau</b>	<b>191</b>
<b>VI.1 Choix des exemples d'application</b>	<b>191</b>
<b>VI.2 Etude d'une gare de péage</b>	<b>193</b>
VI.2.1 Objectifs	193
VI.2.2 Modélisation de la gare de péage	194
<i>VI.2.2.a Modélisation d'une gare de péage dans le modèle à représentation véhiculaire</i>	<i>194</i>
<i>VI.2.2.b Choix des paramètres de modélisation</i>	<i>195</i>
VI.2.3 Etude des résultats du modèle à représentation véhiculaire	196
<i>VI.2.3.a Choix et méthode de calcul des indicateurs</i>	<i>197</i>

VI.2.3.a.(i) Nombre moyen de véhicules dans la file d'attente	197
VI.2.3.a.(ii) Retard moyen	197
<b>VI.2.3.a.(iii) Calcul des indicateurs</b>	<b>198</b>
<i>VI.2.3.b Comparaison des résultats du modèle à représentation véhiculaire avec ceux des modèles de file d'attente</i>	<i>201</i>
VI.2.3.b.(i) Le modèle de file d'attente de la gare de péage	201
VI.2.3.b.(ii) Comparaison des indicateurs	201
VI.2.4 Etude des résultats du modèle représentant le flux.....	202
VI.2.5 Conclusion.....	204
<b>VI.3 Etude d'une intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire</b> .....	<b>204</b>
VI.3.1 Objectifs .....	204
VI.3.2 Modélisation de l'intersection .....	205
VI.3.3 Etude des résultats .....	207
<i>VI.3.3.a Trajectoires des véhicules</i>	<i>207</i>
<i>VI.3.3.b Evolution de la capacité</i>	<i>207</i>
<i>VI.3.3.c Comparaison avec les modèles de file d'attente</i>	<i>209</i>
<b>VI.4 Combinaison d'une intersection et d'un feu tricolore.....</b>	<b>210</b>
VI.4.1 Objectifs .....	210
VI.4.2 Modélisation du feu tricolore .....	211
VI.4.3 Analyse des résultats .....	212
<i>VI.4.3.a Trajectoires des véhicules</i>	<i>212</i>
VI.4.3.a.(i) Feu en amont	212
VI.4.3.a.(ii) Feu en aval	214
<i>VI.4.3.b Capacité de l'intersection</i>	<i>214</i>
VI.5 Conclusion .....	216
<b>Conclusion.....</b>	<b>219</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>225</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>235</b>
<b>Tables des illustrations.....</b>	<b>249</b>
<b>Table des matières .....</b>	<b>255</b>

## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : **BOURREL**  
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE :  
**3 décembre 2003**

Prénoms : **Emmanuel, Loïc, Guillaume**

TITRE :

#### **MODÉLISATION DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT DU TRAFIC ROUTIER : DU MACROSCOPIQUE AU MICROSCOPIQUE**

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 03 ISAL 00

Formation doctorale : Mécanique, énergétique, génie civil et acoustique (MEGA)

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/20 / et bis CLASSE :

RESUME :

Pour répondre aux attentes des exploitants de réseaux routiers (notamment en termes d'aide à la décision et d'évaluation des actions d'exploitation), de nombreux modèles d'écoulement dynamique du trafic ont été développés afin de représenter la façon dont les véhicules se propagent sur un tronçon de route. Ces modèles décrivent l'écoulement de façon plus ou moins agrégée et sont généralement classés en deux grandes catégories de modèles : les modèles microscopiques, qui s'intéressent à la dynamique des véhicules individualisés, et les modèles macroscopiques, modèles plus globaux qui considèrent le trafic en mouvement comme un fluide. Une des difficultés rencontrées dans l'étude de ces modèles est la grande disparité des échelles considérées.

L'objet de cette thèse est d'approfondir ces problèmes d'échelles (notamment en étudiant le lien qui existe entre les modèles microscopiques et macroscopiques) à travers le développement d'un modèle hybride d'écoulement du trafic routier (on définit un modèle hybride comme le couplage entre un modèle microscopique et un modèle macroscopique). L'intérêt d'un modèle hybride est qu'il permet d'adapter le modèle d'écoulement aux besoins de modélisation des différents éléments du réseau. Il est ainsi possible de décrire avec le modèle microscopique certains éléments spécifiques où les phénomènes locaux de l'écoulement peuvent avoir des conséquences au niveau global (gare de péage, entrecroisement autoroutier, carrefour giratoire, ...) tout en conservant une vision globale de l'écoulement sur le reste du réseau avec le modèle macroscopique.

Bien qu'il existe quelques modèles de ce type dans la littérature, il n'existe aucune vision globale des problèmes liés à l'hybridation. De ce fait, il est très difficile de savoir sur quelle base juger la pertinence des modèles proposés. C'est la raison pour laquelle nous proposons dans cette thèse un cadre théorique général définissant ces modèles, notamment en déterminant les propriétés fondamentales que doivent posséder les modèles hybrides pour être valides.

Nous proposons alors un nouveau modèle hybride fondé sur un modèle macroscopique du premier ordre (le modèle Lighthill-Whitham-Richards). La particularité du modèle proposé est qu'il permet de prendre en compte la diversité de comportement des véhicules dans la partie microscopique en introduisant des distributions sur certains paramètres. Les résultats fournis par ce modèle sont alors étudiés pour trois exemples d'application (gare de péage à une voie, intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire et combinaison de deux intersections) dans lesquels nous montrons l'intérêt du couplage entre modèles microscopiques et macroscopiques.

MOTS-CLES :

modélisation macroscopique	écoulement dynamique	trafic routier stochastique	hybride distribution	couplage péage	microscopique intersection
-------------------------------	-------------------------	--------------------------------	-------------------------	-------------------	-------------------------------

Laboratoire (s) de recherches : Laboratoire d'Ingénierie Circulation Transport (LICIT), unité mixte ENTPE/INRETS

Directeur de thèse: Jean-Baptiste Lesort

Président de jury :

Composition du jury :

Claude Boutin  
Alain Combescure

Stéphane Espié  
Jean-Baptiste Lesort

Saïd Mammar  
Michel Rascle



## Résumé

Pour répondre aux attentes des exploitants de réseaux routiers (notamment en termes d'aide à la décision et d'évaluation des actions d'exploitation), de nombreux modèles d'écoulement dynamique du trafic ont été développés afin de représenter la façon dont les véhicules se propagent sur un tronçon de route. Ces modèles décrivent l'écoulement de façon plus ou moins agrégée et sont généralement classés en deux grandes catégories de modèles : les modèles microscopiques, qui s'intéressent à la dynamique des véhicules individualisés, et les modèles macroscopiques, modèles plus globaux qui considèrent le trafic en mouvement comme un fluide. Une des difficultés rencontrées dans l'étude de ces modèles est la grande disparité des échelles considérées.

L'objet de cette thèse est d'approfondir ces problèmes d'échelles (notamment en étudiant le lien qui existe entre les modèles microscopiques et macroscopiques) à travers le développement d'un modèle hybride d'écoulement du trafic routier (on définit un modèle hybride comme le couplage entre un modèle microscopique et un modèle macroscopique). L'intérêt d'un modèle hybride est qu'il permet d'adapter le modèle d'écoulement aux besoins de modélisation des différents éléments du réseau. Il est ainsi possible de décrire avec le modèle microscopique certains éléments spécifiques où les phénomènes locaux de l'écoulement peuvent avoir des conséquences au niveau global (gare de péage, entrecroisement autoroutier, carrefour giratoire, ...) tout en conservant une vision globale de l'écoulement sur le reste du réseau avec le modèle macroscopique.

Bien qu'il existe quelques modèles de ce type dans la littérature, il n'existe aucune vision globale des problèmes liés à l'hybridation. De ce fait, il est très difficile de savoir sur quelle base juger la pertinence des modèles proposés. C'est la raison pour laquelle nous proposons dans cette thèse un cadre théorique général définissant ces modèles, notamment en déterminant les propriétés fondamentales que doivent posséder les modèles hybrides pour être valides.

Nous proposons alors un nouveau modèle hybride fondé sur un modèle macroscopique du premier ordre (le modèle Lighthill-Whitham-Richards). La particularité du modèle proposé est qu'il permet de prendre en compte la diversité de comportement des véhicules dans la partie microscopique en introduisant des distributions sur certains paramètres. Les résultats fournis par ce modèle sont alors étudiés pour trois exemples d'application (gare de péage à une voie, intersection entre une voie prioritaire et une voie secondaire et combinaison de deux intersections) dans lesquels nous montrons l'intérêt du couplage entre modèles microscopiques et macroscopiques.

---

## Abstract

To satisfy road managers needs (in particular in terms of decision-making and evaluation of their actions of exploitation), many dynamic traffic flow models have been developed in order to represent propagation of vehicles on a road section. Those models describe traffic flow in a more or less aggregated way and are generally classified into two main groups: microscopic models, which are interested in the dynamics of individualized vehicles, and macroscopic models, more aggregated models which describe traffic as a fluid. One of the difficulties encountered in the study of those models is the great disparity of scales to be considered.

The aim of this thesis is to look further into these scales problems (in particular by studying the link that exists between microscopic and macroscopic models) through the development of a hybrid model of traffic flow (a hybrid model is defined as the coupling between a microscopic model and a macroscopic model). The interest of a hybrid model is that it makes it possible to adapt the traffic flow model to the needs to model the various elements of a network. It is thus possible to describe some specific elements where the local phenomena of traffic flow can have global consequences with the microscopic model (toll station, on-ramp, roundabout...) while preserving a global vision of the flow on the rest of the network with the macroscopic model.

Although there are some models of this type in the literature, there is no global view of the problems related to hybridization. So it is very difficult to judge the relevance of existing models. This is why we propose in this thesis a general theoretical framework defining these models, in particular by determining the fundamental properties that a hybrid models must have to be valid.

We then propose a new hybrid model based on a first order macroscopic model (the Lighthill-Whitham-Richards model). The characteristic of that model is that it makes it possible to take into account the diversity of vehicles behaviour in the microscopic part by introducing distributions on some parameters. The results provided by this model are then studied for three examples of application (one-way toll station, crossing between a major and a minor road, combination of two intersections) in which we show the interest of the coupling between microscopic and macroscopic models.

---

## Mots-clés

modélisation  
macroscopique

écoulement  
dynamique

trafic routier  
stochastique

hybride  
distribution

couplage  
péage

microscopique  
intersection